

**Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Кузбасский государственный технический университет
имени Т. Ф. Горбачева»**

**И. В. КУЗНЕЦОВ И. А. ПАНАЧЕВ Ю. Ф. ГЛАЗКОВ
Г. В. ШИРОКОЛОБОВ С. А. СИДЕЛЬНИКОВ**

**ПРАКТИКУМ ПО МЕХАНИКЕ
ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА**

Учебное пособие

Кемерово 2018

УДК 539.3(075.8)
ББК 30.121я73

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Директор Горного института Северо-Восточного федерального университета им. М. К. Аммосова, доктор технических наук, профессор Б. Н. Заровняев.

Профессор кафедры механики ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский горный университет», доктор технических наук М. Ю. Насонов.

Доцент кафедры механики ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский горный университет», кандидат технических наук П. В. Артамонов.

Практикум по механике деформируемого твердого тела: учебное пособие / И. В. Кузнецов, И. А. Паначев, Ю. Ф. Глазков, Г. В. Широколов, С. А. Сидельников; КузГТУ. – Кемерово, 2018. – 165 с.

ISBN 978-5-906969-70-5

Практикум подготовлен по дисциплинам «Сопротивление материалов», «Техническая механика», «Механика деформируемого твердого тела».

Теоретическая часть содержит подробный вывод уравнений по рассматриваемому разделу и вопросы для самостоятельного контроля знаний. Излагаются основные теории, гипотезы и уравнения сопротивления материалов, теория напряженно-деформированного состояния, рассматриваются простые и сложные виды деформирования твердого тела.

Предназначен для студентов технических направлений подготовки и специальностей.

Печатается по решению редакционно-издательского совета КузГТУ.

УДК 539.3(075.8)
ББК 30.121я73

© КузГТУ, 2018
© И. В. Кузнецов, И. А. Паначев,
Ю. Ф. Глазков, Г. В. Широколов,
С. А. Сидельников, 2018

ISBN 978-5-906969-70-5

СОДЕРЖАНИЕ

ГЛАВА 1 ПРАКТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ.....	4
1.1 Геометрические характеристики поперечных сечений.....	4
1.2 Растяжение-сжатие бруса.....	7
1.3 Растяжение-сжатие шарнирно-стержневых статически определимых систем.....	14
1.4 Растяжение-сжатие шарнирно-стержневых статически неопределимых систем...	16
1.5 Анализ напряженно-деформированного состояния в точке твердого тела.....	27
1.6 Практические задачи на срез.....	30
1.7 Расчет вала при кручении.....	35
1.8 Расчеты на прочность при изгибе.....	39
1.9 Расчеты на жесткость при изгибе.....	47
1.10 Расчеты на прочность и жесткость при косом изгибе.....	52
1.11 Расчеты на прочность и жесткость при кручении с изгибом.....	56
1.12 Расчеты при внецентренном сжатии.....	59
1.13 Устойчивость стержней при сжатии.....	62
1.14 Основы расчета на удар.....	65
ГЛАВА 2 ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ.....	67
2.1 Упругие постоянные материала при растяжении-сжатии.....	67
2.2 Механические характеристики материала при растяжении-сжатии.....	73
2.3 Упругие постоянные материала при чистом сдвиге.....	88
2.4 Определение деформаций и напряжений при чистом изгибе.....	95
2.5 Косой изгиб.....	105
2.6 Устойчивость стержней при сжатии.....	113
ГЛАВА 3 САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА.....	120
3.1 Контрольная работа студентов заочной формы обучения.....	120
3.2 Пример оформления отчета по лабораторной работе	128
3.3 Примеры оформления расчетно-графических работ.....	136
3.4 Справочные данные.....	140
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	165

ГЛАВА 1 ПРАКТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

1.1 Геометрические характеристики поперечных сечений

Дано: поперечное сечение, состоящее из уголка равнобокого 90×7 и двутавра № 22 (рис. 1.1.1).

Требуется: найти положение главных центральных осей инерции и значение главных моментов инерции; начертить сечение в масштабе 1:2 и указать на нем все размеры в числах и все оси.

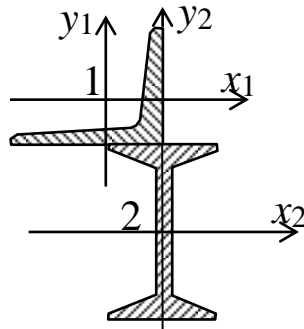


Рисунок 1.1.1 – Схема поперечного сечения

Решение.

Из сортамента выбираем необходимые данные.

Для уголка равнобокого 90×7 по ГОСТ 8509-89 $b = 90$ мм, $d = 7$ мм, $z_0 = 2,47$ см, $F_1 = 12,28$ см², $I_{x_1} = I_{y_1} = 94,3$ см⁴, $I_{\max} = 150$ см⁴, $I_{\min} = 38,9$ см⁴.

Для двутавра по ГОСТ 8239-89 $h = 220$ мм, $b = 110$ мм, $d = 5,7$ мм, $F_2 = 30,6$ см², $I_{x_2} = 2550$ см⁴, $I_{y_2} = 157$ см⁴.

Проводим вспомогательную систему осей координат (x' , y'). Начало координат, для сокращения объема вычислений, целесообразно расположить в центре тяжести какой-либо из фигур, например двутавра (рис. 1.1.2). Определяем координаты центра тяжести C всей фигуры в системе осей x' и y'

$$\begin{aligned}x_1 &= -z_0; & y_1 &= \frac{h}{2} + z_0 = \frac{22}{2} + 2,47 = 13,47; \\x_2 &= 0; & y_2 &= 0.\end{aligned}$$

$$x_c = \frac{\sum S_{y_i}}{\sum F_i} = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2}{F_1 + F_2} = \frac{-2,47 \times 12,28}{12,28 + 30,6} = -0,707 \text{ см};$$

$$y_c = \frac{\sum S_{x_i}}{\sum F_i} = \frac{F_1 y_1 + F_2 y_2}{F_1 + F_2} = \frac{13,47 \times 12,28}{12,28 + 30,6} = 3,86 \text{ см}.$$

Через центр тяжести C (рис. 1.1.2) проводим центральные оси x_c и y_c параллельно проведенным ранее собственным осям уголка и двутавра (x_1, y_1, x_2, y_2).

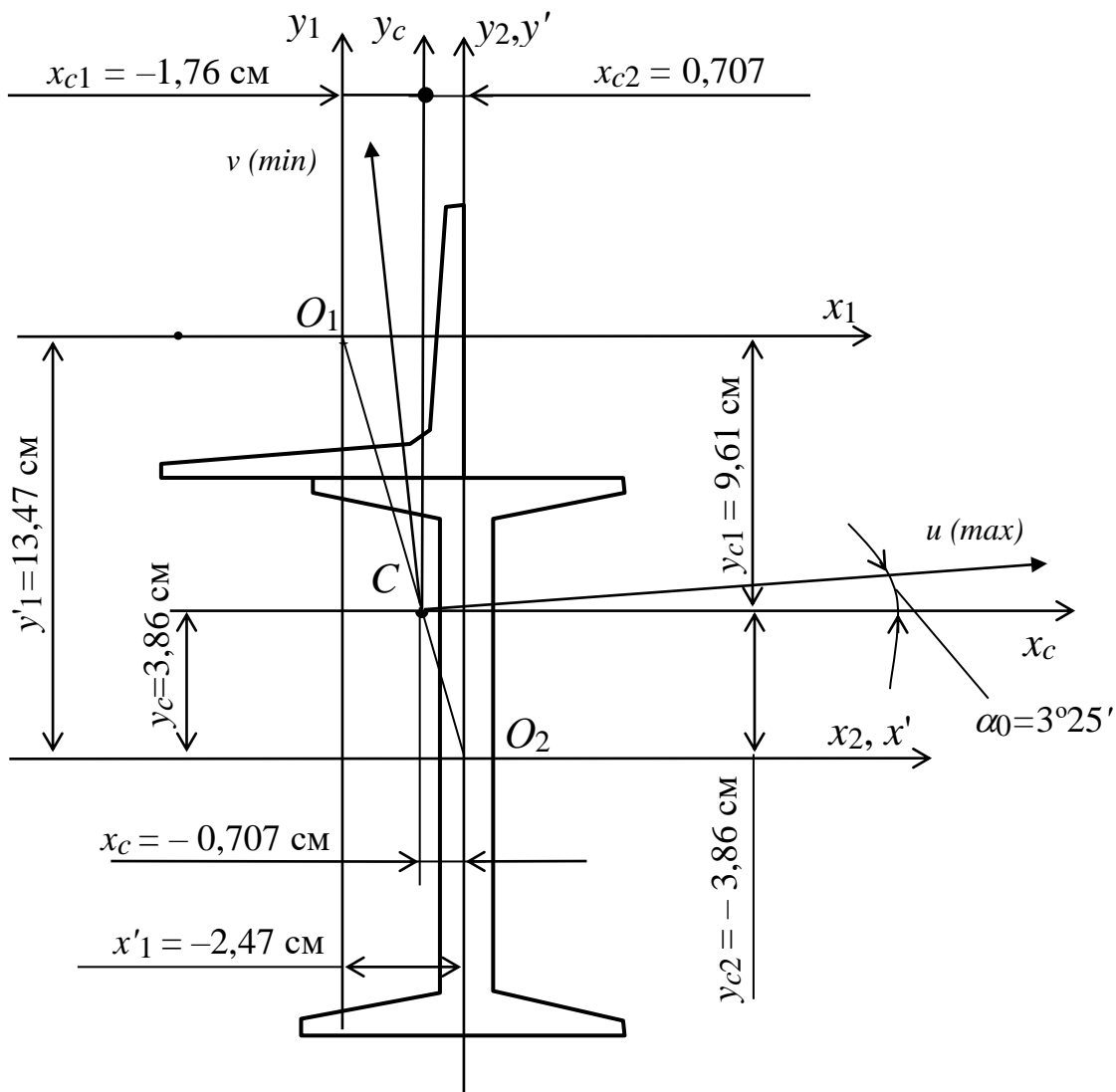


Рисунок 1.1.2 – Определение положения главных центральных осей инерции

В системе координат центральных осей x_c и y_c координаты центров тяжести уголка и двутавра определяем из выражений

$$y_{c_i} = y_i - y_c; \quad x_{c_i} = x_i - x_c.$$

Данные сводим в табл. 1.1.1.

Таблица 1.1.1

Точка	x'_i , см	y'_i , см	y_{ci} , см	x_{ci} , см
O_1	-2,47	13,47	9,61	-1,76
O_2	0	0	-3,86	0,707

Вычисляем осевые и центробежный моменты инерции относительно центральных осей x_c, y_c

$$I_{x_c} = \sum(I_{x_i} + y_{c_i}^2 F_i) = I_{x_1} + y_{c_1}^2 F_1 + I_{x_2} + y_{c_2}^2 F_2 = 94,3 + 9,61^2 \times 12,28 + 2550 + (-3,86)^2 \times 30,6 = 4234 \text{ см}^4;$$

$$I_{y_c} = \sum(I_{y_i} + x_{c_i}^2 F_i) = I_{y_1} + x_{c_1}^2 F_1 + I_{y_2} + x_{c_2}^2 F_2 = 94,3 + (-1,76)^2 \times 12,28 + 157 + 0,707^2 \times 30,6 = 294,6 \text{ см}^4;$$

$$I_{x_c y_c} = \sum(I_{x_i y_i} + y_{c_i} x_{c_i} F_i) = I_{x_1 y_1} + y_{c_1} x_{c_1} F_1 + I_{x_2 y_2} + y_{c_2} x_{c_2} F_2 = 55,5 + (-1,76) \times 9,61 \times 12,28 + 0 + 0,707 \times 3,86 \times 30,6 = -236 \text{ см}^4.$$

Для равнобокого уголка

$$I_{x_1 y_1} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{2} = \frac{150 - 38,9}{2} = 55,5 \text{ см}^4.$$

Для двутавра $I_{x_2 y_2} = 0$.

Знак центробежного момента инерции уголка определяем по правилам, изображенным на рис. 1.1.3.

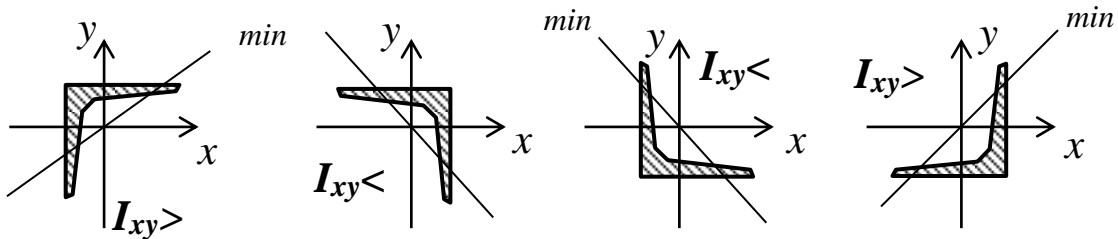


Рисунок 1.1.3 – Правило знаков центробежного момента

Находим угол поворота главных центральных осей u и v относительно центральных осей x_c и y_c

$$\tan 2\alpha_0 = -\frac{2I_{x_c y_c}}{I_{x_c} - I_{y_c}} = -\frac{2 \times (-236)}{4234 - 294,6} = 0,12;$$

$$2\alpha_0 = \tan^{-1} 0,12 \rightarrow \alpha_0 = 3^\circ 25'.$$

Поскольку угол α_0 положительный, то главная центральная ось u повернута относительно оси x_c против часовой стрелки, а так как $I_{x_c} > I_{y_c}$, то эта ось является осью u (max), относительно которой момент инерции будет максимальным.

Вычисляем главные моменты инерции:

$$I_{\max, \min} = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{x_c y_c}^2};$$

$$I_{\max} = I_u = \frac{4234 + 294,6}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(4234 - 294,6)^2 + 4 \times (-236)^2} = 4248 \text{ см}^4;$$

$$I_{\min} = I_v = \frac{4234 + 294,6}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(4234 - 294,6)^2 + 4 \times (-236)^2} = 280,6 \text{ см}^4.$$

Выполняем проверки

$$I_{x_c} + I_{y_c} = I_u + I_v \rightarrow 4234 + 294,6 = 4248 + 280,6;$$

$$4528,6 = 4528,6.$$

$$I_{uv} = 0,5(I_{x_c} - I_{y_c}) \sin 2\alpha_0 + I_{x_c y_c} \cos 2\alpha_0;$$

$$I_{uv} = 0,5 \times (4234 - 294,6) \sin(6^\circ 50') - 236 \times \cos(6^\circ 50');$$

$$I_{uv} = 234 - 234 = 0.$$

1.2 Растяжение-сжатие бруса

Дано: расчетная схема ступенчатого стержня (рис. 1.2.1); материал стержня – сталь ВСтЗсп5; допустимое напряжение при растяжении: $[\sigma]^+ = 160$ МПа; допустимое напряжение при сжатии: $[\sigma]^- = 120$ МПа; модуль продольной упругости стали: $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; минимальный зазор между крайним нижним сечением L и шестерней: $\delta = 3 \cdot 10^{-3}$ м.

Требуется: проверить стержень на прочность и жесткость.

Решение.

1. Расчет ступенчатого стержня на прочность

1) Определяем опорную реакцию R_A в жесткой заделке «А».

