МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева»

Кафедра математики

Составитель
И. А. Ермакова

МАТЕМАТИКА: МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Методические материалы

Рекомендовано учебно-методической комиссией направления
подготовки 23.05.01 Наземные транспортно-технологические средства
в качестве электронного учебного издания
для использования в образовательном процессе

Кемерово 2018

Рецензенты
Фадеев Ю. А. – доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики ФГБОУ ВО «Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева»
Гоголин В.А. – доктор технических наук, профессор кафедры математики ФГБОУ ВО «Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева»

Ермакова Инна Алексеевна
Математика: математическая статистика: методические материалы [Электронный ресурс] для обучающихся направлений бакалавриата и всех специальностей всех форм обучения / сост. И. А. Ермакова; КузГТУ. – Электрон. издан. – Кемерово, 2018.

Приведен материал, необходимый для успешного изучения раздела «Математическая статистика» дисциплин «Математика», «Высшая математика», «Математика (общий курс)», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Математическая статистика и математическое моделирование в экономике».

Назначение издания – помочь студентам в получении знаний по разделу «Математика: математическая статистика» и в организации самостоятельной работы.

Методические материалы предназначены для организации практических занятий и самостоятельной работы обучающихся всех направлений подготовки и специальностей всех форм обучения по разделу «Математическая статистика».

Практические занятия разбиты по темам согласно рабочей программе, приведены задания для решения на практических занятиях и задания для самостоятельной работы.

Практические занятия и самостоятельная работа студентов

1. Основные понятия математической статистики. Полигон, гистограмма. Точечные оценки параметров распределения случайных величин. Мода, медиана, размах выборки

Практическое занятие

1.1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n=100.

x_i	4	6	8	10	12	14
m_i	5	10	15	30	20	m_6

Найти значение m_6. Построить полигон частот.

1.2. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n=200.

x_i	1	2	3	4	5	6
m_i	m_1	24	23	22	21	25

Найти относительные частоты. Построить полигон относительных частот.

1.3. Из генеральной совокупности извлечена выборка, получен интервальный вариационный ряд.

x_i	[0–10]	(10–20]	(20–30]	(30–40]
m_i	13	22	23	12

Построить гистограмму относительных частот.

1.4. Получен вариационный ряд: –3; –1; 1; 3; 4; 5; 6; 6; 8; 9; 10. Указать моду, медиану и размах выборки.

1.5. Найти средний балл по истории у студентов, дисперсию и среднее квадратическое отклонение:

а) X – оценка студента, X = 3, 4, 5, 3, 4, 3, 2, 4;

б) шесть студентов получили оценку – «3», десять – «4», четыре – «5».

1.6. Найти средний рост студентов, дисперсию и среднее .квадратическое отклонение:

а) X – рост студента, X = 165, 168, 172, 166, 178 см;

б) три человека имеют рост по 165 см, восемь – по 170, пять – по 175, 2 – по 180 см.

1.7. Найти среднюю температуру воздуха, дисперсию и среднее квадратическое отклонение если она составляла в течение 9 дней – от 5° до 9°C, в течение 15 дней – от 9° до 13°C, в течение 6 дней – от 13° до 17°C.

1.8. Дана статистическая совокупность, характеризующая время решения контрольной работы студентами горного института (в минутах):

38	60	41	51	33	42	45	21	53	60
68	52	47	46	49	49	14	57	54	59
77	47	28	48	58	32	42	58	61	30
61	35	47	72	41	45	44	55	30	40
67	65	39	48	43	10	42	59	50	54

Сгруппировать выборку в виде интервального ряда с длиной интервала $h = 10$ мин, построить гистограмму относительных частот, найти числовые характеристики.

1.9. В результате измерений некоторой физической величины одним прибором получены следующие результаты: 4,5; 5,5; 6,5. Найти исправленную (несмещенную) оценку дисперсии.

1.10. В результате пяти измерений некоторой величины найдена выборочная дисперсия $S^2 = 8$. Найти исправленную (несмещенную) оценку дисперсии.

Самостоятельная работа

1.1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n = 80. Найти значение m_2. Построить полигон частот.

x_i	3	6	7	10	12	13
m_i	5	m_2	25	20	10	10

1.2. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n = 200.

x_i	1	2	3	4	5	6
m_i	18	24	m_3	22	21	15

Найти относительные частоты. Построить полигон относительных частот.

1.3. Из генеральной совокупности извлечена выборка, получен интервальный вариационный ряд.

x_i	[0–5]	(5–10]	(10–15]	(15–20]
m_i	10	25	20	15

Построить гистограмму относительных частот.

1.4. Получен вариационный ряд: 0; 1; 3; 4; 5; 6; 6; 8; 9. Указать моду, медиану и размах выборки.

1.5. Найти средний балл по физике у студентов, дисперсию и среднее квадратическое отклонение:

а) X – оценка студента, X= 3, 4, 5, 4, 5, 3, 2, 4;

б) три студента получили оценку «2», семь – «3», шесть – «4», два – «5».