Для этого спроецируем на ось z действующие на стержень все внешние известные силы $3P$; P ; $2P$ и неизвестную опорную реакцию R_A .

$$\begin{aligned} \Sigma z = 0 &\rightarrow R_A; \\ + R_A + 3P + P - 2P &= 0; \\ + R_A + 300 + 100 - 200 &= 0; \\ R_A &= -200 \text{ кН} = -20 \text{ т.} \end{aligned}$$

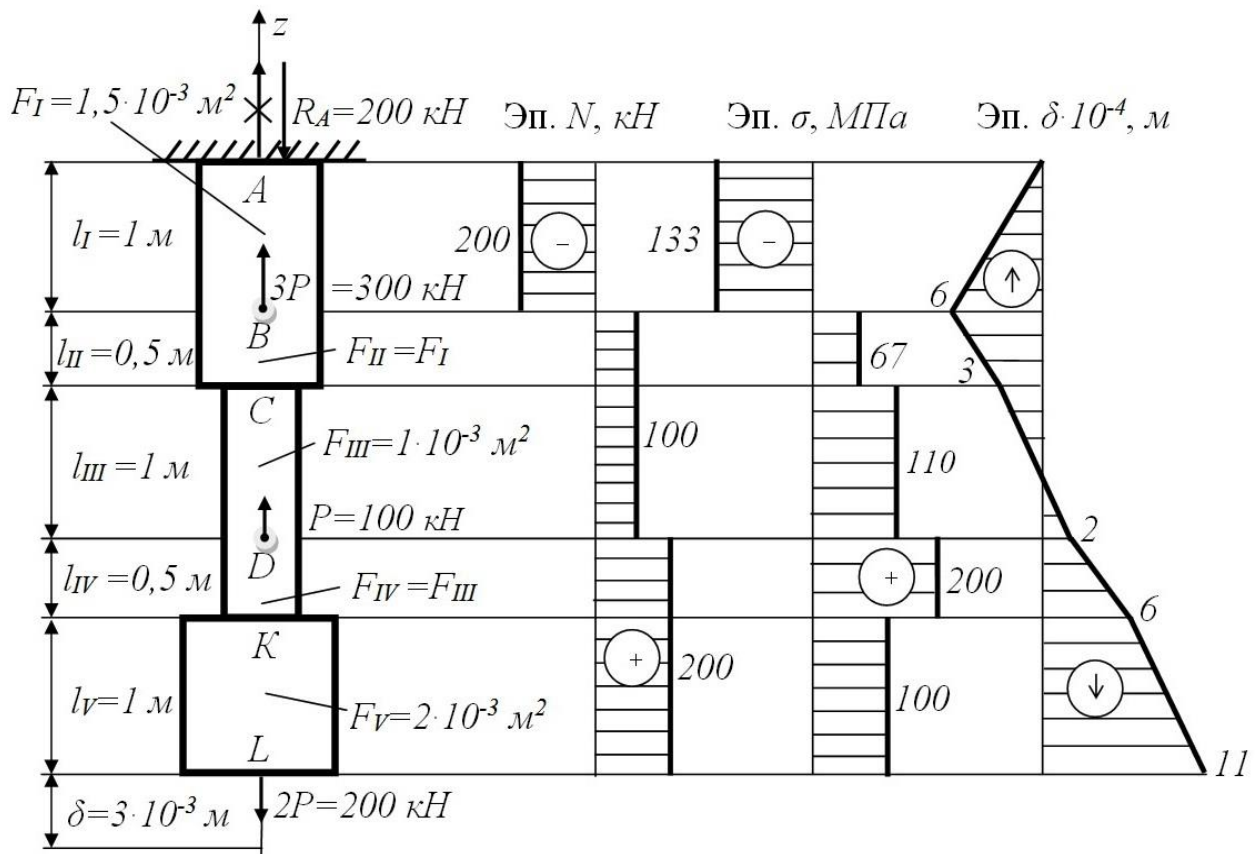


Рисунок 1.2.1 – Расчетная схема ступенчатого стержня и эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и перемещений сечений δ

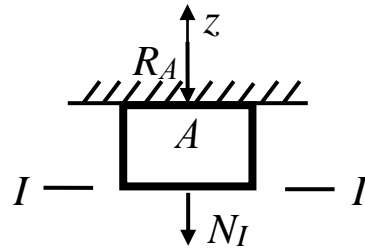
Знак «минус» перед числом 200 в ответе показывает, что первоначальное направление опорной реакции R_A вверх было выбрано неверно и поэтому необходимо ее направление поменять на противоположное (как в теоретической механике). На рис. 1.2.1 с расчетной схемой стержня первоначально показанную опорную реакцию R_A необходимо зачеркнуть и направить в противоположном направлении.

2) Определяем внутренние продольные силы N на участках стержня, пользуясь методом сечений.

а) Участок $A-B$

Сечением $I-I$ между точкам A и B отсекаем от стержня верхнюю часть стержня и заменяем действие отброшенной нижней части стержня внутренней продольной силой N_I , направленной вниз (от сечения $I-I$).

$$\begin{aligned} \Sigma Z = 0 &\rightarrow N_I; \\ -N_I - R_A &= 0; \\ -N_I - 200 &= 0; \\ N_I &= -200 \text{ кН} = -20 \text{ т.} \end{aligned}$$



Знак «минус» перед числом 200 в ответе показывает, что первоначальное направление внутренней продольной силы N_I было выбрано неверно и ее направление необходимо поменять на противоположное, т. е. направить вверх (к сечению $I-I$).

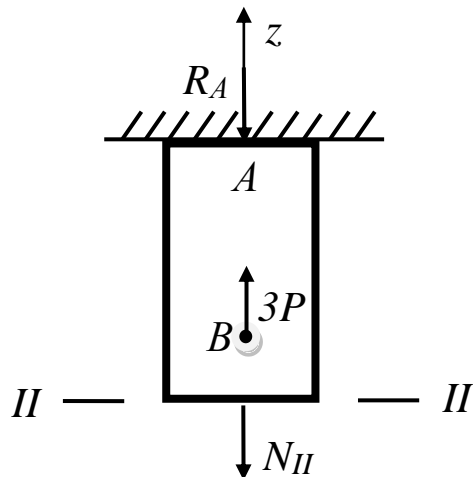
После исправления направления силы N_1 , если расчет по ее определению повторить, то сила N_I будет иметь тоже числовое значение, но уже со знаком «плюс»

$$N_I = 200 \text{ кН} = 20 \text{ т } \ominus.$$

Направление силы N_I (от сечения) указывает на то, что у стержня рассматриваемый участок $A-B$ сжимается и сила N_I в этом случае считается сжимающей (отрицательной). Поэтому после числа следует указать знак «минус» \ominus .

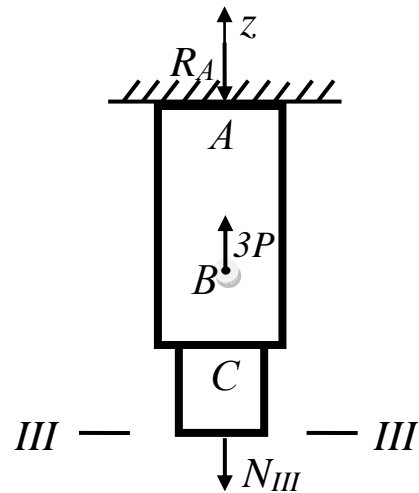
б) Участок $B-C$

$$\begin{aligned} \Sigma Z = 0 &\rightarrow N_{II}; \\ -N_{II} + 3P - R_A &= 0; \\ -N_{II} + 300 - 200 &= 0; \\ N_{II} &= 100 \text{ кН} = 10 \text{ т } \oplus. \end{aligned}$$



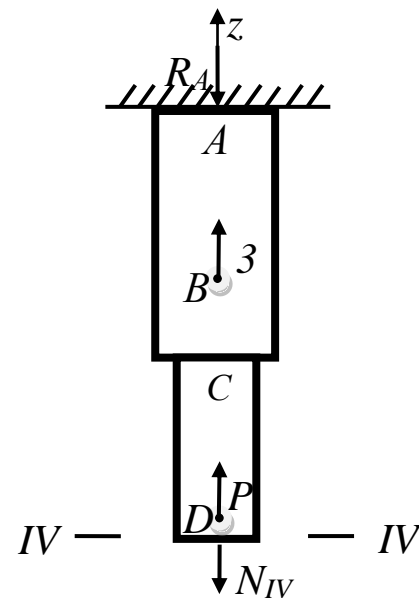
в) Участок C–D

$$\begin{aligned} \Sigma Z = 0 &\rightarrow N_{III}; \\ -N_{III} + 3P - R_A &= 0; \\ -N_{III} + 300 - 200 &= 0; \\ N_{III} &= 100 \text{ кН} = 10 \text{ т} \oplus. \end{aligned}$$



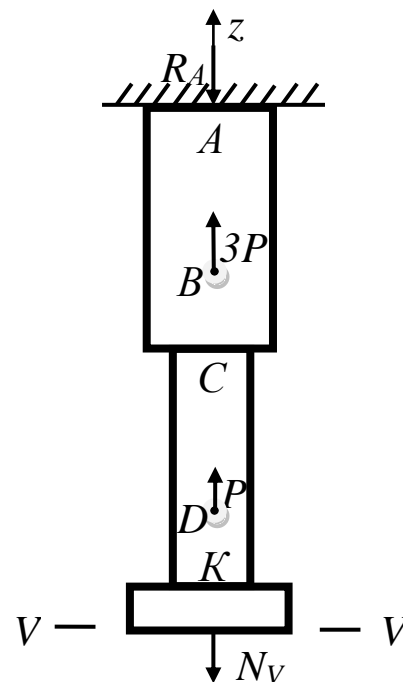
г) Участок D–K

$$\begin{aligned} \Sigma Z = 0 &\rightarrow N_{IV}; \\ -N_{IV} + P + 3P - R_A &= 0; \\ -N_{IV} + 100 + 300 - 200 &= 0; \\ N_{IV} &= 200 \text{ кН} = 20 \text{ т} \oplus. \end{aligned}$$



д) Участок K–L

$$\begin{aligned} \Sigma Z = 0 &\rightarrow N_V; \\ -N_V + P + 3P - R_A &= 0; \\ -N_V + 100 + 300 - 200 &= 0; \\ N_V &= 200 \text{ кН} = 20 \text{ т} \oplus. \end{aligned}$$



Знаки «плюс» \oplus , указанные после чисел в ответах, означают, что у стержня (в отличие от участка $A-B$) участки $B-C$, $C-D$, $D-K$, $K-L$ растягиваются.

По полученным значениям строим эпюру внутренних продольных сил N .

3) Определяем нормальные напряжения σ для каждого участка ступенчатого стержня с использованием формулы

$$\sigma_i = \frac{N_i}{F_i};$$

$$\sigma_I = \frac{N_I}{F_I} = \frac{(-200) \cdot 10^3}{1,5 \cdot 10^{-3}} = 1,33 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2 = -133 \text{ МПа } \ominus;$$

$$\sigma_{II} = \frac{N_{II}}{F_{II}} = \frac{100 \cdot 10^3}{1,5 \cdot 10^{-3}} = 0,67 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2 = 67 \text{ МПа } \oplus;$$

$$\sigma_{III} = \frac{N_{III}}{F_{III}} = \frac{100 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^{-3}} = 1 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2 = 100 \text{ МПа } \oplus;$$

$$\sigma_{IV} = \frac{N_{IV}}{F_{IV}} = \frac{200 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2 = 200 \text{ МПа } \oplus;$$

$$\sigma_V = \frac{N_V}{F_V} = \frac{200 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-3}} = 1 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2 = 100 \text{ МПа } \oplus.$$

Знак «плюс» показывает, что участок растягивается и напряжения σ здесь растягивающие, знак «минус» показывает, что участок сжимается и напряжения σ здесь сжимающие.

По полученным значениям строим эпюру нормальных напряжений σ .

4) Проверяем стержень на прочность на опасных участках.

Для этого выбираем максимальные значения нормальных растягивающих и сжимающих напряжений σ . В сопротивлении материалов принято обозначать максимальные растягивающие напряжения σ_{\max} , а максимальные сжимающие напряжения σ_{\min} .

Для проверки прочности стержня необходимо максимальные растягивающие напряжения сравнить с допускаемыми напряжениями на растяжение, а максимальные сжимающие напряжения – с допускаемыми напряжениями на сжатие, т. к. на растяжение и на сжатие материал стержня работает различным образом. При расчете стержня на сжатие необходимо еще учитывать его способность терять устойчивость, но этот вопрос

будет рассматриваться позже. Поэтому возможная потеря устойчивости стержнем учитывается разными допускаемыми напряжениями на растяжение и сжатие. На растяжение допускаемое напряжение больше, на сжатие меньше.

$$\begin{aligned}\sigma_{\max} = \sigma_{IV} &= +200 \text{ МПа} > [\sigma]^+ = 160 \text{ МПа}; \\ \sigma_{\min} = \sigma_I &= -133 \text{ МПа} > [\sigma]^- = 120 \text{ МПа}.\end{aligned}$$

Так как фактические напряжения на первом и четвертом участках стержня более чем на 5 % превышают соответствующие допускаемые напряжения, то условия прочности не удовлетворяются и требуется произвести подбор новых площадей сечений для этих участков.

5) Подбираем новые площади сечений для опасных участков стержня.

Для этого используем условие прочности стержня при растяжении-сжатии:

$$\sigma_i = \frac{N_i}{F_i} \leq [\sigma],$$

откуда

$$F_i \geq \frac{N_i}{[\sigma]},$$

$$F_I \geq \frac{|N_I|}{[\sigma]^-} = \frac{200 \cdot 10^3}{120 \cdot 10^6} = 1,67 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2;$$

$$F_{IV} \geq \frac{N_{IV}}{[\sigma]^+} = \frac{200 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Примем для первого и второго участков стержня полученные площади.

II. Расчет ступенчатого стержня на жесткость

1) Определяем абсолютные продольные деформации $\Delta \ell$ участков стержня, используя для этого закон Гука.

$$\Delta \ell_i = \frac{N_i \ell_i}{EF_i},$$

$$\Delta \ell_I = \frac{N_I \ell_I}{EF_I} = \frac{-200 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 1,67 \cdot 10^{-3}} = -6 \cdot 10^{-4} \text{ м } \ominus;$$

$$\Delta \ell_{II} = \frac{N_{II} \ell_{II}}{EF_{II}} = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3}} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ м } \oplus;$$

$$\Delta \ell_{III} = \frac{N_{III} \ell_{III}}{EF_{III}} = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 10^{-3}} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м } \oplus;$$

$$\Delta \ell_{IV} = \frac{N_{IV} \ell_{IV}}{EF_{IV}} = \frac{200 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 1,25 \cdot 10^{-3}} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м } \oplus;$$

$$\Delta \ell_V = \frac{N_V \ell_V}{EF_V} = \frac{200 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м } \oplus.$$

2) Определяем перемещения характерных сечений стержня.

Перемещения сечений складываются из абсолютных продольных деформаций участков стержня.

Перемещение сечения A равно нулю, т. к. сечение A является опорным и поэтому не может перемещаться:

$$\delta_A = 0;$$

$$\delta_B = \delta_A + \Delta \ell_I = 0 + (-6 \cdot 10^{-4}) = -6 \cdot 10^{-4} \text{ м } \ominus;$$

сечение B перемещается вверх;

$$\delta_C = \delta_B + \Delta \ell_{II} = -6 \cdot 10^{-4} + 3 \cdot 10^{-4} = -3 \cdot 10^{-4} \text{ м } \ominus;$$

сечение C перемещается вверх;

$$\delta_D = \delta_C + \Delta \ell_{III} = -3 \cdot 10^{-4} + 5 \cdot 10^{-4} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м } \oplus;$$

сечение D перемещается вниз;

$$\delta_K = \delta_D + \Delta \ell_{IV} = 2 \cdot 10^{-4} + 4 \cdot 10^{-4} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м } \oplus;$$

сечение K перемещается вниз;

$$\delta_L = \delta_K + \Delta \ell_V = 6 \cdot 10^{-4} + 5 \cdot 10^{-4} = 11 \cdot 10^{-4} \text{ м } \oplus;$$

сечение L перемещается вниз.

По полученным значениям строим эпюру перемещений сечений стержня δ .

3) Проверяем стержень на жесткость.

При оценке жесткости стержня опасным сечением является сечение L , т. к. при его перемещении вниз может происходить контакт стержня с шестерней. Сечение L , согласно построенной эпюре δ , перемещается вниз и может задеть шестерню, что недопустимо, т. к. это может препятствовать нормальной эксплуатации механизма, в который входит ступенчатый стержень и

шестерня. Проверим эту возможность и если перемещение сечения L будет меньше, равно, либо превышать допускаемое перемещение $[\delta]$ не более чем на 5 %, то условие жесткости стержня будет удовлетворено.

$$\delta_L = 11 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,11 \text{ см} < [\delta] = \frac{\delta}{n} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{2} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Условие жесткости удовлетворяется.

1.3 Растяжение-сжатие шарнирно-стержневых статически определимых систем

Дано: кронштейн, прикрепленный к стене (рис. 1.3.1а), удерживает груз $P = 150$ кН. Кронштейн состоит из стальной тяги (1) и деревянного подкоса (2). Постоянные материалов – $[\sigma]_{\text{ст}} = 160$ МПа, $[\sigma]_{\text{дер}} = 8$ МПа, $E_{\text{ст}} = 2 \cdot 10^5$ МПа, $E_{\text{дер}} = 8 \cdot 10^4$ МПа.

Требуется: определить площади поперечного сечения ($F_{\text{ст}}$, $F_{\text{дер}}$); опускание узла B не должно превышать 1/400 вылета кронштейна.

Решение.

1) Определение усилий в стержнях.

Рассматривается статическая сторона задачи:

а) строится план сил и составляются уравнения равновесия для основного тела системы – узла B (рис. 1.3.1б).

Реакции стержней N_1 и N_2 соответствуют их работе – реакция растянутого 1-го стержня направлена от узла B , реакция сжатого 2-го стержня направлена к узлу B .

Составляются уравнения равновесия:

$$\sum P_{xi} = 0, \quad -N_1 + N_2 \sin \alpha = 0, \quad \sin \alpha = \frac{3}{5} = 0,6,$$

$$\sum P_{yi} = 0, \quad N_2 \cos \alpha - P = 0, \quad \cos \alpha = \frac{4}{5} = 0,8.$$

Откуда

$$N_2 = \frac{P}{\cos \alpha} = \frac{150}{0,8} = 187,5 \text{ кН},$$

$$N_1 = N_2 \sin \alpha = 187,5 \cdot 0,6 = 112,5 \text{ кН};$$

б) подбор сечения из условия прочности

$$F_1 \geq \frac{N_1}{[\sigma]_{cm}} = \frac{112,5 \times 10^3}{160 \times 10^5} = 0,000703 \text{ м}^2 = 7,03 \text{ см}^2,$$

$$F_2 \geq \frac{N_2}{[\sigma]_{деp}} = \frac{187,2 \times 10^3}{8 \times 10^6} = 0,0234 \text{ м}^2 = 234 \text{ см}^2.$$

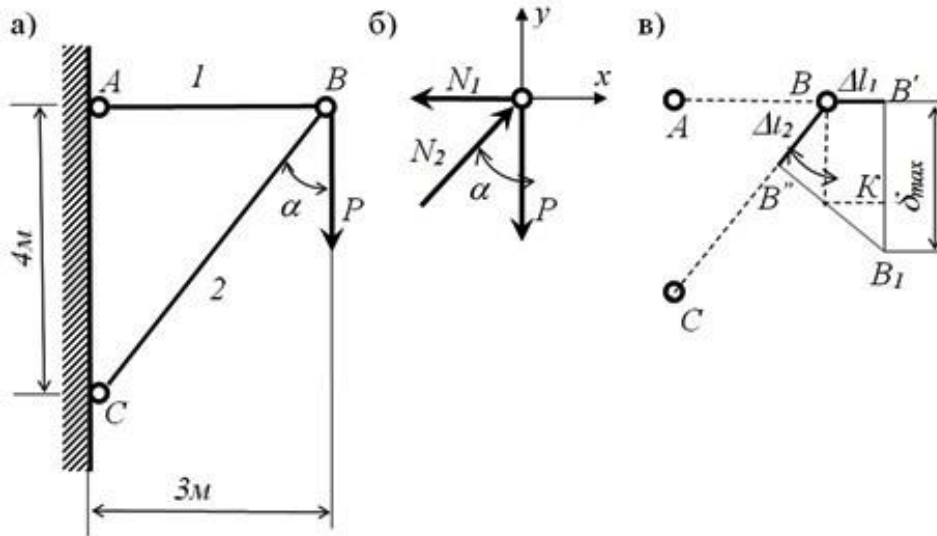


Рисунок 1.3.1 – Заданная схема (а), план сил (б), план перемещений (в)

2) Определение вертикального перемещения узла B .

Вначале определяются абсолютные деформации стержней

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{E_1 F_1} = \frac{112,5 \cdot 10^3 \cdot 3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 7,03 \cdot 10^{-4}} = 0,24 \cdot 10^{-2} \text{ м (удлинение),}$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{E_2 F_2} = \frac{-187,5 \cdot 10^3 \cdot 5}{1 \cdot 10^{10} \cdot 234 \cdot 10^{-4}} = -0,4 \cdot 10^{-2} \text{ м (укорочение).}$$

3) Строится план перемещений заданной системы (см. рис. 1.3.1в).

Откладываются абсолютные деформации: удлинение Δl_1 , укорочение Δl_2 . Получаются точки B' и B'' – конечные сечения стержней после деформации. Эти сечения должны совпасть в точке B_1 – окончательном положении узла B . Произойдет это в результате поворота первого стержня вокруг узла A , второго стержня

относительно узла C . При повороте точка B' будет перемещаться по дуге окружности с радиусом AB . Однако в силу малости перемещений движение точки по дуге окружности заменяем движением по прямой перпендикулярной радиусу поворота. Точка B'' будет перемещаться по перпендикуляру к CB . Пересечение перпендикуляров даст точку B_1 .

Из рис. 1.3.1 в видно, что δ_{\max} равна сумме отрезков $B'K$ и B_1K :

$$\begin{aligned}\delta_{\max} &= B'K + B_1K = \frac{\Delta l_2}{\cos \alpha} + \Delta l_1 \tan \alpha = \\ &= \frac{0,4}{0,8} + 0,24 \cdot 0,75 = 0,68 \text{ см.}\end{aligned}$$

4) Проверка жесткости.

Допускаемое опускание точки B по условию задачи равно

$$\begin{aligned}[\delta] &= \frac{AB}{400} = \frac{300}{400} = 0,75 \text{ см.} \\ \delta_{\max} &\leq [\delta], \quad 0,68 < 0,75 \text{ см.}\end{aligned}$$

Условие жесткости выполняется.

1.4 Растяжение-сжатие шарнирно-стержневых статически неопределимых систем

Дано: Абсолютно жесткая балка AB опирается, как показано на рис. 1.4.1, нагружена равномерно-распределенной нагрузкой и силой P (табл. 1.4.1).

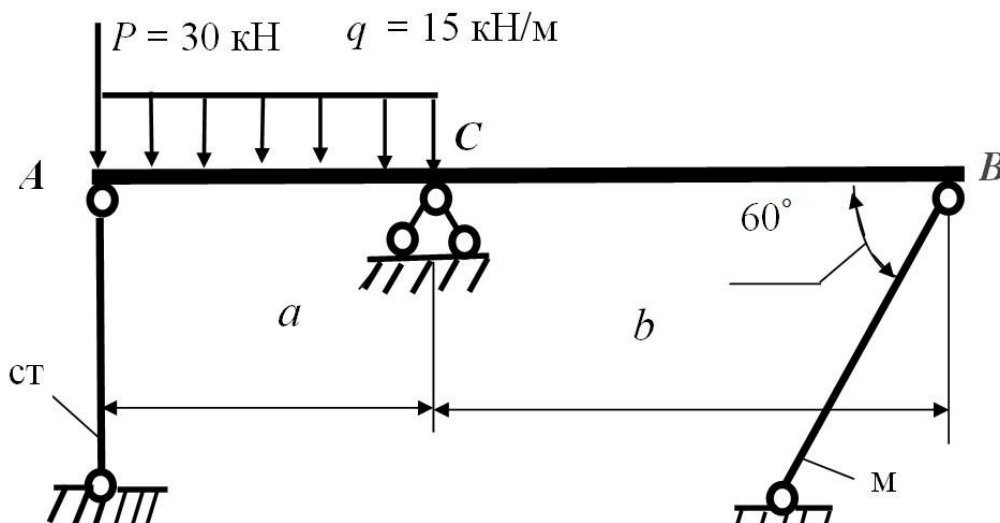


Рисунок 1.4.1 – Схема статически неопределимой системы

Таблица 1.4.1 – Исходные данные для расчета

Материал	E , МПа	$[\sigma]^+$, МПа	$[\sigma]^-$, МПа	α , 1/град	l , м	P , кН	q , кН/м	a , м	b , м	$\frac{F_{CT}}{F_M}$
Сталь	$2 \cdot 10^5$	160	120	$125 \cdot 10^{-7}$	1,2	30	1,5	2	4	$\frac{3}{4}$
Медь	$1 \cdot 10^5$	84	42	$165 \cdot 10^{-7}$	1,9					

Требуется: определить усилия (N_{CT} , N_M), площади поперечных сечений (F_{CT} , F_M) и напряжения (σ_{CT}^P , σ_M^P) в стальном (CT) и медном (M) стержнях от $[\sigma]^+$ действия внешних нагрузок P и q ; определить дополнительные напряжения в стержнях (σ_{CT}^t , σ_M^t) от изменения температуры на $\Delta t = +20$ °С; определить дополнительные напряжения в стержнях, вызванные неточностью изготовления вертикального стержня $\Delta = 0,1$ см; определить суммарные напряжения в стержнях от действия нагрузок, изменения температуры и неточности изготовления.

Решение.

1) Расчет на внешнее нагружение

Статическая сторона задачи

Строится план сил. План сил – это расчетная схема, на которой показаны все силы (известные, и неизвестные), приложенные к элементу шарнирно-стержневой системы, равновесие которого рассматривается (в нашем случае это жесткая балка AB). Разрежем стальной и медный стержни и отброшенные их нижние части заменим внутренними усилиями (рис. 1.4.2).

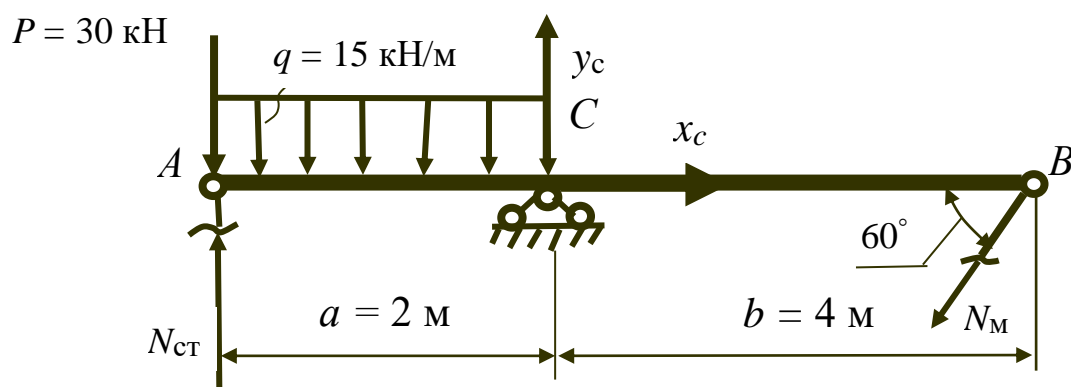


Рисунок 1.4.2 – План сил от внешних нагрузок

Из плана сил (см. рис. 1.4.2) записываем уравнения статического равновесия. Для ответа на первый вопрос задачи необходимо знать усилия в стержнях – стальном и медном. Реакцию шарнирно-неподвижной опоры вычислять в данном случае нет необходимости. Поэтому из трех возможных уравнений статики ($\Sigma X = 0$; $\Sigma Y = 0$; $\Sigma m_c = 0$) записываем такое, в которое не входят реакции шарнирно-неподвижной опоры С:

$$\begin{aligned} \sum m_c = 0 \rightarrow -N_{\text{ст}} a + q \frac{a^2}{2} + Pa - N_{\text{м}} \sin 60^\circ b = 0. \\ N_{\text{ст}} \times 2 + 15 \times 222 + 30 \times 2 - N_{\text{м}} \times 0,866 \times 4 = 0 \rightarrow \\ \rightarrow N_{\text{ст}} + 1,37N_{\text{м}} = 45. \end{aligned} \quad (1.4.1)$$

Геометрическая сторона задачи

Строится план перемещений. План перемещений – это расчетная схема, на которой показано положение шарнирно-стержневой системы до и после нагружения. На плане перемещений указываем перемещения точек балки (AA_1 и BB_1), абсолютные деформации медного и стального стержней ($\Delta l_{\text{ст}}$; $\Delta l_{\text{м}}$) (рис. 1.4.3). Причем в силу малых деформаций точки балки перемещаем по вертикали вверх или вниз, а деформации наклонных стержней отмечаем перпендикуляром.

По плану перемещений составляем уравнение совместимости деформаций. В первую очередь запишем соотношение перемещений точек балки из подобия треугольников CAA_1 и CBV_1 (рис. 1.4.3):

$$\frac{AA_1}{BB_1} = \frac{AC}{CB}. \quad (1.4.2)$$

Перемещения точек балки (AA_1 и BB_1) выразим через деформации стержней ($\Delta l_{\text{ст}}$; $\Delta l_{\text{м}}$):

$$AA_1 = \Delta l_{\text{ст}}. \quad (1.4.3)$$

Из треугольника BB_1B_2 выразим

$$BB_1 = \frac{B_1B_2}{\sin 60^\circ} = \frac{\Delta l_{\text{м}}}{\sin 60^\circ}. \quad (1.4.4)$$

Выражения (1.4.3) и (1.4.4) подставим в соотношение (1.4.2):

$$\frac{\Delta l_{\text{ст}} \sin 60^\circ}{\Delta l_{\text{м}}} = \frac{AC}{CB}; \quad \frac{\Delta l_{\text{ст}} \times 0,866}{\Delta l_{\text{м}}} = \frac{2}{4}.$$

$$0,866\Delta l_{\text{ст}} = 0,5\Delta l_{\text{м}}. \quad (1.4.5)$$

Уравнение (1.4.5) есть уравнение совместимости деформации (УСД).

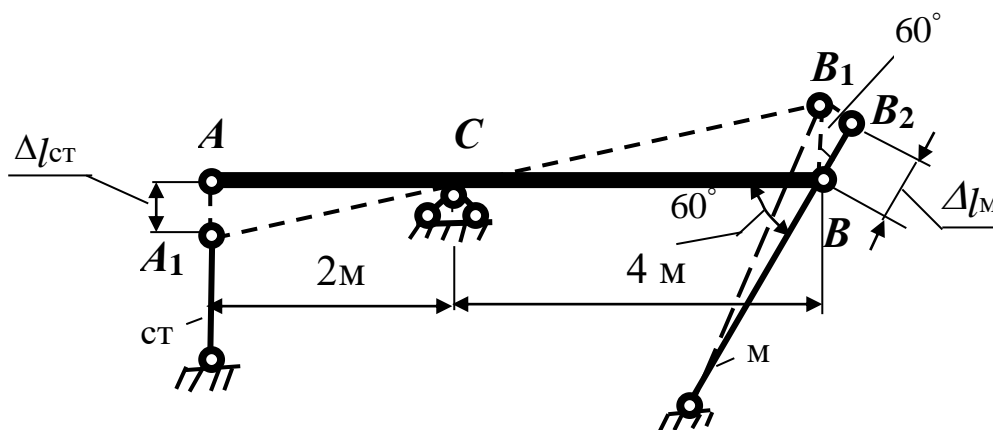


Рисунок 1.4.3 – План перемещений от действия внешних нагрузок

Физическая сторона задачи

Полученное уравнение совместимости деформации (1.4.5) в таком виде не решается с уравнением равновесия (1.4.1), потому что входящие в них неизвестные величины разного характера.

Абсолютные деформации $\Delta l_{\text{ст}}$, $\Delta l_{\text{м}}$ выразим через усилия в стержнях по закону Гука:

$$\Delta l = \frac{Nl}{EF} \rightarrow 0,866 \frac{N_{\text{ст}} l_{\text{ст}}}{E_{\text{ст}} F_{\text{ст}}} = 0,5 \frac{N_{\text{м}} l_{\text{м}}}{E_{\text{м}} F_{\text{м}}}.$$

Подставим числовые значения исходных данных, а $F_{\text{ст}}$ выразим через $F_{\text{м}}$ согласно исходным данным:

$$\frac{F_{\text{ст}}}{F_{\text{м}}} = \frac{3}{4} \rightarrow F_{\text{ст}} = \frac{3}{4} F_{\text{м}} \rightarrow F_{\text{ст}} = 0,75 F_{\text{м}}.$$

$$0,866 \frac{N_{\text{ст}} \times 1,2}{2 \times 10^5 \times 0,75 \times F_{\text{м}}} = 0,5 \frac{N_{\text{м}} \times 1,9}{1 \times 10^5 \times F_{\text{м}}} \rightarrow 0,67 N_{\text{ст}} = 0,95 N_{\text{м}}. \quad (1.4.6)$$

Выражение (1.4.6) – уравнение совместимости деформаций, записанное через усилия в стержнях.

Синтез

Решим совместно уравнение равновесия и уравнение совместимости деформаций

$$\begin{cases} N_{\text{ст}} + 1,73N_{\text{м}} = 45 \\ 0,67N_{\text{ст}} = 0,95N_{\text{м}} \end{cases}$$

Из второго уравнения системы выразим усилие $N_{\text{ст}}$ и подставим в первое уравнение системы:

$$\frac{0,95}{0,67}N_{\text{м}} + 1,73N_{\text{м}} = 45 \rightarrow N_{\text{м}} = 14,3 \text{ кН}, N_{\text{ст}} = 20,3 \text{ кН}.$$

Положительный результат $N_{\text{ст}}$ и $N_{\text{м}}$ подтверждает наши предположения сжатия стального стержня и растяжения медного стержня, значит, усилия в стержнях будут

$$N_{\text{ст}} = -20,3 \text{ кН}; \quad N_{\text{м}} = 14,3 \text{ кН}.$$

Подбор поперечных сечений стержней

Подбор поперечных сечений стержней ведется по условию прочности при растяжении-сжатии

$$\frac{N}{F} \leq [\sigma].$$

а) требуемая из условия прочности площадь поперечного сечения стального стержня будет определена

$$F_{\text{ст}} \geq \frac{N_{\text{ст}}}{[\sigma]_{\text{ст}}^-} \geq \frac{20,3}{120 \times 10^3} \geq 1,7 \times 10^{-4} \text{ м}^2.$$

При этом, согласно заданному отношению площадей, площадь медного стержня должна быть равна

$$F_{\text{м}} = \frac{4}{3}F_{\text{ст}} = \frac{4}{3} \times 1,7 \times 10^{-4} = 2,27 \times 10^{-4} \text{ м}^2.$$

б) требуемая из условия прочности площадь поперечного сечения медного стержня будет определена

$$F_{\text{м}} \geq \frac{N_{\text{м}}}{[\sigma]_{\text{м}}^+} \geq \frac{14,3}{84 \times 10^3} \geq 1,7 \times 10^{-4} \text{ м}^2.$$

При этом, согласно заданному отношению площадей, площадь стального стержня должна быть равна

$$F_{\text{ст}} = \frac{3}{4} F_{\text{М}} = \frac{3}{4} \times 1,7 \times 10^{-4} = 1,275 \times 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Принимаем большие площади поперечных сечений стержней

$$F_{\text{ст}} = 1,7 \times 10^{-4} \text{ м}^2, \quad F_{\text{М}} = 2,27 \times 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Напряжения в стержнях от внешних сил

При принятых площадях поперечных сечений медного и стального стержней определим напряжения в этих стержнях.

$$\sigma_{\text{ст}}^P = \frac{N_{\text{ст}}}{F_{\text{ст}}} = \frac{-20,3 \times 10^{-3}}{1,7 \times 10^{-4}} = -119,4 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\text{М}}^P = \frac{N_{\text{М}}}{F_{\text{М}}} = \frac{14,3 \times 10^{-3}}{2,27 \times 10^{-4}} = 63 \text{ МПа}.$$

2) Температурный расчет

Целью температурного расчета является определение дополнительных напряжений в медном и стальном стержнях от изменения температуры.