1.6. Найти среднюю зарплату работников, дисперсию и среднее квадратическое отклонение:

а) X – зарплата, X = 25, 30, 42, 20, 34, 56 тыс. руб.;

б) четыре работника имеют зарплату по 20 тыс. руб., шесть – по 25, два – по 50 тыс. руб.

1.7. Найти среднюю температуру воздуха, дисперсию и среднее квадратическое отклонение, если она составляла: в течение 7 дней – от –5° до –1°C; в течение 14 дней – от –1° до 3°C; в течение 19 дней – от 3° до 7°C.

1.8. Дана статистическая совокупность, характеризующая время решения контрольной работы студентами строительного института (в минутах):

48	60	41	31	33	42	45	25	53	60
68	52	47	46	49	49	24	57	54	59
57	47	28	48	58	32	42	58	41	30
60	35	47	52	41	45	44	55	44	40
47	55	39	48	43	20	42	59	50	34

Сгруппировать выборку в виде интервального ряда с длиной интервала $h = 10$ мин, построить гистограмму относительных частот, найти точечные оценки числовых характеристик.

1.9. В результате измерений массы детали получены следующие результаты (в граммах): 8,5; 7,5; 6,5; 7. Найти исправленную (несмещенную) оценку среднего квадратического отклонения массы детали.

1.10. В результате 7 измерений некоторой величины найдена выборочная дисперсия $S^2 = 81$. Найти исправленную (несмещенную) оценку среднего квадратического отклонения.

2. Интервальная оценка параметров распределения случайных величин. Доверительный интервал, доверительная вероятность, точность оценки

Практическое занятие

2.1. Дан доверительный интервал (18,44; 19,36) для оценки математического ожидания нормально распределенной совокупности. Найти точечную оценку математического ожидания.

2.2. Дан доверительный интервал (22,15; 23,65) для оценки математического ожидания нормально распределенной совокупности. Найти точность этой оценки.

2.3. Построить доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения с надежностью 0,95, если известны: $\overline{x} = 54$, исправленное среднее квадратическое отклонение $S_x = 3,\ n = 25$.

2.4. На заводе вес заготовок составил: 1,8; 2,0; 2,2; 2,1; 2,1; 2,4; 2,1 кг. Найти средний вес, исправленную дисперсию. Считая, что вес распределен нормально, построить доверительный интервал для оценки математического ожидания с надежностью 0,95.

2.5. Известен интервальный вариационный ряд величины X.

Построить доверительный интервал для оценки математического ожидания с надежностью 0,95, предполагая, что X имеет нормальное распределение.

интервал	частота, m_i
[1–3)	2
[3–5)	4
[5–7)	7
[7–9)	4
[9–11]	3

2.6. Интервальная оценка математического ожидания нормально распределенной совокупности X имеет вид: (32,7; b). Найти значение b, если выборочная средняя $\overline{x} = 36{,}15$.

Самостоятельная работа

2.1. Дан доверительный интервал (8,74; 9,26) для оценки математического ожидания нормально распределенной совокупности. Найти точечную оценку математического ожидания.

2.2. Дан доверительный интервал (12,45; 13,75) для оценки математического ожидания нормально распределенной совокупности. Найти точность этой оценки.

2.3. Построить доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения с надежностью 0,95, если известны: $\overline{x} = -14$, исправленное среднее квадратическое отклонение $S_x = 2$, $n = 36$.

2.4. Вес заготовок составил: 3,8; 4,0; 4,2; 5,1; 4,1; 3,2; 4,1 кг. Найти средний вес, исправленную дисперсию. Считая, что вес распределен нормально, построить доверительный интервал для оценки математического ожидания с надежностью 0,95.

2.5. Известен интервальный вариационный ряд величины X.

Построить доверительный интервал для оценки математического ожидания с надежностью 0,95, предполагая, что X имеет нормальное распределение.

интервал	частота, m_i
[0–4)	4
[4–8)	7
[8–12)	9
[12–16)	6
[16–20]	5

2.6. Интервальная оценка математического ожидания нормально распределенной совокупности X имеет вид: (–2,75; b). Найти значение b, если выборочная средняя $\bar{x} = 1{,}15$.

3. Проверка статистических гипотез. Уровень значимости, критическая область, статистические критерии

Практическое занятие

3.1. Два токарных автомата изготавливают детали по одному чертежу. Из продукции первого станка было отобрано $n_1 = 9$ деталей, а из продукции второго станка $n_2 = 11$ деталей. Выборочные дисперсии контрольного размера, определенные по этим выборкам, $S_1^2 = 5{,}9$ и $S_2^2 = 23{,}3$ мкм^2. Проверить гипотезу о равенстве дисперсий при уровне значимости $\alpha = 0{,}1$, при конкурирующей гипотезе: дисперсии не равны. (Выборки имеют нормальное распределение).

3.2. Две группы студентов сдают экзамен, получают оценки:

1 группа: шесть человек – «2», десять – «3»; один – «4»;

2 группа: два человека – «2», восемь – «3», пять – «4», два – «5».

Найти:

а) средние значения $\bar{x}$, $\bar{y}$;

б) выборочные дисперсии S_x^2 и S_y^2;

в) проверить гипотезу о равенстве дисперсий H_0: $D(x) = D(y)$ при H_1: $D(x) \neq D(y)$, $\alpha = 0{,}1$.

3.3. Для выборок, имеющих нормальное распределение, найдены: $\bar{x}=3{,}4$; $\bar{y}=3{,}9$; $S_x^2=1$; $S_y^2=2$; $n_x = 15$; $m_y = 25$.

Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий H_0: $M(x)=M(y)$ при H_1: $M(x)\neq M(y)$, $\alpha=0{,}05$. Предполагается, что дисперсии равны.

3.4. Проверить H_0: величина имеет равномерное распределение при H_1: не имеет равномерное распределение, $\alpha=0{,}05$.

x_i	0	1	2	3	4
m_i	13	17	16	21	13

3.5. По сгруппированной выборке найти:

1) среднее значение, дисперсию;

2) построить гистограмму;

3) проверить гипотезу H_0: величина имеет нормальное распределение при H_1: не имеет нормальное распределение, $\alpha=0{,}05$;

4) Построить доверительный интервал для среднего.

N	интервал	частота
1	[0; 2)	7
2	[2; 4)	13
3	[4; 6)	20
4	[6; 8)	11
5	[8; 10]	9

3.6. Даны две выборки, имеющие нормальное распределение.

1) Найти выборочные средние, дисперсии.

2) Считая, что генеральные дисперсии равны, проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий H_0: $M(x)=M(y)$ при H_1: $M(x)\neq M(y)$, $\alpha=0{,}05$.

X = 3, 5, 4, 6, 5, 8, 4

Y		
N	интервал	частота
1	[1; 3)	5
2	[3; 5)	11
3	[5; 7)	19
4	[7; 9)	9
5	[9; 11]	6

3.7. Для выборок, имеющих нормальное распределение, найдены: $\bar{x}=4{,}5$; $\bar{y}=5{,}1$; $S_x^2=2$; $S_y^2=4$; $n_x = 16$; $m_y = 21$.

1) Построить доверительные интервалы для оценки средних;

2) проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий H_0: $M(x)=M(y)$ при H_1: $M(x)\neq M(y)$, $\alpha=0{,}05$. Предполагается, что дисперсии равны.

3.8. Даны две выборки, имеющие нормальное распределение.

1) Найти выборочные средние, дисперсии.

2) Проверить гипотезу о равенстве дисперсий: H_0: $D(x)=D(y)$ при H_1: $D(x)\neq D(y)$, $\alpha=0{,}05$. ($F_{табл}$(k_1=50, k_2=50, α = 0,025)=1,75).

3) Построить доверительные интервалы для оценки средних.

4) Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий H_0: $M(x)=M(y)$ при H_1: $M(x)\neq M(y)$, $\alpha=0{,}05$.

X		
N	интервал	частота
1	[10; 20)	5
2	[20; 40)	11
3	[40; 60)	19
4	[60; 80)	9
5	[80; 100]	6

Y		
N	интервал	частота
1	[10; 20)	8
2	[20; 40)	12
3	[40; 60)	21
4	[60; 80)	9

3.9. Даны две выборки, имеющие нормальное распределение.

1) Найти выборочные средние, дисперсии.

2) Проверить гипотезу о равенстве дисперсий: H_0: $D(x)=D(y)$ при H_1: $D(x)>D(y)$, $\alpha=0{,}1$.

3) Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий H_0: $M(x)=M(y)$ при H_1: $M(x)\neq M(y)$, $\alpha=0{,}1$.

X	20	30	50	60
m	5	15	25	5

Y		
N	интервал	частота
1	[0; 20)	8
2	[20; 40)	20
3	[40; 60)	15
4	[60; 80)	7

3.10. Из нормальной генеральной совокупности извлечена выборка n = 20, найдены $\bar{x}=4{,}3$; исправленная дисперсия $S_x^2=2$. При $\alpha=0{,}05$ проверить гипотезу H_0: a = 4 при H_1: $a\neq 4$.

3.11. Из многолетних наблюдений известно, что средний рост жителей страны составляет 175 см. В отдельном регионе были обследованы 150 жителей, у которых средний рост составил 176 см с дисперсией $S_x^2 = 50$. Можно ли утверждать, что средний рост жителей этого региона отличается от среднего роста в стране?

3.12. Известно, что средняя летняя температура некоторого региона составляет 18°С. В отдельном году летняя температура составила:

Интервал, градусы	[12–16)	[16–20)	[20–24)	[24–28)
Число дней	14	26	32	18

Можно ли считать, что температура этим летом является аномальной при $\alpha = 0{,}05$?