Допустим, система нагревается на $\Delta t = +20 \text{ }^\circ\text{C}$. Алгоритм решения остается прежним. Исходная расчетная схема представлена на рис. 1.4.4.

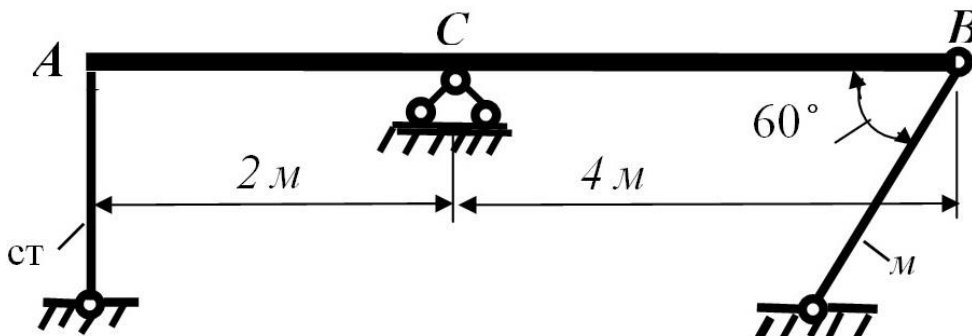


Рисунок 1.4.4 – Расчетная схема для расчета на температурные воздействия

Статическая сторона задачи

При построении плана сил направление усилия в одном из стержней предполагаем. Направление усилия во втором стержне принимаем в соответствии с принятым в первом, чтобы обеспечить

равновесие балки. При этом надо помнить, что оба стержня одновременно растянутыми быть не могут (рис. 1.4.5). В рассматриваемом примере стержни сжаты.

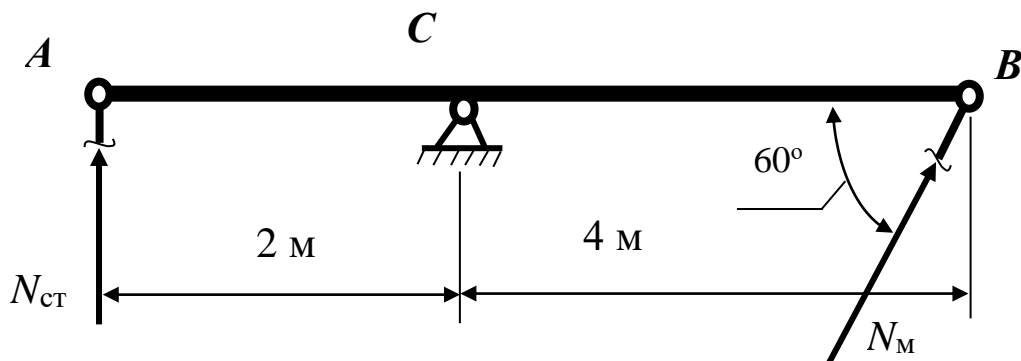


Рисунок 1.4.5 – План сил при температурном воздействии

Запишем уравнение равновесия

$$\sum m_c = 0 \rightarrow -N_{СТ} \times 2 + N_M \times \sin 60^\circ \times 4 = 0.$$

Полученное уравнение равновесия запишем через напряжения в стержнях, для чего разделим его на равноценные величины $F_{СТ}$ и $0,75 F_M$

$$-\frac{N_{СТ}}{F_{СТ}} \times 2 + \frac{N_M}{0,75 F_M} \times 0,866 \times 4 = 0 \rightarrow \sigma_{СТ} = 2,31 \sigma_M. \quad (1.4.7)$$

Геометрическая сторона задачи

Строим план перемещений, на котором изображаем заданную шарнирно-стержневую систему до нагрева и предположительное положение ее после нагрева (рис. 1.4.6).

На плане перемещений кроме полной, т. е. окончательной, деформации стержней (Δl_M и $\Delta l_{СТ}$) показаны виртуальные деформации от нагрева (Δl^t) и от усилий в стержнях (Δl^N). Причем в сжатых стержнях температурная деформация выходит за пределы полной деформации, а в случае растянутого стержня эта деформация будет в пределах полной деформации.

Из плана перемещений составим уравнение совместимости деформаций.

Из подобия треугольников CAA_1 и CBV_1 запишем отношение перемещений точек

$$\frac{AA_1}{BB_1} = \frac{AC}{CB} = \frac{2}{4} = 0,5 \rightarrow AA_1 = 0,5BB_1, \quad (1.4.8)$$

$$AA_1 = \Delta l_{CT} = \Delta l_{CT}^t - \Delta l_{CT}^N;$$

$$BB_1 = \frac{\Delta l_M}{\sin 60^\circ} = \frac{\Delta l_M^N - \Delta l_M^t}{\sin 60^\circ}.$$

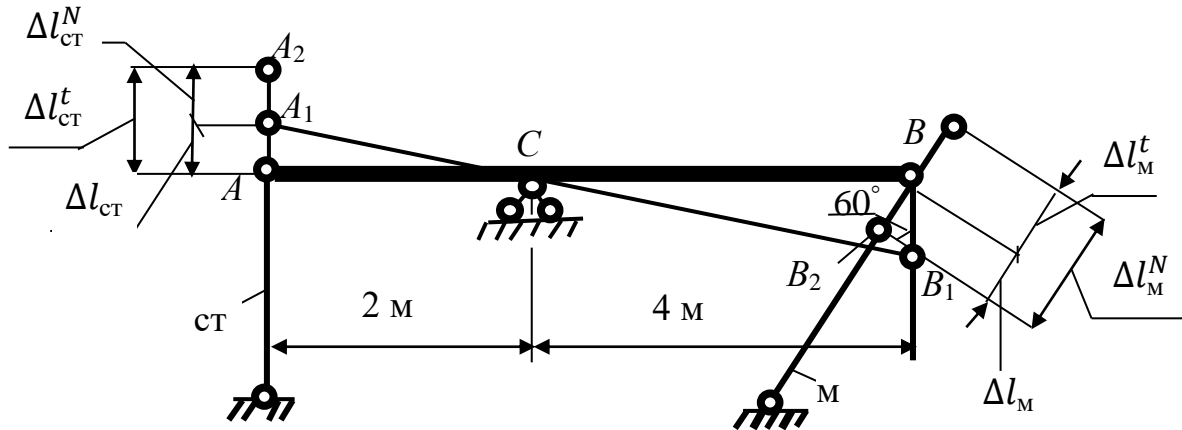


Рисунок 1.4.6 – План перемещений при температурном воздействии

Тогда зависимость (1.4.8) примет вид

$$\Delta l_{CT}^t - \Delta l_{CT}^N = 0,58(\Delta l_M^N - \Delta l_M^t). \quad (1.4.9)$$

Выражение (1.4.9) есть уравнение совместности деформаций при температурном воздействии на стержневую систему.

Физическая сторона задачи

Распишем деформации в уравнении (1.4.9) по закону физики и закону Гука:

$$\alpha_{CT} l_{CT} \Delta t - \frac{N_{CT} l_{CT}}{E_{CT} F_{CT}} = 0,58 \left(\frac{N_M l_M}{E_M F_M} - \alpha_M l_M \Delta t \right). \quad (1.4.10)$$

В уравнение (1.4.10) подставим числовые значения исходных данных и выразим напряжения

$$125 \times 10^{-7} \times 1,2 \times 20 - \sigma_{CT} \frac{1,2}{2 \times 10^5} = 0,58 \left(\sigma_M \frac{1,9}{1 \times 10^5} - 165 \times 10^{-7} \times 1,9 \times 20 \right).$$

После арифметических действий получим

$$0,6\sigma_{\text{ст}} + 1,1\sigma_{\text{м}} = 66,4. \quad (1.4.11)$$

Синтез

Решаем совместно уравнения (1.4.7) и (1.4.11):

$$\begin{cases} \sigma_{\text{ст}} = 2,31\sigma_{\text{м}} \\ 0,6\sigma_{\text{ст}} + 1,1\sigma_{\text{м}} = 66,4. \end{cases}$$

Выразим $\sigma_{\text{ст}}$ через $\sigma_{\text{м}}$ первого уравнения системы и подставим во второе уравнение системы:

$$1,386\sigma_{\text{м}} + 1,1\sigma_{\text{м}} = 66,4 \rightarrow \sigma_{\text{м}} = 26,71 \text{ МПа}, \sigma_{\text{ст}} = 61,7 \text{ МПа}.$$

Положительный результат подтверждает предположение сжатия обеих стержней. Следовательно, в стержнях действуют нормальные напряжения от нагрева системы:

$$\sigma_{\text{ст}}^t = -61,7 \text{ МПа}, \sigma_{\text{м}}^t = -23,7 \text{ МПа}.$$

3) Монтажный расчет

Целью монтажного расчета является определение дополнительных напряжений в стальном и медном стержнях. При монтаже стержневой системы очень часто допускаются отклонения от проектных размеров. Стержни могут быть изготовлены или длиннее, или короче заданных на некоторую величину Δ (рис. 1.4.7).

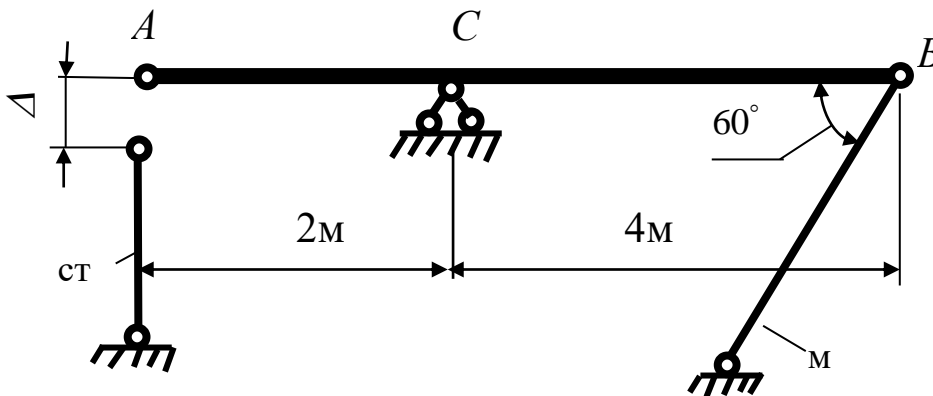


Рисунок 1.4.7 – Статически неопределимая система с зазором в шарнире А

Если величина Δ незначительна по сравнению с длинами стержней, то, приложив определенные усилия, можно произвести монтаж стержневой системы.

Статическая сторона задачи

При сборке стержневой системы, чтобы соединить узел A , необходимо растянуть стальной стержень. Построим план сил (рис. 1.4.8).

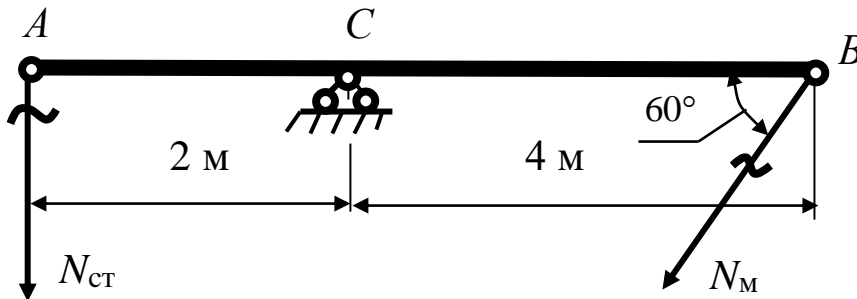


Рисунок 1.4.8 – План сил

Уравнение статики запишется

$$\sum m_c = 0 \rightarrow N_{\text{ст}} \times 2 - N_{\text{м}} \times \sin 60^\circ \times 4 = 0.$$

Полученное уравнение равновесия запишем через напряжения в стержнях, для чего разделим его на равноценные величины $F_{\text{ст}}$ и $0,75F_{\text{м}}$:

$$-\frac{N_{\text{ст}}}{F_{\text{ст}}} \times 2 + \frac{N_{\text{м}}}{0,75F_{\text{м}}} \times 0,866 \times 4 = 0 \rightarrow \sigma_{\text{ст}} = 2,31\sigma_{\text{м}}. \quad (1.4.12)$$

Геометрическая сторона задачи

Упругие свойства стального и медного стержней позволяют узлу A после сборки находится в пределах зазора Δ . Из этих соображений строим план перемещений (рис. 1.4.9).

Запишем соотношение перемещений точек балки

$$\begin{aligned} \frac{AA_1}{BB_1} &= \frac{AC}{CB} = \frac{2}{4} = 0,5 \rightarrow AA_1 = 0,5BB_1; & (1.4.13) \\ AA_1 &= \Delta - \Delta l_{\text{ст}}; \\ BB_1 &= \frac{\Delta l_{\text{м}}}{\sin 60^\circ}. \end{aligned}$$

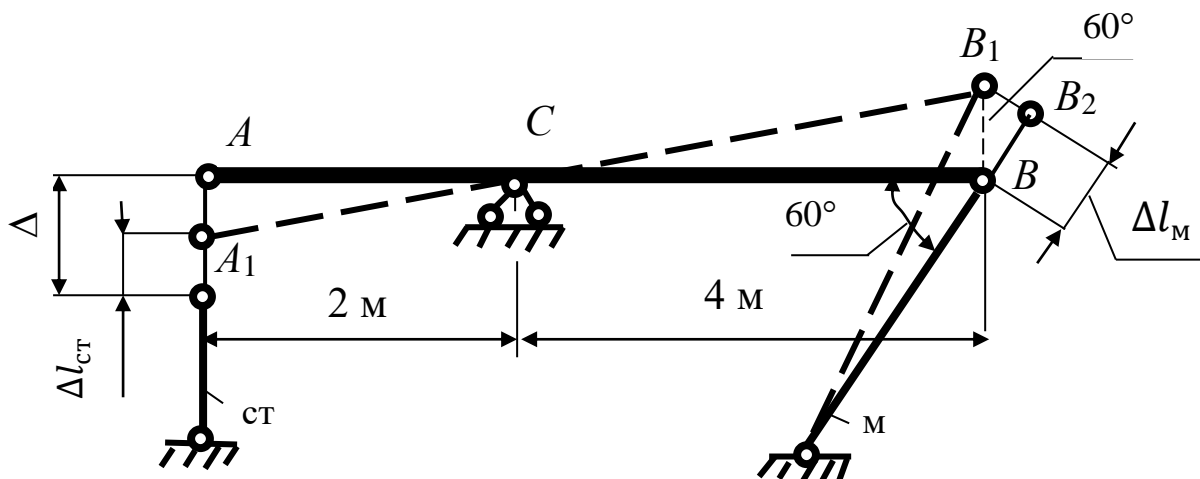


Рисунок 1.4.9 – План перемещений при монтажных ошибках

Подставим в соотношение (1.4.13) и, выполнив алгебраические действия, получим

$$0,866(\Delta - \Delta l_{\text{ст}}) = 0,5\Delta l_{\text{м}}. \quad (1.4.14)$$

Это и есть уравнение совместности деформаций.

Полученное уравнение совместности деформаций (1.4.14) не решается с уравнением равновесия (1.4.12), так как в них различные неизвестные.

Физическая сторона задачи

В уравнении (1.4.14) деформации стержней выразим через усилия по закону Гука и проведем численную подстановку согласно исходным данным:

$$0,866 \left(\Delta - \frac{N_{\text{ст}} l_{\text{ст}}}{E_{\text{ст}} F_{\text{ст}}} \right) = 0,5 \frac{N_{\text{м}} l_{\text{м}}}{E_{\text{м}} F_{\text{м}}}. \quad (1.4.15)$$

$$0,866 \left(0,001 - \sigma_{\text{ст}} \frac{1,2}{2 \times 10^5} \right) = 0,5 \sigma_{\text{м}} \frac{1,9}{1 \times 10^5}. \quad (1.4.16)$$

$$0,52\sigma_{\text{ст}} + 0,95\sigma_{\text{м}} = 86,6.$$

Синтез

Решаем совместно уравнения (1.4.12) и (1.4.16)

$$\begin{cases} \sigma_{\text{ст}} = 2,31\sigma_{\text{м}} \\ 0,52\sigma_{\text{ст}} + 0,95\sigma_{\text{м}} = 86,6 \end{cases}$$

Выразим $\sigma_{\text{ст}}$ через $\sigma_{\text{м}}$ первого уравнения системы и подставим во второе уравнение системы

$$1,26\sigma_M + 0,95\sigma_M = 86,6 \rightarrow \sigma_M = 40,3 \text{ МПа}, \sigma_{\text{СТ}} = 38,3 \text{ МПа}.$$

Положительный результат подтверждает наше предположение о растяжении обеих стержней. Следовательно, от монтажных ошибок в стержнях возникают напряжения

$$\sigma_{\text{СТ}}^{\Delta} = 38,3 \text{ МПа}, \sigma_M^{\Delta} = 40,3 \text{ МПа}.$$

4) Определение суммарных напряжений

В стальном и медном стержнях определим суммарные напряжения от всех влияющих на них факторов: внешних нагрузок P , q от изменения температуры и неточности изготовления одного из стержней (например, стального).

$$\sigma_{\text{СТ}} = \sigma_{\text{СТ}}^P + \sigma_{\text{СТ}}^t + \sigma_{\text{СТ}}^{\Delta} = -112,4 - 61,71 + 38,3 = -142,8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_M = \sigma_M^P + \sigma_M^t + \sigma_M^{\Delta} = 63 - 26,31 + 40,3 = 76,59 \text{ МПа}.$$

Подводя итог, можно отметить, что в стержнях с площадями поперечных сечений, подобранных из условия прочности от внешнего нагружения, дополнительные факторы снижают или увеличивают напряжения.