Самостоятельная работа

3.1. На двух токарных станках обрабатываются втулки. Отобраны две выборки (имеющие нормальное распределение) с каждого станка объемом $n_1 = 10$ и $n_2 = 15$ штук каждая. По данным выборок рассчитаны выборочные дисперсии размеров втулок $S_1^2 = 9{,}6$ и $S_2^2 = 5{,}7$ мкм^2. Проверить гипотезу о том, что станки имеют одинаковую точность обработки (дисперсии равны при конкурирующей гипотезе: одна из дисперсий больше). Уровень значимости $\alpha = 0{,}05$.

3.2. Для выборок, имеющих нормальное распределение, найдены: $\bar{x} = 165$; $\bar{y} = 170$; $S_x^2 = 18$; $S_y^2 = 15$; $n_x = 20$; $m_y = 25$.

Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий H_0: $M(x) = M(y)$ при H_1: $M(x) \neq M(y)$, $\alpha = 0{,}05$. Предполагается, что дисперсии равны.

3.3. Две группы студентов сдают экзамен, получают оценки:

1 группа: пять человек – «2», десять – «3», два – «4», один – «5»;

2 группа: два человека – «2», восемь – «3», пять – «4», два – «5».

Найти:

а) средние значения $\bar{x}$, $\bar{y}$;

б) выборочные дисперсии S_x^2 и S_y^2;

в) проверить гипотезу о равенстве дисперсий H_0: $D(x)=D(y)$ при H_1: $D(x)\neq D(y)$, $\alpha=0{,}1$.

г) Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий оценок H_0: $M(x)=M(y)$ при H_1: $M(x)\neq M(y)$, $\alpha=0{,}05$.

3.4. Проверить H_0: величина имеет равномерное распределение при H_1: не имеет равномерное распределение, $\alpha=0{,}05$.

x_i	1	2	3	4	5	6
m_i	40	20	20	20	10	10

3.5. По сгруппированной выборке найти среднее значение, дисперсию, построить гистограмму, проверить гипотезу H_0: величина имеет нормальное распределение при H_1: не имеет нормальное распределение; $\alpha=0{,}05$. Построить доверительный интервал для среднего.

N	Интервал	частота
1	[0; 4)	5
2	[4; 8)	9
3	[8; 12)	19
4	[12; 16)	18
5	[16; 20)	13
6	[20; 24]	6

3.6. Даны две выборки, имеющие нормальное распределение.

1) Найти выборочные средние, дисперсии.

2) Считая, что генеральные дисперсии равны, проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий H_0: $M(x)=M(y)$ при H_1: $M(x)\neq M(y)$, $\alpha=0{,}1$.

X = 3, 5, 4, 6, 5, 8, 4

Y		
N	Интервал	частота
1	[1; 3)	5
2	[3; 5)	11
3	[5; 7)	19
4	[7; 9)	9
5	[9; 11]	6

3.7. Для выборок, имеющих нормальное распределение, найдены: $\bar{x}=4{,}5$; $\bar{y}=5{,}1$; $S_x^2=2$; $S_y^2=4$; n_x=16; m_y=21.

1) Построить доверительные интервалы для оценки средних.

2) Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий H_0: $M(x)=M(y)$ при H_1: $M(x)\neq M(y)$, $\alpha=0{,}05$.

3.8. Даны две выборки, имеющие нормальное распределение.

1) Найти выборочные средние, дисперсии.

2) Проверить гипотезу о равенстве дисперсий: H_0: $D(x) = D(y)$ при H_1: $D(x) \neq D(y)$, $\alpha = 0{,}05$. ($F_{табл}$(k_1=50, k_2=50, α = 0,025)=1,75).

3) Построить доверительные интервалы для оценки средних.

4) Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий H_0: $M(x) = M(y)$ при H_1: $M(x) \neq M(y)$, $\alpha = 0{,}05$.

X		
N	Интервал	частота
1	[10; 20)	5
2	[20; 40)	11
3	[40; 60)	19
4	[60; 80)	9
5	[80; 100]	6

Y		
N	Интервал	частота
1	[10; 20)	8
2	[20; 40)	12
3	[40; 60)	21
4	[60; 80)	9

3.9. Даны две выборки, имеющие нормальное распределение.

1) Найти выборочные средние, дисперсии.

2) Проверить гипотезу о равенстве дисперсий: H_0: $D(x) = D(y)$ при H_1: $D(x) \neq D(y)$, $\alpha = 0{,}1$.

3) Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий H_0: $M(x) = M(y)$ при H_1: $M(x) \neq M(y)$ $\alpha = 0{,}1$.

4) Построить доверительные интервалы для математических ожиданий a_x и a_y при γ = 0,95.