Проверим прочность стержней.

$$\sigma_{\text{СТ}} = -142,8 \text{ МПа} > [\sigma]_{\text{СТ}}^- = -120 \text{ МПа}$$

→ стальной стержень непрочен.

$$\sigma_M = 76,59 \text{ МПа} > [\sigma]_M^+ = 84 \text{ МПа} \rightarrow \text{медный стержень прочен.}$$

1.5 Анализ напряженно-деформированного состояния в точке твердого тела

Дано: схема стержня с нагрузкой (рис. 1.5.1); $P = 75 \text{ кН}$, $F = 15 \text{ см}^2$, $\tau_{\alpha} = 16 \text{ МПа}$.

Требуется: определить площадки, соответствующие исходным данным; нормальное напряжение на этих площадках σ_{α} ; полное напряжение p_{α} .

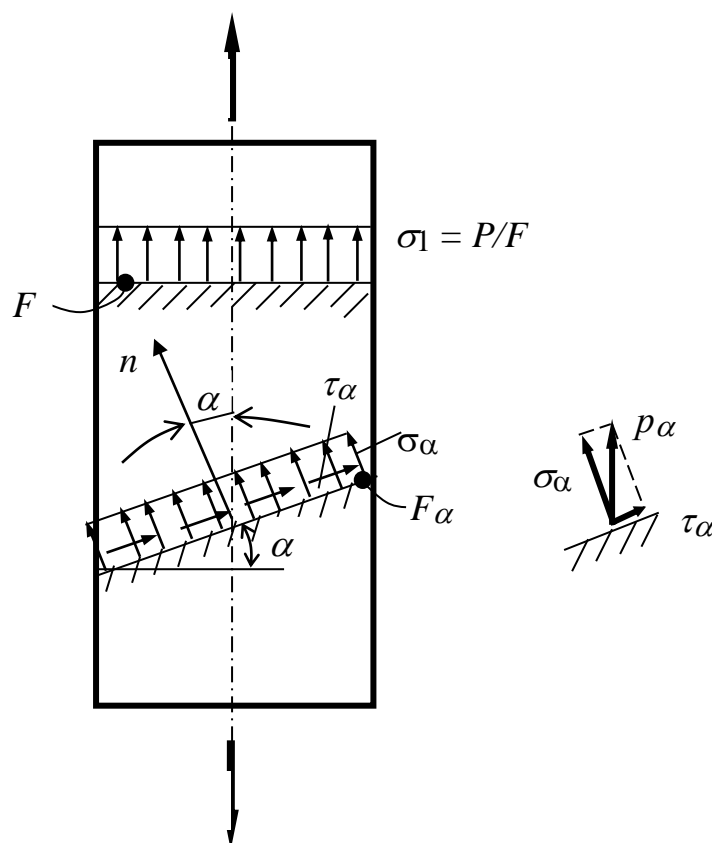


Рисунок 1.5.1 – Напряжения в поперечном и наклонном сечениях растянутого стержня

Решение.

I. Аналитическое решение задачи

1. Определим главное напряжение σ_1

$$\sigma_1 = \frac{P}{F} = \frac{75 \times 10^3}{15 \times 10^{-4}} = 50 \text{ МПа},$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha \rightarrow \sin 2\alpha = \frac{2\tau_\alpha}{\sigma_1} = \frac{2 \times 16}{50} = 0,64.$$

2. Определим угол α

$$\alpha = \frac{1}{2} = \sin^{-1} 0,64 = 39^\circ 50'.$$

Одному и тому же значению синуса соответствуют значения двух углов, отличающихся на 180° .

Таким образом, условиям задачи отвечают две площадки, показанные на рис. 1.5.2а.

3. Определим нормальные напряжения на площадках n_1 и n_2

$$\sigma_{\alpha_1} = \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 = 50 \times \cos^2 19^\circ 51' = 42,27 \text{ МПа},$$

$$\sigma_{\alpha_2} = \sigma_1 \cos^2 \alpha_2 = 50 \times \cos^2 70^\circ 5' = 5,75 \text{ МПа}.$$

Так как полные напряжения равны геометрической сумме составляющих τ_2 и σ_2 , то получим

$$p_{\alpha_1} = \sqrt{\sigma_{\alpha_1}^2 + \tau_{\alpha_1}^2} = \sqrt{44,27^2 + 16^2} = 47,07 \text{ МПа},$$

$$p_{\alpha_2} = \sqrt{\sigma_{\alpha_2}^2 + \tau_{\alpha_2}^2} = \sqrt{5,75^2 + 16^2} = 17,0 \text{ МПа}.$$

На рис. 1.5.2а показаны напряжения, действующие на площадках n_1 и n_2 , все напряжения оказались положительными.

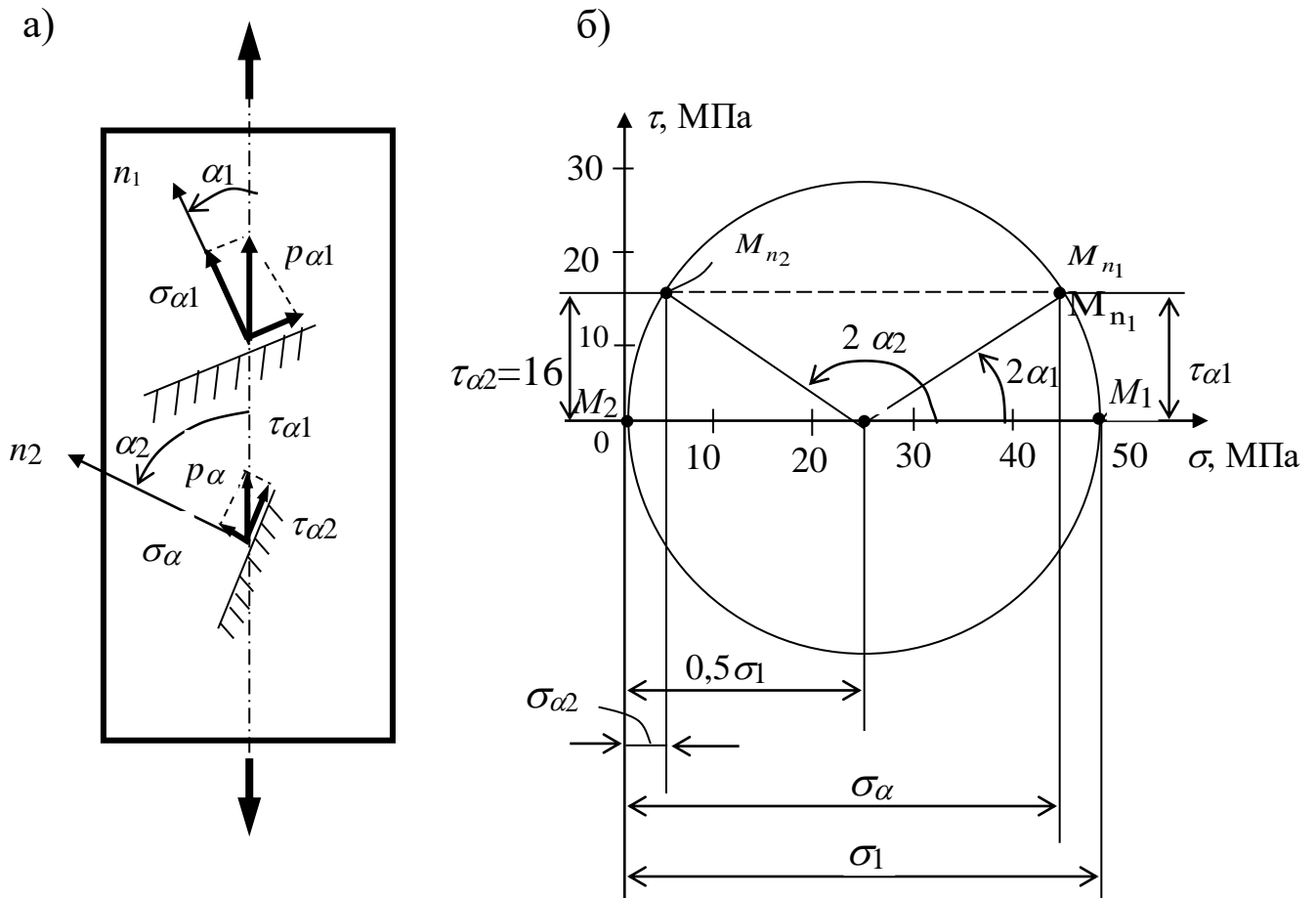


Рисунок 1.5.2 – Площадки n_1 и n_2 в стержне (а), точки круга Мора M_1 и M_2 , соответствующие этим площадкам (б)

II. Графическое решение задачи

Графическое решение осуществляется с помощью круга Мора. Круг Мора представляет собой окружность, построенную в осях σ ,

τ , где ось σ – ось абсцисс, ось τ – ось ординат (рис. 1.5.2б).

Каждой точке круга Мора соответствует площадка в точке тела. Координаты точки круга есть нормальное и касательное напряжения, действующие на площадке, которой соответствует точка круга. Так, одной из главных площадок в точках растянутого стержня, на которой действуют напряжения $\sigma_1 > 0$, $\tau = 0$, соответствует точка круга $M_1(\sigma_1, 0)$; второй главной площадке, где $\sigma_1 = 0$, $\tau = 0$, соответствует точка $M_2(0, 0)$; площадке n_1 с напряжениями σ_{α_1} , τ_{α_1} (см. рис. 1.5.2а) соответствует точка круга $M_{n_1}(\sigma_{\alpha_1}, \tau_{\alpha_1})$ и т. д. Причем, оказывается, что точки круга, соответствующие взаимно перпендикулярным площадкам, расположены на концах диаметра круга. Поэтому отрезок M_1M_2 (см. рис. 1.5.2б) является диаметром круга Мора при растяжении. Тогда середина M_1M_2 есть центр круга C , абсцисса которого равна $0,5\sigma_1$. Построенный круг касается оси τ в начале координат и расположен справа от оси τ . Очевидно, круг Мора при сжатии также касается оси τ , но расположен слева от нее, абсцисса его центра равна $0,5\sigma_3$.

Для графического решения задан масштаб напряжений – одно деление на осях σ и τ равно 10 МПа. Круг Мора на рис. 1.5.2б построен по известному напряжению $\sigma_1 = 50$ МПа согласно принятому масштабу.

Графическое решение получим, проведя линию, ордината которой равна заданному $\tau = 16$ МПа. Эта линия пересечет круг Мора в точках M_{n_1} и M_{n_2} , соответствующих площадкам n_1 и n_2 в стержне, абсциссы этих точек σ_{α_1} и σ_{α_2} совпадают со значениями напряжений в аналитическом решении.

Кроме того, углы между радиусами круга CM_1 и CM_{n_2} равны $2\alpha_1$ и $2\alpha_2$, причем с аналитическими результатами совпадают как величины, так и направления отсчетов углов (против часовой стрелки).

Таким образом, результаты аналитического и графического решений совпадают.

1.6 Практические задачи на срез

Пример 1. Рассчитать заклепочное соединение (рис. 1.6.1а), нагруженное статической осевой растягивающей силой $Q = 74$ кН.

Материал полосы и проушины – сталь Ст3. Отверстия под заклепки сверленые. Ширина проушины $b > 100$ мм, толщина полос $s = 6$ мм.

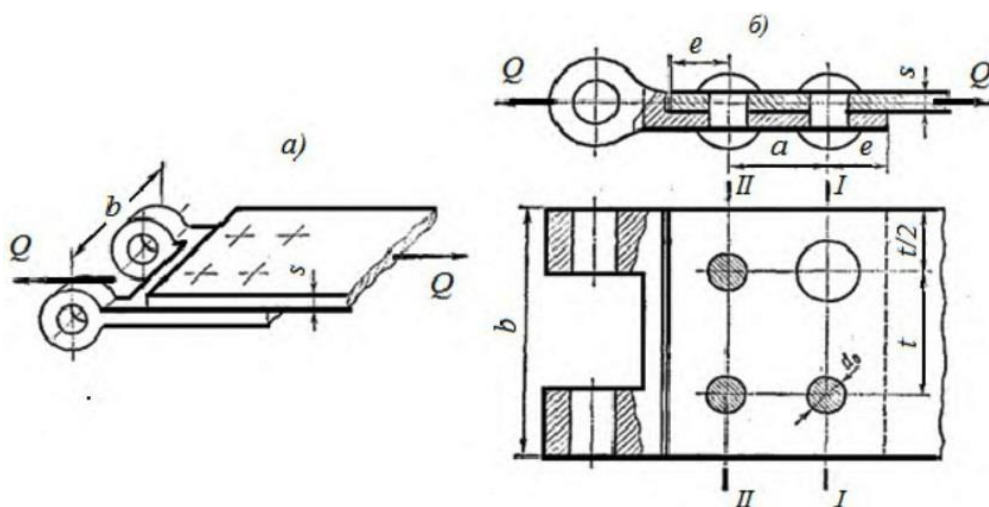


Рисунок 1.6.1 – Исходные данные

Решение 1.

1. Принимаем для соединения полосы с проушиной двухрядный заклепочный шов внахлестку. Назначаем коэффициент прочности шва $\varphi = \frac{t-d_0}{t} = 0,75$.

2. Определяем размеры сечения проушины с учетом ослабления ее отверстиями под заклепки. Для стали Ст3 $[\sigma_p] = 160 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$. Необходимая площадь сечения проушины рассчитывается по формуле

$$F \geq \frac{Q}{\varphi[\sigma_p]} \geq \frac{74 \times 10^3}{0,75 \times 160} \geq 617 \text{ мм.}$$

Принимаем толщину проушины равной толщине полосы, тогда ширина проушины $b = \frac{F}{s} = \frac{617}{6} = 102,8$ мм.

3. Определяем размеры элементов шва:

а) Диаметр отверстий под заклепки $d \approx 2s = 12$ мм.

Принимаем заклепки с полукруглой головкой, изготовленные из стали Ст3. По таблице назначаем диаметр заклепок $d = 12$ мм, диаметр отверстий $d_0 = 13$ мм.

б) Шаг шва $t = 3 \div 6d_0 = 39 \div 78$ мм.

Чтобы разместить по ширине проушины целое число шагов, принимаем $t = 55$ мм.

в) Расстояние от края полосы до оси заклепки $e = 1,65d_0 \approx 22$ мм.

г) Расстояние между рядами заклепок $a > 0,6t = 33$ мм, принимаем $a = 35$ мм.

4. Из условий прочности на срез и смятие определяем число заклепок

$$z = \frac{Q}{sd_0[\sigma_{см}]} = \frac{74 \times 10^3}{6 \times 13 \times 320} = 2,96;$$

$$z = \frac{Q}{i \frac{\pi d_0^2}{4} [\tau_{ср}]} = \frac{74 \times 10^3}{1 \times 3,14 \times 140} = 3,98.$$

Окончательно принимаем $z = 4$.

5. Разрабатываем конструкцию заклепочного шва (см. рис. 1.6.1б). Окончательно принимаем ширину проушины и полосы $b = 2t = 110$ мм.

6. Заклепочное соединение проверяем:

а) на растяжение проушины и полосы. Для полосы опасным является сечение, ослабленное двумя отверстиями. В этом сечении возникает продольная сила N_I . Расчетное напряжение растяжения тогда будет рассчитано как

$$\sigma_p = \frac{N_I}{sm(t - d_o)} = \frac{74 \times 10^3}{6 \times 2 \times (55 - 13)} = 147 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2},$$

что удовлетворяет условию $[\sigma] < [\sigma_p] = 160 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$.

б) на срез заклепками краев полосы или проушины. Для стали Ст3 $[\tau_{ср}] = 100 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$.

Усилие, приходящееся на одну заклепку, рассчитывается по формуле

$$Q_0 = \frac{Q}{z} = \frac{74 \times 10^3}{4} = 18,5 \times 10^3 \text{ Н},$$

а расчетное напряжение среза определяем как

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{Q_0}{2s(e - \frac{d_0}{2})} = \frac{18,5 \times 10^3}{2 \times 6 \times (22 - \frac{13}{2})} = 99,5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2},$$

что удовлетворяет условию прочности $\tau < [\tau_{\text{ср}}]$.