X	20	30	50	60
m	5	15	25	5

Y		
N	Интервал	частота
1	[0; 20)	8
2	[20; 40)	20
3	[40; 60)	15
4	[60; 80)	7

3.10. В двух продовольственных магазинах в течение 15 дней фиксировалась дневная выручка. Средняя выручка в первом магазине составила 23 тыс. руб., во втором – 16 тыс. руб. Выборочные дисперсии соответственно равны: 9 и 2 тыс. руб^2.

Проверить, значимо ли отличаются средние значения выручки в двух магазинах, $\alpha = 0{,}05$.

3.11. Для 10 промышленных предприятий вычислена средняя зарплата $\overline{X} = 27{,}0$ тыс. руб. и исправленная выборочная дисперсия $S_x^2 = 47{,}07$. Для 13 предприятий сферы обслуживания соответствующие величины составляют: $\overline{Y} = 19{,}9$ и $S_y^2 = 98{,}42$.

Проверить гипотезу о равенстве средних значений зарплаты на промышленных предприятиях и предприятиях сферы обслуживания при конкурирующей гипотезе, что зарплаты не равны, $\alpha = 0{,}05$.

3.12. Из нормальной генеральной совокупности извлечена выборка $n = 30$, найдены $\bar{x} = 8{,}5$; исправленная дисперсия $S_x^2 = 3$. При $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу H_0: $a = 8$ при H_1: $a \neq 8$.

3.13. Из нормальной генеральной совокупности извлечена выборка n=16, найдены $\bar{x} = 83$; $S_x^2 = 16$. При $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу H_0: $a = 80$ при H_1: $a \neq 80$.

3.14. По нормативу жирность молока должна составлять 5%. Обследованы 10 партий молока, получены результаты, в процентах: 4,6; 4,9; 4,9; 4,5; 5,1; 5,0; 4,8; 5,1; 5,0; 5,1. Проверить, соответствует ли средняя жирность молока нормативу, $\alpha = 0{,}05$.

3.15. Известно, что средняя температура некоторого региона в апреле составляет 10°С. В отдельном году температура в апреле составила:

Интервал, градусы	[2–6)	[6–10)	[10–14)	[14–18)	[18–22)
Число дней	4	10	9	5	2

Можно ли считать, что температура в этом апреле является аномальной при $\alpha = 0{,}05$?

4. Парная линейная регрессия. Коэффициент корреляции, его свойства, проверка значимость

Практическое занятие

4.1. Построить диаграмму рассеивания, найти уравнение линейной парной регрессии, построить линию регрессии на диаграмме рассеивания, вычислить коэффициент корреляции, проверить его значимость на уровне значимости 0,05.

а)

x	–1	1	2	3	4
y	5	3	2	0	-1

б)

x	– 1	0	3	4	5	7
y	– 5	– 2	0	5	7	7

в)

x	–2	0	2	3	5	6	7
y	6	4	2	1	1	–3	–3

5. Линеаризующие преобразования, коэффициент детерминации, проверка значимости

5.1. Построить диаграмму рассеивания, найти уравнение **заданного вида**, построить линию регрессии на диаграмме рассеивания, вычислить коэффициент детерминации, проверить его значимость на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$.

а) прямой $y = \rho x + b$

x	–2	0	1	3	5
y	4	5	2	2	–1

б) гиперболы $y = \dfrac{\rho}{x} + b$

x	1	2	3	4	5
y	7	3	2	2	1

в) логарифмической кривой $y = \rho \cdot \ln x + b$

x	1	2	3	5	9
y	1	3	5	7	10

5.2. Построить диаграмму рассеивания, найти уравнение **заданных зависимостей**, вычислить коэффициент детерминации, проверить его значимость. **Выбрать наиболее значимое уравнение** регрессии при $\alpha = 0{,}05$.

1. Линейной: $y = \rho x + b$
2. Степенной: $y = a \cdot x^b$
3. Показательной: $y = a \cdot b^x$

x	1	2	5	7	9
y	1	3	5	6	9

Самостоятельная работа

5.1. Построить диаграмму рассеивания, найти уравнение линейной парной регрессии, построить линию регрессии на диаграмме рассеивания, вычислить коэффициент корреляции, проверить его значимость на уровне значимости 0,05.

а)

x	–1	0	1	2	3
y	4	3	3	0	–1

б)

x	–2	0	3	4	5	7
y	–3	–2	0	3	4	6

в)

x	0	1	2	3	5	6	7
y	–5	1	0	3	4	6	4

5.2. Построить диаграмму рассеивания, найти уравнение **заданного вида**, построить линию регрессии на диаграмме рассеивания, вычислить коэффициент детерминации, проверить его значимость на уровне значимости 0,05.

а) линейной $y = \rho x + b$

x	-2	0	1	2	5
y	8	5	6	4	0

б) гиперболы $y = \dfrac{\rho}{x} + b$

x	0,5	1	2	4	5
y	6	4	2	1	1

в) логарифмической кривой $y = \rho \cdot \ln x + b$

x	0,5	1	3	5	10
y	0	2	5	6	12

5.3. Построить диаграмму рассеивания, найти уравнение **заданных зависимостей**, вычислить коэффициент детерминации, проверить его значимость. **Выбрать наиболее значимое уравнение** регрессии при $\alpha = 0{,}05$.