Пример 2. Рассчитать сварное соединение внахлестку равнобокого уголка $75 \times 75 \times 8$, $z_0 = 21,5$ мм с косынкой (рис. 1.6.2). Нагрузка осевая растягивающая переменная: $Q_{\text{max}} = 138$ кН, $Q_{\text{min}} = 46$ кН. Сварка ручная дуговая электродом Э50А. Материал уголка и косынки – сталь Ст3.

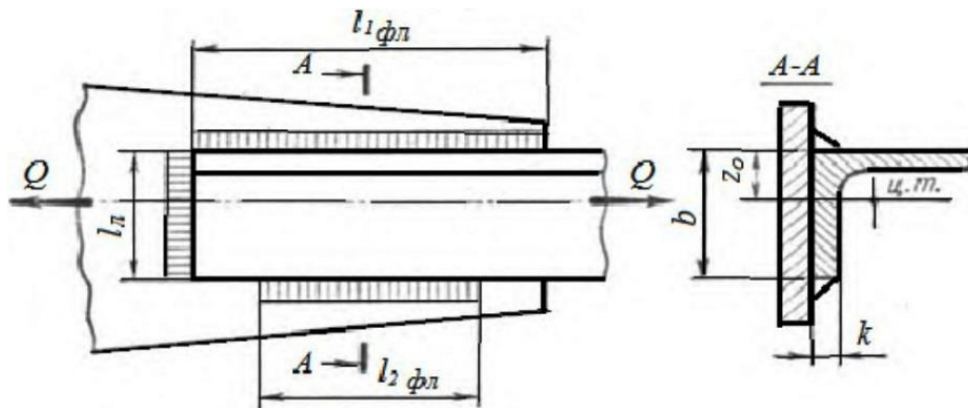


Рисунок 1.6.2 – Расчетная схема к примеру 2

Решение 2.

1. Для уменьшения длины перекрытия уголка с косынкой принимаем комбинированный угловой шов с нормальным сечением. Высоту катета шва принимаем равной толщине полки уголка $k = 8$ мм.

2. Определяем допускаемое напряжение среза для сварного соединения

$$[\tau_{\text{ср}}] = \gamma \times 0,65[\sigma_p] = \frac{1}{\frac{4}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{46 \times 10^3}{138 \times 10^3}} \times 0,65 \times 160 = 85 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}.$$

3. Определяем общую расчетную длину всех швов

$$l_{\text{ш}} = \frac{Q_{\text{max}}}{0,7k\tau_{\text{ср}}} = \frac{138 \times 10^3}{0,7 \times 8 \times 85} = 290 \text{ мм}.$$

4. Определяем размеры лобового и фланговых швов:

а) принимаем длину лобового шва равной ширине полки уголка $l_{\text{л}} = b = 75$ мм;

б) суммарная длина фланговых швов

$$l_{\text{фл}} = l_{\text{ш}} - l_{\text{л}} = 290 - 75 = 215 \text{ мм};$$

в) длины фланговых швов у пера уголка рассчитываются как

$$l_{2\text{фл}} = l_{\text{фл}} \frac{z_0}{b} = 215 \times \frac{21,5}{75} = 62 \text{ мм};$$

$$l_{1\text{фл}} = l_{\text{фл}} - l_{2\text{фл}} = 215 - 62 = 153 \text{ мм}.$$

Пример 3. Стальные полосы, растянутые усилием $T = 2,8$ кН, крепятся при помощи двух болтов, выполненных из стали А12 (рис. 1.6.3). Определить диаметр болтов.

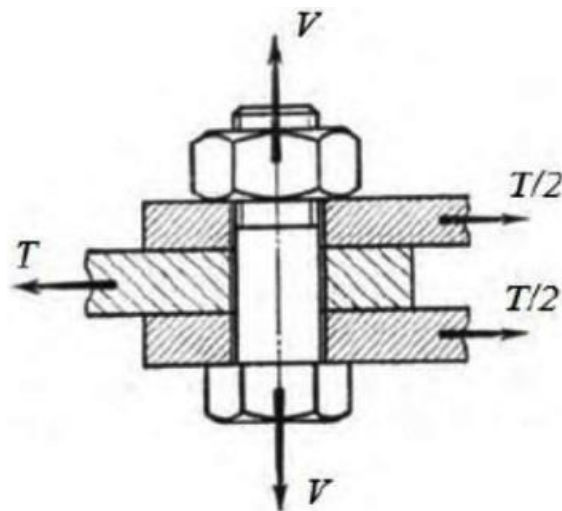


Рисунок 1.6.3 – Расчетная схема к примеру 3

Решение 3.

1. Для болтового соединения с неконтролируемой затяжкой принимаем $n_{\text{т}} = 3,5$ в предположении, что наружный диаметр резьбы будет в интервале 16...30 мм. Для стали Ст20 $\sigma_{\text{т}} = 240 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$. Тогда допустимое напряжение растяжения рассчитывается как

$$\sigma = \frac{\sigma_{\text{т}}}{n_{\text{т}}} = \frac{240}{3,5} = 68,5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}.$$

2. Принимаем коэффициент запаса по сдвигу листов 1,6 и коэффициент трения 0,16. Необходимое усилие затяжки болта определяем по формуле

$$V = \frac{Tk}{f_{iz}} = \frac{2,8 \times 1,6}{0,16 \times 2 \times 2} = 7 \text{ кН.}$$

3. Расчетное усилие затяжки болта рассчитывается как

$$V_{\text{рас}} = 1,3V = 1,3 \times 7 = 9,1 \text{ кН.}$$

4. Внутренний диаметр резьбы определяется по формуле

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4V_{\text{рас}}}{\pi\sigma}} = \sqrt{\frac{4 \times 9,1 \times 10^3}{\pi \times 68,5}} = 13,15 \text{ мм.}$$

Принимаем по ГОСТу резьбу М16.

1.7 Расчет вала при кручении

Дано: вал с постоянным поперечным сечением жестко закреплен на левом конце (рис. 1.7.1а). Вал нагружен внешними скручивающими моментами m_1 , m_2 , m_3 . Материал вала – сталь ВСтЗсп5. Характеристики стали $[\tau] = 80 \text{ МПа}$, $G = 0,8 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Требуется: подобрать сечение вала из условий прочности и жесткости.

Решение.

1. Расчет на прочность.

а) Определим внутренние усилия в сечениях бруса и построим эпюру крутящих моментов $M_{\text{кр}}$.

Произведем построение эпюры крутящих моментов по методу сечений с использованием упрощенного правила: на эпюре $M_{\text{кр}}$ в местах действия закручивающих моментов образуются скачки в направлении их действия, указанные стрелками, величина скачка равна величине момента (рис. 1.7.1б).

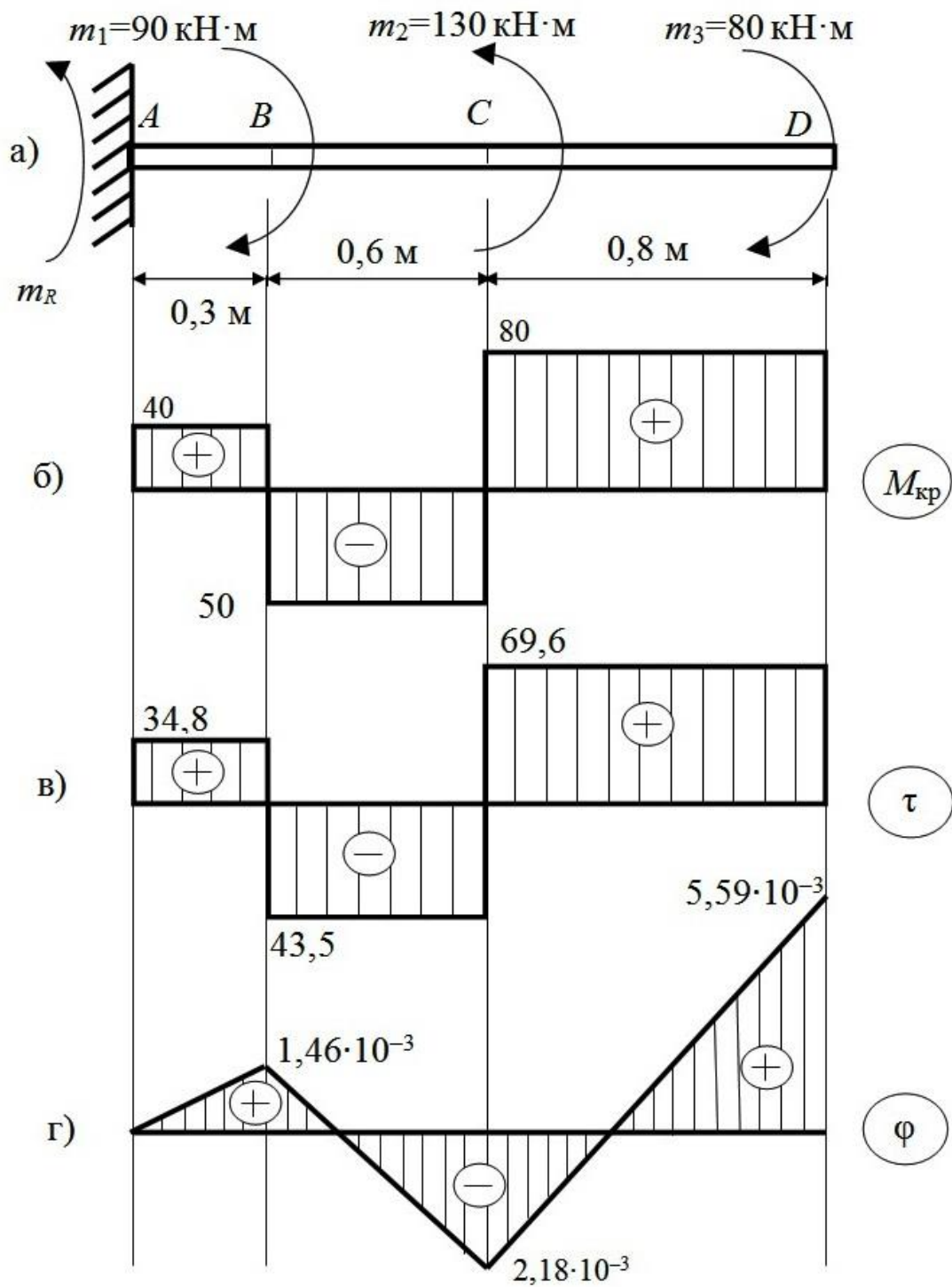


Рисунок 1.7.1 – Расчетная схема (а); эпюры крутящих моментов $M_{кр}$ (б); касательных напряжений τ (в) и углов закручивания φ (г)

б) Подберем диаметр сечения бруса

$$D = \sqrt[3]{\frac{M_{кр} 16}{\pi [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{80 \times 10^3 \times 16}{3,14 \times 80 \times 10^6}} = 0,172 \text{ м.}$$

Согласно ГОСТ 6639-69 примем диаметр $D = 0,18 \text{ м} = 180 \text{ мм}$.

в) Построим эпюру касательных напряжений $\tau = \tau_{\max}$ в сечениях вала.

Для построения эпюры τ необходимо определить значение полярного момента сопротивления. Он определяется формулой

$$W_{\rho} = \frac{\pi D^3}{16} = \frac{3,14 \times 0,18^3}{16} = 1,15 \times 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Определим максимальные касательные напряжения в контурных точках сечений на каждом участке вала:

$$\tau_{AB} = \frac{M_{\text{кр}}^{AB}}{W_{\rho}^{AB}} = \frac{40 \times 10^3}{1,15 \times 10^{-3}} = 34,8 \text{ МПа};$$

$$\tau_{BC} = \frac{M_{\text{кр}}^{BC}}{W_{\rho}^{BC}} = \frac{-50 \times 10^3}{1,15 \times 10^{-3}} = -43,5 \text{ МПа};$$

$$\tau_{CD} = \frac{M_{\text{кр}}^{CD}}{W_{\rho}^{CD}} = \frac{80 \times 10^3}{1,15 \times 10^{-3}} = 69,6 \text{ МПа}.$$

По полученным значениям моментов строится эпюра касательных напряжений τ (см. рис. 1.7.1в).

г) Произведем проверку прочности бруса.

На эпюре касательных напряжений находим максимальное по модулю значение этих напряжений. Наибольшие напряжения имеют место на участке CD бруса, сравним их с допускаемыми напряжениями.

$$\tau_{\max} = \tau_{CD} = 69,6 \text{ МПа} < [\tau] = 80 \text{ МПа}.$$

Из полученного результата можно сделать вывод, что условие прочности удовлетворяется.

2. Расчет вала на жесткость.

а) Определим приращения углов закручивания на участках бруса.

Углы закручивания сечений на границах участков вала определим по схеме суммирования приращений этих углов. Полярные моменты инерции всех сечений одинаковы:

$$I_{\rho}^{AB} = I_{\rho}^{BC} = I_{\rho}^{CD} = \frac{\pi D^4}{32} = \frac{3,14 \times 0,18^4}{32} = 103 \times 10^{-6} \text{ м}^4.$$

Определяем приращения углов закручивания на каждом участке бруса:

$$\Delta\varphi_{AB} = \frac{M_{\text{кр}}^{AB} l_1}{GI_{\rho}^{AB}} = \frac{40 \times 10^3 \times 0,3}{0,8 \times 10^5 \times 10^6 \times 103 \times 10^{-6}} = 0,00146 \text{ рад};$$

$$\Delta\varphi_{BC} = \frac{M_{\text{кр}}^{BC} l_2}{GI_{\rho}^{BC}} = \frac{-50 \times 10^3 \times 0,6}{0,8 \times 10^5 \times 10^6 \times 103 \times 10^{-6}} = -0,00346 \text{ рад};$$

$$\Delta\varphi_{CD} = \frac{M_{\text{кр}}^{CD} l_3}{GI_{\rho}^{CD}} = \frac{80 \times 10^3 \times 0,8}{0,8 \times 10^5 \times 10^6 \times 103 \times 10^{-6}} = 0,00777 \text{ рад}.$$

Полученные значения $\Delta\varphi$ используем для построения эпюры углов закручивания φ (угловых перемещений). Неподвижным является сечение в начале координат, угол закручивания которого равен нулю.

Углы закручивания характерных сечений определим суммированием с учетом знаков приращений углов закручивания $\Delta\varphi_i$ на всех участках между характерными сечениями и началом координат.

Значения углов закручивания в характерных сечениях равны

$$\varphi_A = 0; \quad \varphi_B = \varphi_A + \Delta\varphi_{AB} = 0 + 0,00146 = 1,46 \times 10^{-3} \text{ рад};$$

$$\varphi_C = \varphi_B + \Delta\varphi_{BC} = 0,00146 - 0,00364 = -2,18 \times 10^{-3} \text{ рад};$$

$$\varphi_D = \varphi_C + \Delta\varphi_{CD} = -0,00218 + 0,00777 = 5,59 \times 10^{-3} \text{ рад}.$$

По полученным значениям строим эпюру углов закручивания φ (см. рис. 1.7.1г).

б) Подбираем сечения бруса из условия жесткости.

Условие жесткости при кручении имеет форму

$$\theta = \frac{M_{\text{кр}}}{GI_{\rho}} \leq [\theta], \quad (1.7.1)$$

где $[\theta]$ – допускаемый относительный (погонный) угол закручивания. Он является эмпирической величиной, приводится в нормативных источниках и зависит только от характера нагружения вала. Максимальное значение для типичных условий $[\theta] = 2 \text{ град/м}$ ($34 \cdot 10^{-3} \text{ рад/м}$).

Из (1.7.1) выразим диаметр бруса

$$D = \sqrt[4]{\frac{32M_{кр}}{G\pi[\theta]}} = \sqrt[4]{\frac{32 \times 80 \times 10^3}{0,8 \times 10^5 \times 10^6 \times 3,14 \times 34 \times 10^{-3}}} = 0,132 \text{ м.}$$

Согласно ГОСТ 6636-69 принимаем $D = 0,14 \text{ м} = 140 \text{ мм}$.

По условию прочности требуется диаметр $D = 180 \text{ мм}$. Для того чтобы удовлетворялись как условие прочности, так и условие жесткости, окончательно принимаем большее из двух значений диаметра $D = 180 \text{ мм}$.

1.8 Расчеты на прочность при изгибе

Дано: простая одноконсольная балка на двух шарнирных опорах, показанная на рис. 1.8.1а. Материал балки – малоуглеродистая сталь марки Ст3, нормативный коэффициент запаса прочности $n_T = 1,5$.

Требуется: определить внутренние усилия с составлением уравнений усилий и построить их эпюры; подобрать сечение балки из одиночного прокатного двутавра по ГОСТ 8239-89 и массивного сечения в соответствии с рис. 1.8.2а; сравнить эффективность этих сечений; исследовать напряженное состояние в одной из точек двутавровой балки и провести полную проверку прочности балки.

Решение.

1. Определение опорных реакций и внутренних усилий.