1. Линейной $y = \rho x + b$
2. Степенной регрессии $y = a \cdot x^b$
3. Показательной регрессии $y = a \cdot b^x$

x	0,5	1	3	5	10
y	1	2	5	5	9

Самостоятельная работа студентов

Студенты обязаны в объеме часов отпущенных на самостоятельную работу при изучении данной дисциплины выполнять следующие виды самостоятельной работы:

- разбор и изучение теоретического материала по учебникам, пособиям и конспектам лекций;
- решение заданий по темам практических занятий;
- подготовка к промежуточному контролю.

К экзамену/зачету необходимо выполнить все виды работ.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения раздела «Математика: математическая статистика»:

Основная литература

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст]: учебное пособие для студентов вузов / В. Е. Гмурман. – Москва: Юрайт, 2010. – 479 с.

2. Казунина, Г. А. Математика: 2 семестр [Электронный ресурс]: учебное пособие для самостоятельной работы студентов направлений подготовки 140400.62 «Электроэнергетика и электротехника» и 140100 «Промышленная теплоэнергетика» / Г. А. Казунина, Г. А. Липина; ФГБОУ ВПО «Кузбас. гос. техн. ун-т

им. Т. Ф. Горбачева», Каф. математики. – Кемерово, 2012. http://library.kuzstu.ru/meto.php?n=90723&type=utchposob:common

3. Горлач, Б. А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / Б. А. Горлач. – Электрон. дан. – Санкт-Петербург: Лань, 2013. – 320 с. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/4864.

Дополнительная литература

1. Закс Л. Статистическое оценивание. – Москва: Статистика, 1976. – 598 с.

Приложение 1

Таблица значений функции $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{x^2}{2}}dx$

X	***Ф*(*x*)**	***x***	***Ф*(*x*)**	***x***	***Ф*(*x*)**	***x***	***Ф*(*x*)**
0,00	0,0000	0,32	0,1255	0,64	0,2389	0,96	0,3315
0,01	0,0040	0,33	0,1293	0,65	0,2422	0,97	0,3340
0,02	0,0080	0,34	0,1331	0,66	0,2454	0,98	0,3365
0,03	0,0120	0,35	0,1368	0,67	0,2486	0,99	0,3389
0,04	0,0160	0,36	0,1406	0,68	0,2517	1,00	0,3413
0,05	0,0199	0,37	0,1443	0,69	0,2549	1,01	0,3438
0,06	0,0239	0,38	0,1480	0,70	0,2580	1,02	0,3461
0,07	0,0279	0,39	0,1517	0,71	0,2611	1,03	0,3485
0,08	0,0319	0,40	0,1554	0,72	0,2642	1,04	0,3508
0,09	0,0359	0,41	0,1591	0,73	0,2673	1,05	0,3531
0,10	0,0398	0,42	0,1628	0,74	0,2703	1,06	0,3554
0,11	0,0438	0,43	0,1664	0,75	0,2734	1,07	0,3577
0,12	0,0478	0,44	0,1700	0,76	0,2764	1,08	0,3599
0,13	0,0517	0,45	0,1736	0,77	0,2794	1,09	0,3621
0,14	0,0557	0,46	0,1772	0,78	0,2823	1,10	0,3643
0,15	0,0596	0,47	0,1808	0,79	0,2852	1,11	0,3665
0,16	0,0636	0,48	0,1844	0,80	0,2881	1,12	0,3686
0,17	0,0675	0,49	0,1879	0,81	0,2910	1,13	0,3708
0,18	0,0714	0,50	0,1915	0,82	0,2939	1,14	0,3729
0,19	0,0758	0,51	0,1950	0,83	0,2967	1,15	0,3749
0,20	0,0793	0,52	0,1985	0,84	0,2995	1,16	0,3770
0,21	0,0832	0,53	0,2019	0,85	0,3023	1,17	0,3790
0,22	0,0871	0,54	0,2054	0,86	0,3051	1,18	0,3810
0,23	0,0910	0,55	0,2088	0,87	0,3078	1,19	0,3830
0,24	0,0948	0,56	0,2123	0,88	0,3106	1,20	0,3849
0,25	0,0987	057	0,2157	0,89	0,3133	1,21	0,3869
0,26	0,1026	0,58	0,2190	0,90	0,3159	1,22	0,3883
0,27	0,1064	0,59	0,2224	0,91	0,3186	1,23	0,3907
0,28	0,1103	0,60	0,2257	0,92	0,3212	1,24	0,3925
0,29	0,1141	0,61	0,2291	0,93	0,3238	1,25	0,3944
0,30	0,1179	0,62	0,2324	0,94	0,3264	1,26	0,3962
0,31	0,1217	0,63	0,2357	0,95	0,3289	1,27	0,3980