а) Используя правила статики, отбрасываем внешние связи и заменяем их реакциями R_A и R_B . Величины реакций (рис. 1.8.1б) определяем с помощью уравнений равновесия:

$$\sum m_B = 0; \quad P \times 6 + R_A \times 5 + q \times 3 \times 1,5 = 0; \quad R_A = 21 \text{ кН};$$

$$\sum m_A = 0; \quad P \times 1 - M + R_B \times 5 - q \times 3 \times 3,5 = 0; \quad R_B = 17 \text{ кН.}$$

Проверка определения реакций:

$$\sum y = 0; \quad -R_A - R_B + P + q \times 3 = 0.$$

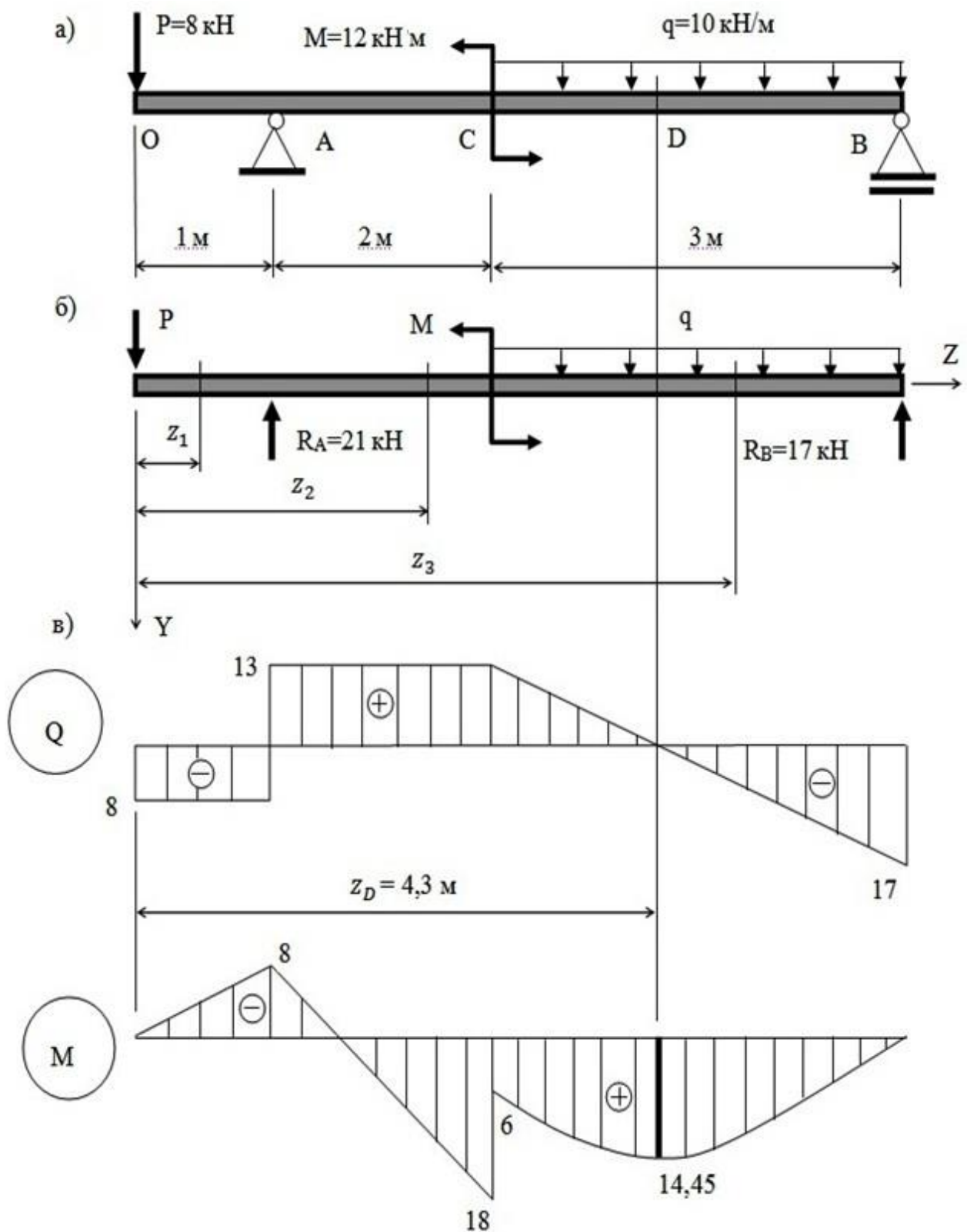


Рисунок 1.8.1 – Определение внутренних усилий в простой балке: схема балки (а); расчетные сечения (б); эпюры Q и M (в)

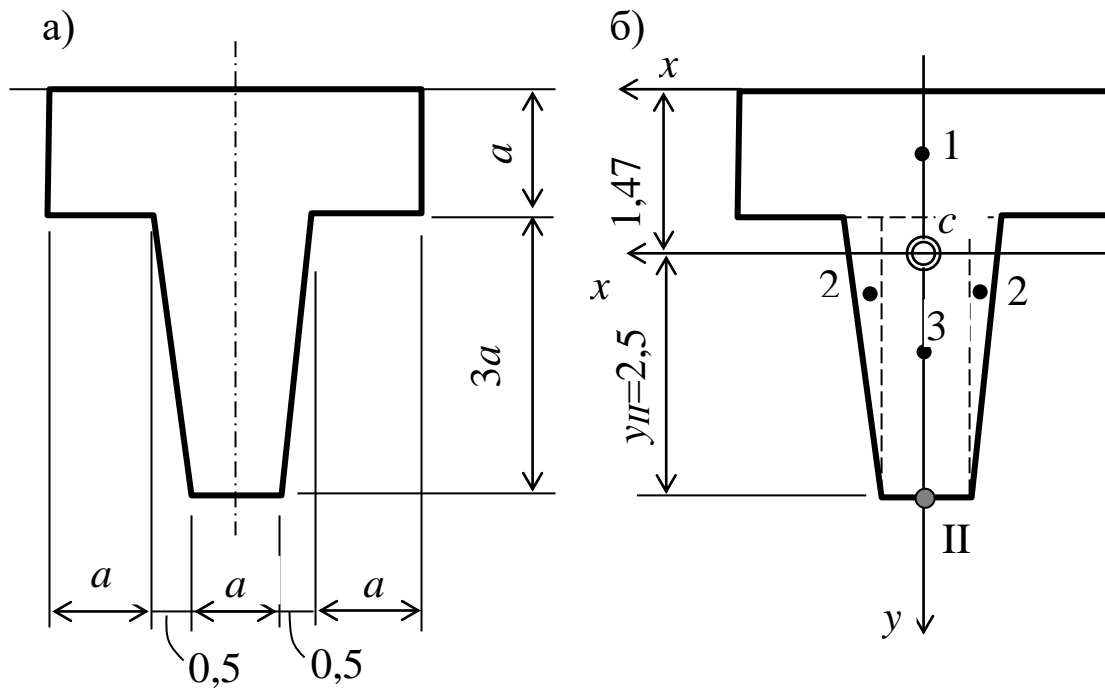


Рисунок 1.8.2 – Эскиз таврового сечения (а)
и определение его геометрических характеристик (б)

б) Разбиваем балку на три участка (рис. 1.8.1б) и составляем уравнения внутренних усилий. При составлении этих уравнений используются правила знаков, проиллюстрированные на рис. 1.8.3. На этом рисунке показаны положительные поперечные силы Q и изгибающие моменты M .

Правила знаков в этих случаях трактуются следующим образом:

- положительная поперечная сила Q возникает, если отсеченные нагрузки сдвигают левую часть балки вверх, а правую – вниз;

- положительный изгибающий момент M возникает, если отсеченные нагрузки загибают концы балки вверх, растягивая при этом нижнее волокно балки.

Участок 1 ($0 \leq z_1 \leq 1$ м):

$$Q_1 = -P; M_1 = -Pz_1.$$

Участок 2 ($1 \text{ м} \leq z_2 \leq 3$ м):

$$Q_2 = -P + R_A; M_2 = -Pz_2 + R_A(z_2 - 1).$$

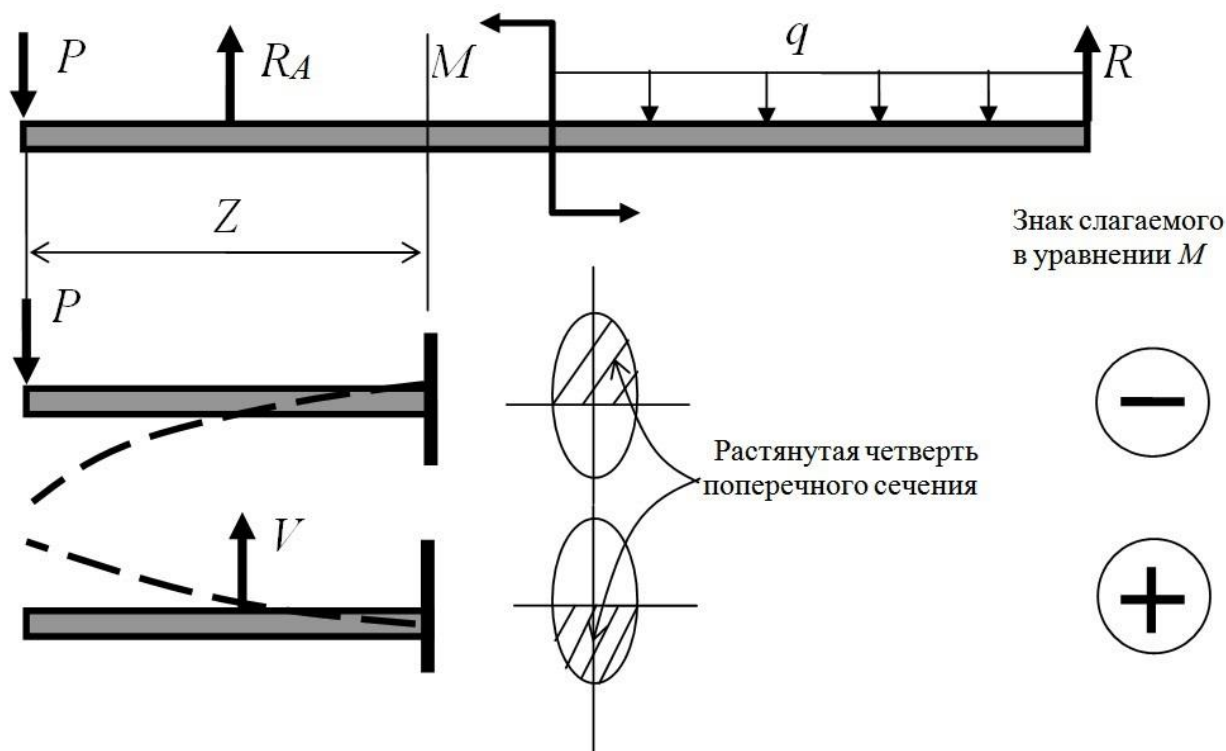


Рисунок 1.8.3 – Определение знаков слагаемых при нахождении изгибающих моментов

Участок 3 ($3 \text{ м} \leq z_3 \leq 6 \text{ м}$):

$$Q_3 = -P + R_A - q(z_3 - 3); M_3 = -Pz_3 + R_A(z_3 - 1) - M - q \frac{(z_3 - 3)^2}{2}.$$

Для определения знаков слагаемых, входящих в уравнение изгибающих моментов, удобно использовать следующий прием:

- мысленно представьте отсеченную часть в виде консоли с заделкой в месте расчетного сечения;
- приложите к этой отсеченной части учитываемую нагрузку;
- проанализируйте характер искривления оси консоли под действием этой нагрузки;
- если консоль загибается вверх, а нижние волокна балки растягиваются, то слагаемому присваивается знак «плюс».

На рис. 1.8.3 этот прием проиллюстрирован на левой отсеченной нагрузке при составлении уравнения M_2 .

в) С помощью полученных уравнений вычисляем значения Q и M . Результаты вычислений внутренних усилий в характерных сечениях приведены в табл. 1.8.1. По этим значениям строим эпюры Q и M (см. рис. 1.8.1в).

Таблица 1.8.1 – Значения Q и M в характерных сечениях балки

Сечение	z , м	Участок	Q , кН	M , кН·м
O	0	1	-8,0	0
$A_{\text{лев}}$	1,0	1	-8,0	-8,0
$A_{\text{прав}}$	1,0	2	+13,0	-8,0
$C_{\text{лев}}$	3,0	2	+13,0	+18,0
$C_{\text{прав}}$	3,0	3	+13,0	+6,0
D	4,3	3	0	+14,45
B	6,0	3	-17,0	0

При построении эпюр Q и M надо особо учитывать те сечения на участках загруженных распределенной нагрузкой q , в которых значение Q равно нулю, а M – экстремально. В рассматриваемом примере такая особенность есть на участке 3. Координату z_D этого сечения можно найти из условия

$$Q_3 = 0; -P + R_A - q(z_D - 3) = 0; z_D = \frac{-P + R_A + 3q}{q} = 4,3 \text{ м.}$$

2. Подбор сечений и проверки прочности.

а) Назначаем допускаемое напряжение. Для конструкций из Ст3 в качестве предельного (опасного) напряжения рекомендуется использовать предел текучести σ_T . Принимаем $\sigma_T = 240$ МПа в соответствии со справочными данными.

Значение допускаемого напряжения $[\sigma] = 240 / 1,5 = 160$ МПа. Опасным является сечение $C_{\text{лев}}$, а расчетный момент для подбора сечения $M_{\text{max}} = 18$ кН·м. Находим нижнюю границу возможных значений момента сопротивления при изгибе по формуле

$$W \geq \frac{M_{\text{max}}}{[\sigma]} = \frac{18}{160 \times 10^3} = 0,113 \times 10^{-3} \text{ м}^3.$$

б) Подбор двутаврового сечения выполняем по сортаменту прокатных двутавров. Принимаем двутавр № 16, для которого $W = W_x = 109 \text{ см}^3$. Это сечение имеет размеры несколько меньше требуемых. Перегрузка балки в этом случае определяется величиной $\Delta W/W = (113-109)/113 = 0,035 \ll 1$. Обычно такая перегрузка считается приемлемой.

Отметим, что в случае подбора составного сечения, состоящего из нескольких прокатных элементов, необходимо использовать

метод последовательных приближений. Он заключается в том, что предварительно назначаются некоторые размеры сечения, и они проверяются по условиям. Если расчетные напряжения σ_I или σ_{II} чрезмерно отличаются от соответствующих допускаемых напряжений в большую или меньшую стороны, то на следующем этапе расчета размеры прокатных элементов должны быть увеличены или уменьшены, а проверка прочности повторяется. Эти действия выполняются до тех пор, пока расчетные и допускаемые напряжения станут отличаться на 3–5 %.

в) Подбор массивного сечения, размеры которого заданы через параметр « a » (см. рис. 1.8.2а), начинаем с определения геометрических характеристик в параметрической форме.

Положение центра тяжести относительно вспомогательной оси x' :

$$y'_c = \frac{\sum F_i y'_i}{\sum F_i} = \frac{4a^2 \times 0,5a + 2 \times 0,75a^2 \times 2a + 3a^2 \times 2,5a}{4a^2 + 2 \times 0,75a^2 + 3a^2} = 1,47a.$$

Момент инерции относительно нейтральной оси x

$$I_x = \sum I_{xi} + \sum F_i y_i'^2 = \frac{4a \times a^3}{12} + 2 \frac{0,5a \times (3a)^3}{36} + \frac{a \times (3a)^3}{12} + 4a^2 \times (0,97a)^2 + 2 \times 0,75a^2 \times (0,53a)^2 + 3a^2 \times (1,03a)^2 = 10,7a^4.$$

Момент сопротивления сечения при изгибе

$$W = W_{II} = \frac{I}{y_{max}} = \frac{10,7a^4}{2,53a} = 4,23a^3 \geq 113 \text{ см}^3.$$

Отсюда следует: $a \geq 2,98$ см. Окончательно принимаем, $a = 3$ см.

Отметим, что в случаях, когда материал балки по-разному сопротивляется растяжению и сжатию, размеры сечения надо определять по условиям прочности, как в растянутой, так и в сжатой точках опасного сечения.

Сравним расходы материала балок с двутавровым и массивным тавровым сечениями. Этот расход пропорционален площади поперечного сечения. Для двутавра № 16 $F_d = 20,3$ см², а для таврового сечения при $a = 3$ см, $F_T = 9a^2 = 81$ см². Из этого сравнения видно, что в условиях обсуждаемой задачи двутавровое сечение в четыре раза эффективнее таврового.

г) В дальнейшем, расчет производим для двутаврового сечения № 16. Необходимо определить величину и направление главных напряжений в точке A с координатами $z = 0,5$ м, $y = 0,03$ м. Балка изготовлена из двутавра № 16.

Расчетное сечение находится в середине участка ($O-A$). Значения усилий в этом сечении: $Q = -8$ кН, $M = -4$ кН·м.

Геометрические характеристики поперечного сечения взяты из сортамента прокатных двутавров по ГОСТ 8239-89. Основные размеры, используемые в расчете, приведены на рис. 1.8.3а. Момент инерции сечения $I = 873$ см⁴.