Продолжение прил.1

x	***Φ*(*x*)**	*x*	***Φ*(*x*)**	*x*	***Φ*(*x*)**	*x*	***Φ*(*x*)**
1,28	0,3997	1,61	0,4463	1,94	0,4738	2,54	0,4945
1,28	0,4015	1,62	0,4474	1,95	0,4744	2,56	0,4948
1,30	0,4032	1,63	0,4484	1,96	0,4750	2,58	0,4951
1,31	0,4049	1,64	0,4495	1,97	0,4756	2,60	0,4953
1,32	0,4066	1,65	0,4505	1,98	0,4761	2,62	0,4956
1,33	0,4082	1,66	0,4515	1,99	0,4767	2,64	0,4959
1,34	0,4099	1,67	0,4525	2,00	0,4772	2,66	0,4961
1,35	0,4115	1,68	0,4535	2,02	0,4783	2,68	0,4963
1,36	0,4131	1,69	0,4545	2,04	0,4793	2,70	0,4965
1,37	0,4147	1,70	0,4554	2,06	0,4803	2,72	0,4967
1,38	0,4162	1,71	0,4564	2,08	0,4812	2,74	0,4969
1,39	0,4177	1,72	0,4573	2,10	0,4821	2,76	0,4971
1,40	0,4192	1,73	0,4582	2,12	0,4830	2,78	0,4973
1,41	0,4207	1,74	0,4591	2,14	0,4838	2,80	0,4974
1,42	0,4222	1,75	0,4599	2,16	0,4846	2,82	0,4976
1,43	0,4236	1,76	0,4608	2,18	0,4854	2,84	0,4977
1,44	0,4251	1,77	0,4616	2,20	0,4861	2,86	0,4979
1,45	0,4265	1,78	0,4625	2,22	0,4868	2,88	0,4980
1,46	0,4279	1,79	0,4633	2,24	0,4875	2,90	0,4981
1,47	0,4292	1,80	0,4641	2,26	0,4881	2,92	0,4982
1,48	0,4306	1,81	0,4649	2,28	0,4887	2,94	0,4984
1,49	0,4319	1,82	0,4656	2,30	0,4893	2,96	0,4985
1,50	0,4332	1,83	0,4664	2,32	0,4898	2,98	0,4986
1,51	0,4345	1,84	0,4671	2,34	0,4904	3,00	0,49865
1,52	0,4357	1,85	0,4678	2,36	0,4909	3,20	0,49931
1,53	0,4370	1,86	0,4686	2,38	0,4916	3,40	0,49966
1,54	0,4382	1,87	0,4693	2,40	0,4918	3,60	0,499841
1,55	0,4394	1,88	0,4699	2,42	0,4922	3,80	0,499928
1,56	0,4406	1,89	0,4706	2,44	0,4927	4,00	0,499969
1,57	0,4418	1,90	0,4713	2,46	0,4931	4,50	0,499997
1,58	0,4429	1,91	0,4719	2,48	0,4934	5,00	0,499997
1,59	0,4441	1,92	0,4726	2,50	0,4938		
1,60	0,4452	1,93	0,4732	2,52	0,4941		

Примечание к таблице:

1) Функция $\Phi(x)$ нечётная, то есть $\Phi(-x) = -\Phi(x)$;

2) $\Phi(x) = 0{,}5$ при $x > 5$.

Приложение 2

Критические точки распределения Стьюдента при $\alpha = 0{,}05$
(двухсторонняя критическая область)

Число степеней свободы k	$T_{крит}$	Число степеней свободы k	$T_{крит}$
1	12,7062	17	2,1098
2	4,3027	18	2,1009
3	3,1824	19	2,0930
4	2,7764	20	2,0860
5	2,5706	22	2,0739
6	2,4469	24	2,0639
7	2,3646	25	2,0595
8	2,3060	30	2,0423
9	2,2622	40	2,0211
10	2,2281	50	2,0086
11	2,2010	60	2,0003
12	2,1788	70	1,9944
13	2,1604	80	1,9901
14	2,1448	90	1,9867
15	2,1314	100	1,9840
16	2,1199	∞	1,9600

Приложение 3

Проверка статистических гипотез

<table>
<tr><th>Задача</th><th>Гипотеза</th><th>Наблюдаемое значение статистики, число степеней свободы</th><th>Критическая область (H_0 отвергается)</th></tr>
<tr><td rowspan="2">1. Сравнение дисперсий двух нормальных генеральных совокупностей</td><td>$H_0\colon\ D_1 = D_2$
$H_1\colon\ D_1 > D_2$</td><td rowspan="2">Критерий Фишера-Снедекера
$F_{набл} = \dfrac{S_1^2}{S_2^2}$,
S_1^2 и S_2^2 – большая и меньшая выборочные дисперсии;
$k_1 = n_1 - 1,\ \ k_2 = n_2 - 1$</td><td>$F_{набл} > F_{кр}$,
$F_{кр} = F(\alpha; k_1; k_2)$
(прил. 4)</td></tr>
<tr><td>$H_0\colon\ D_1 = D_2$
$H_1\colon\ D_1 \neq D_2$</td><td>$F_{набл} > F_{кр}$,
$F_{кр} = F(\alpha/2; k_1; k_2)$
(прил. 4)</td></tr>
<tr><td>2. Сравнение средних значений двух нормальных генеральных совокупностей. $D(x)$ и $D(y)$ – неизвестны, но предполагается, что они равны</td><td>$H_0\colon\ M(x) = M(y)$
$H_1\colon\ M(x) \neq M(y)$</td><td>Критерий Стьюдента
$T_{набл} = \dfrac{\lvert \bar{x} - \bar{y} \rvert}{\sqrt{(n_x - 1)S_x^2 + (n_y - 1)S_y^2}} \times$
$\times \sqrt{\dfrac{n_x n_y (n_x + n_y - 2)}{n_x + n_y}}$
$k = n_x + n_y - 2$</td><td>$T_{набл} > T_{кр}$
$T_{кр}(\alpha, k)$ по «Критические точки распределения Стьюдента (двусторонняя критическая область)» (прил. 2)</td></tr>
</table>

3. Сравнение средних значений двух нормальных генеральных совокупностей. $D(x)$ и $D(y)$ – неизвестны, причем гипотеза об их равенстве отклоняется	H_0: $M(x)=M(y)$ H_1: $M(x)\neq M(y)$	***Критерий Стьюдента*** $T_{набл}=\dfrac{\lvert\bar{x}-\bar{y}\rvert}{\sqrt{\dfrac{S_x^2}{n_x}+\dfrac{S_y^2}{n_y}}}$, $k=\dfrac{\left(S_x^2/n_x+S_y^2/n_y\right)^2}{\dfrac{\left(S_x^2/n_x\right)^2}{n_x-1}+\dfrac{\left(S_y^2/n_y\right)^2}{n_y-1}}-2$, округляется до целого числа	$T_{набл}>T_{кр}$ $T_{кр}(\alpha,k)$ по «Критические точки распределения Стьюдента (двусторонняя критическая область)» (прил. 2)
4. Сравнение выборочной средней с гипотетической генеральной средней нормальной совокупности a_0, дисперсия неизвестна	H_0: $a=a_0$ H_1: $a\neq a_0$	***Критерий Стьюдента*** $T_{набл}=\dfrac{\lvert\bar{x}-a_0\rvert}{S_x}\cdot\sqrt{n}$, $k=n-1$	$T_{набл}>T_{кр}$ $T_{кр}(\alpha,k)$ по «Критические точки распределения Стьюдента (двусторонняя критическая область)» (прил. 2)

5. Проверка гипотезы о предполагаемом законе неизвестного распределения	H_0: генеральная совокупность имеет предполагаемый закон распределения H_1: генеральная совокупность имеет предполагаемый закон распределения	***Критерий согласия Пирсона*** $\chi^2_{набл} = \sum_{i=1}^{r} \frac{(m_i - m_i^T)^2}{m_i^T}$, $k = s - 1 - r$, где r – число интервалов после объединения, s – число параметров распределения	$\chi^2_{набл} > \chi^2_{кр}$ $\chi^2_{кр}(\alpha,\ k)$ по «Критические точки распределения χ^2» (прил. 5)

Приложение 4

Критические точки распределения F Фишера-Снедекора при $\alpha = 0{,}05$

Число степеней свободы k_2	Число степеней свободы k_1																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	15	20	24	30	40	60	120
1	161	200	216	225	230	234	237	239	271	242	243	244	246	248	249	250	251	252	253
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,76	8,74	8,70	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,94	5,91	5,86	5,80	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,71	4,68	4,62	4,56	4,53	4,50	4,46	4,43	4,40
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00	3,94	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,60	3,57	3,51	3,44	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,31	3,28	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,10	3,07	3,01	2,94	2,90	2,86	2,83	2,79	2,75
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,94	2,91	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,82	2,79	2,72	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,72	2,69	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,63	2,60	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,57	2,53	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,51	2,48	3,52	3,37	3,29	3,21	3,13	3,05	2,96
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,46	2,42	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,41	2,38	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,37	2,34	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,34	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,31	2,28	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,21	2,18	2,11	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,13	2,09	2,01	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,04	2,00	1,92	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,95	1,92	1,84	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,09	2,02	1,96	1,91	1,87	1,83	1,75	1,66	1,61	1,55	1,50	1,43	1,35

Приложение 5

Критические точки распределения χ^2 при $\alpha = 0{,}05$

Число степеней свободы *k*	$\chi^2_{крит}$
1	3,8
2	6,0
3	7,8
4	9,5