Определяем нормальные и касательные напряжения

$$\sigma = \frac{M}{I} y = -\frac{4 \times 10^{-3}}{873 \times 10^{-8}} \times 0,03 = -13,7 \text{ МПа.}$$

Для определения касательного напряжения вычисляем статический момент отсеченной части $S_{\text{отс}}$. На рис. 1.8.3б показана отсеченная часть в упрощенном виде, состоящая из двух прямоугольников 1 и 2. Черными точками показаны центры тяжести прямоугольников.

$$S_{\text{отс}} = 8,1 \times 0,78 \times 7,6 + 0,5 \times 4,2 \times 5,1 = 58,7 \text{ см}^3.$$

$$\tau = \frac{QS_{\text{отс}}}{Ib_y} = -\frac{8 \times 10^{-3} \times 58,7 \times 10^{-6}}{873 \times 10^{-8} \times 0,5 \times 10^{-2}} = -10,6 \text{ МПа.}$$

На рис. 1.8.3а показаны направления σ и τ в точке A .

Находим величины и направления главных напряжений

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = -\frac{13,7}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{13,7^2 + 4 \times 10,6^2} =$$

$$= -6,35 \pm 11,65 \text{ МПа.}$$

$$\sigma_1 = 4,8 \text{ МПа; } \sigma_3 = -18,5 \text{ МПа.}$$

$$\alpha_0 = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2\tau}{\sigma} = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2(-10,6)}{-13,7} = 28^\circ 36'.$$

Направления главных напряжений показаны штрихпунктирными стрелками на рис. 1.8.3а, б.

д) Произведем полную проверку прочности балки. Основное допускаемое напряжение $[\sigma] = 160$ МПа. Проверку выполним по IV теории прочности.

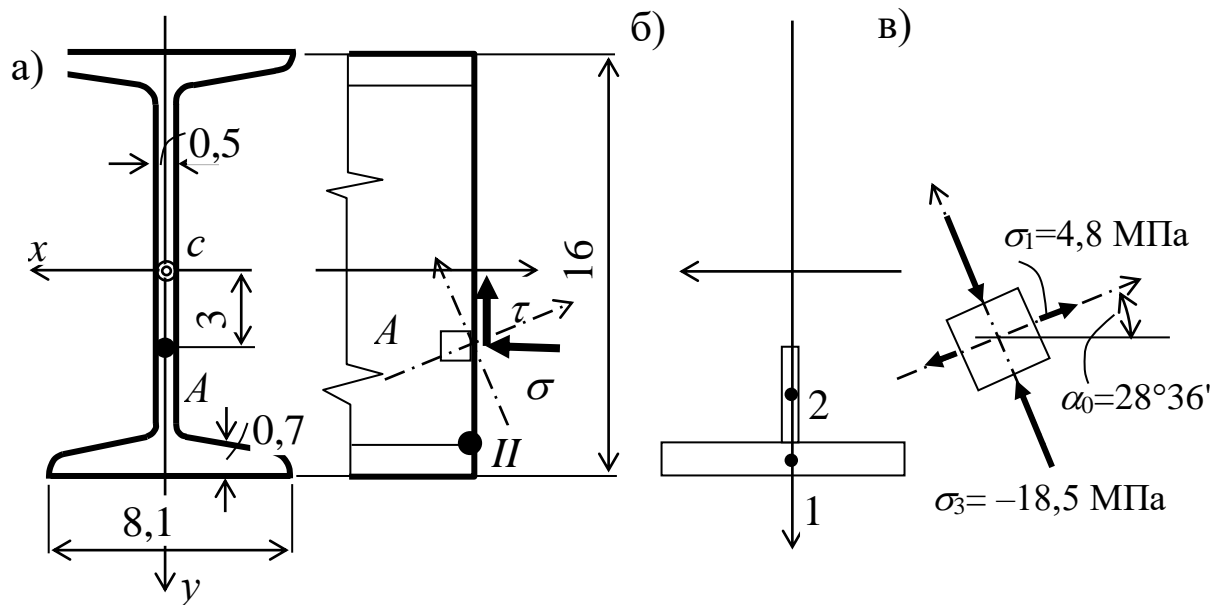


Рисунок 1.8.4 – Определение главных напряжений: напряжения в точке А поперечного сечения (а); отсеченная часть сечения (б); главные напряжения (в)

Подбор сечения производился из условий прочности в точках I и II, поэтому в данном пункте производить проверку прочности этих точек нет необходимости.

Проверяем прочность в точке С (см. рис. 1.8.3а). Опасным будет сечение В, в котором действует максимальная поперечная сила $Q = 17$ кН. В точке С в поперечном сечении действует только касательное напряжение τ . Для его определения статический момент отсеченной части половины сечения берем из сортамента: $S_{отс} = 62,3$ см³.

$$\tau = \frac{17 \times 10^{-3} \times 62,3 \times 10^{-6}}{873 \times 10^{-8} \times 0,5 \times 10^{-2}} = 24,2 \text{ МПа.}$$

Проверяем прочность по условию четвертой теории

$$\sigma_{\text{ЭКВ}}^{IV} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt{3 \times 24,2^2} = 41,9 \text{ МПа} < [\sigma] = 160 \text{ МПа.}$$

Проверяем прочность в точке III, расположенной в месте стыка полки и стенки двутавра (см. рис. 1.8.3а). Опасное сечение – С_{лев}, $Q = 13$ кН, $M = 18$ кН·м.

Нормальное напряжение в этой точке

$$\sigma = \frac{18 \times 10^{-3}}{873 \times 10^{-8}} \times 0,072 = 148,5 \text{ МПа.}$$

Для нахождения касательного напряжения вычисляем $S_{отс}$, учитывая только полку двутавра $S_{отс} = 8,1 \times 0,78 \times 7,6 = 48 \text{ см}^3$.

Касательное напряжение

$$\tau = \frac{13 \times 10^{-3} \times 48 \times 10^{-6}}{873 \times 10^{-8} \times 0,5 \times 10^{-2}} = 14,3 \text{ МПа.}$$

Проверяем прочность

$$\sigma_{\text{ЭКВ}}^{IV} = \sqrt{148,5^2 + 3 \times 14,3^2} = 151 \text{ МПа} < [\sigma].$$

Проведенные расчеты показывают, что влияние касательных напряжений на прочность прокатных двутавровых балок относительно невелико, а из всех опасных точек наиболее опасны точки *I* и *II*.

1.9 Расчеты на жесткость при изгибе

Дано: составная балка, показанная на рис. 1.9.1; материал балки Ст3.

Требуется: определить опорные реакции R_A , R_B , R_C и M_C , поперечные силы Q и изгибающие моменты M ; подобрать двутавровое сечение из условия прочности; определить перемещения методом начальных параметров (МНП); построить изогнутую ось балки и определить максимальный прогиб f ; проверить жесткость балки, приняв допускаяемый прогиб $[f] = L/200$, где L – полная длина балки; если условие жесткости не выполнится, то необходимо подобрать новое сечение по условию жесткости.

Решение.

1. Определение опорных реакций и внутренних усилий.

а) Опорные реакции найдены с помощью четырех уравнений статики в виде сумм моментов, которые составлялись для левой и правой частей балки разделенных сквозным шарниром B . Уравнения равновесия для части ($A-B$)

$$\sum m_B = 0; +R_A \times 5 + M - P \times 3 = 0; R_A = 18 \text{ кН};$$

$$\sum m_A = 0; +R_B \times 5 + M - P \times 2 = 0; R_B = 22 \text{ кН}.$$

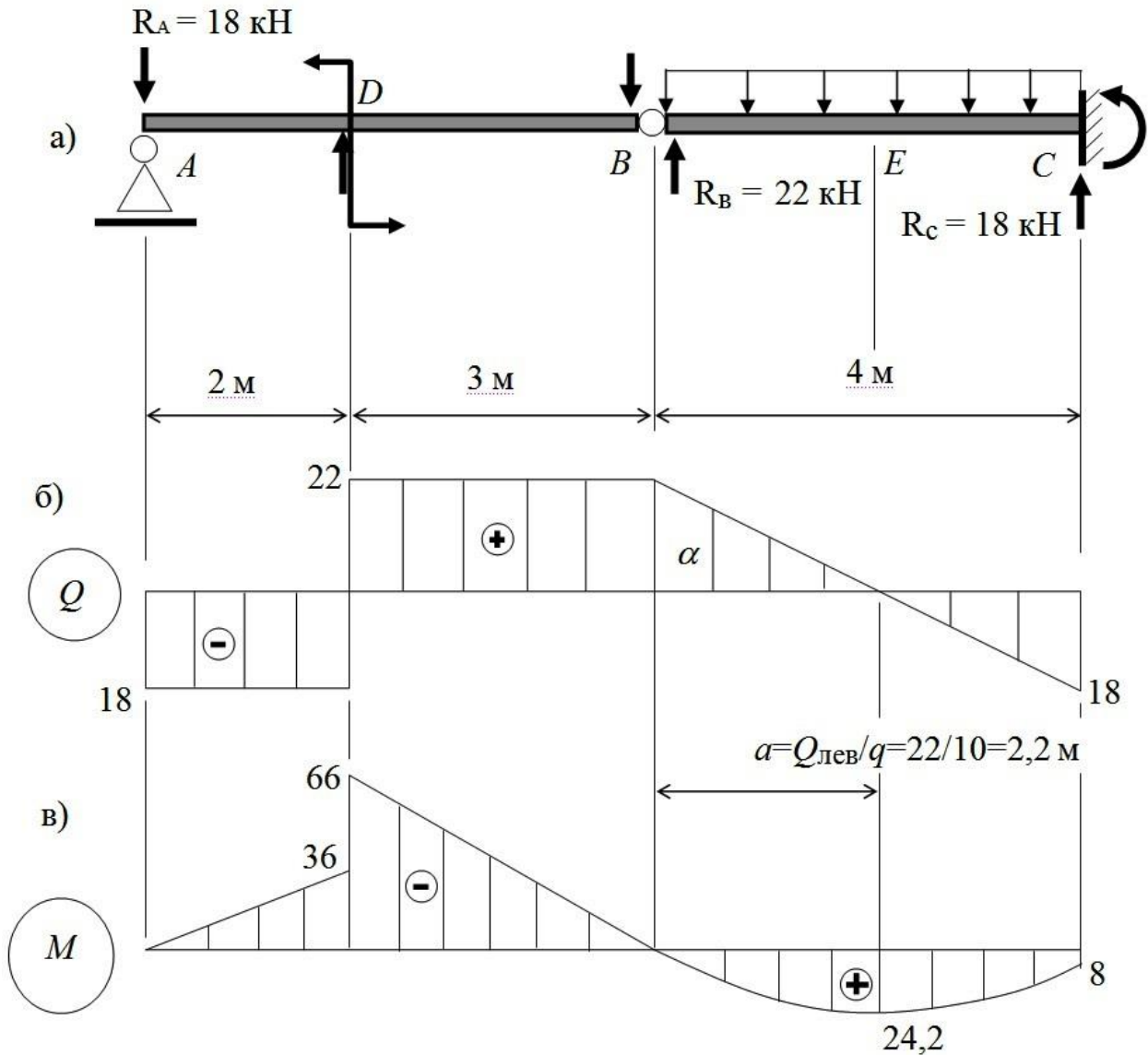


Рисунок 1.9.1 – Внутренние усилия в составной балке: схема балки (а); эпюры Q (б) и M (в)

Уравнения равновесия для части (B–C)

$$\sum m_C = 0; -R_B \times 4 + M_C + \frac{q4^2}{2} = 0; M_C = 8 \text{ кН} \times \text{м};$$

$$\sum m_B = 0; +M_C + R_C \times 4 - \frac{q4^2}{2} = 0; R_C = 18 \text{ кН}.$$

б) Найдем внутренние усилия и построим их эпюры по характерным сечениям, в качестве которых примем сечения A , D , B , E и C .

$$Q_A = -R_A = -18 \text{ кН}; \quad Q_{D\text{лев}} = -R_A = -18 \text{ кН}; \quad Q_{D\text{прав}} = +R_B = +22 \text{ кН}; \\ Q_C = -R_C = -18 \text{ кН}; \quad Q_E = 0.$$

Сечение E с нулевым значением Q является экстремальным на эпюре M .

На рис. 1.9.1в приведены результаты построения эпюры Q .

$$R_A = 18 \text{ кН}; \quad M = 30 \text{ кН}\cdot\text{м}; \quad q = 10 \text{ кН/м}; \quad M_C = 8 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Определяем изгибающие моменты в характерных сечениях балки.

Сечение A : $M_A = 0$.

Сечение D , слева от пары M : $M_{D\text{лев}} = -R_A \cdot 2 = -18 \cdot 2 = -36 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

Сечение D , справа от пары M : $M_{D\text{прав}} = -R_A \cdot 2 - M = -66 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

Сечение B (шарнир): $M_B = 0$.

Сечение C (экстремум эпюры на участке – вершина параболы).

Положение сечения можно найти с помощью локальной координаты « a » сечения относительно левого конца этого участка.

Из дифференциальных уравнений равновесия следует равенство $|dQ/dz| = |q| = |tg \alpha| = |Q_{\text{лев}}/a|$, которое приводит к простому правилу определения a : $a = |Q_{\text{лев}}/q| = 22/10 = 2,2 \text{ м}$. Здесь $Q_{\text{лев}} = 22 \text{ кН}$ – значение поперечной силы на левом конце участка, где находится экстремум.

в) Подбор двутаврового сечения произведем в порядке, который рассмотрен в п. 1.8. Допускаемое напряжение для стали Ст3 $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$. Минимальное возможное значение момента сопротивления сечения при изгибе

$$W \geq \frac{M_{\text{max}}}{[\sigma]} = \frac{66 \times 10^3}{160 \times 10^6} = 0,41 \times 10^{-3} \text{ м}^3.$$

По сортаменту двутавров принимаем сечение № 30, у которого момент сопротивления $W_x = 472 \text{ см}^3$, а осевой момент инерции $I_x = 7080 \text{ см}^4$.

Жесткость поперечного сечения балки при изгибе равна $EI_x = EI = 7080 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^8 = 1,42 \cdot 10^3 \text{ кН}\cdot\text{м}^2$.

2. Определение перемещений.

г) Перемещения определяем в форме метода начальных параметров (МНП).

Обратим внимание на то, что рассматриваемая конструкция составной балки имеет сквозной шарнир B . Поэтому кроме обязательных кинематических начальных параметров v_0 и θ_0 в решении необходимо учесть скачок угла поворота $\Delta\theta_B$ в этом шарнире.

Начало координат располагаем на левом конце балки и составляем **универсальное уравнение прогибов**:

$$v(z) = \theta_0 z + \Delta\theta_B(z - 5) + \frac{1}{EI} \left[-\frac{M_0}{2} z^2 - \frac{Q_0}{6} z^3 - \frac{P}{6} (z - 2)^3 + \frac{M}{2} (z - 2)^2 + \frac{q}{24} (z - 5)^4 \right].$$

Статические начальные параметры находятся из результатов определения внутренних усилий: $Q_0 = Q_A = -18$ кН; $M_0 = M_A = 0$.

Из двух кинематических начальных параметров одно – прогиб в начале координат (на шарнирной опоре A) $v_0 = 0$.

Универсальное уравнение углов поворота в форме (10.13) гл. 10 первой части курса получается дифференцированием уравнения прогибов. С учетом начальных параметров равных нулю оно имеет вид

$$\theta(z) = \theta_0 + \Delta\theta_B(z - 5)^0 + \frac{1}{EI} \left[-\frac{Q_0}{2} z^2 - \frac{P}{2} (z - 2)^2 + M(z - 2) + \frac{q}{6} (z - 5)^3 \right].$$

Для определения θ_0 и $\Delta\theta_B$ воспользуемся граничными условиями в заделке C : при $z = 9$ м; $v_c = v(9) = 0$; $\theta_c = \theta(9) = 0$.

Подставляя эти граничные условия в уравнения прогибов и углов поворота, соответственно получим систему двух линейных алгебраических уравнений относительно θ_0 и $\Delta\theta_B$.

$$\begin{aligned} v(9) &= \theta_0 \times 9 + \Delta\theta_B(9 - 5) + \frac{1}{1,42 \times 10^3} \left[\frac{18}{6} 9^3 - \frac{40}{6} (9 - 2)^3 + \right. \\ &+ \left. \frac{30}{2} (9 - 2)^2 + \frac{10}{24} (9 - 5)^4 \right] = 0; \\ \theta(9) &= \theta_0 + \Delta\theta_B + \frac{1}{1,42 \times 10^3} \left[\frac{18}{2} \times 9^2 - \frac{40}{2} \times (9 - 2)^2 + 30 \times (9 - 2) + \right. \\ &+ \left. \frac{10}{6} (9 - 5)^3 \right] = 0. \end{aligned}$$

После вычислений получаем окончательно

$$9\theta_0 + 4\Delta\theta_B + 522 \times 10^{-3} = 0; \quad \theta_0 + \Delta\theta_B + 45,8 \times 10^{-3} = 0.$$

Корни системы
 $\theta_0 = -67,6 \cdot 10^{-3} \text{ рад} = -3,9^\circ; \quad \Delta\theta_B = 21,8 \cdot 10^{-3} \text{ рад} = 1,26^\circ.$

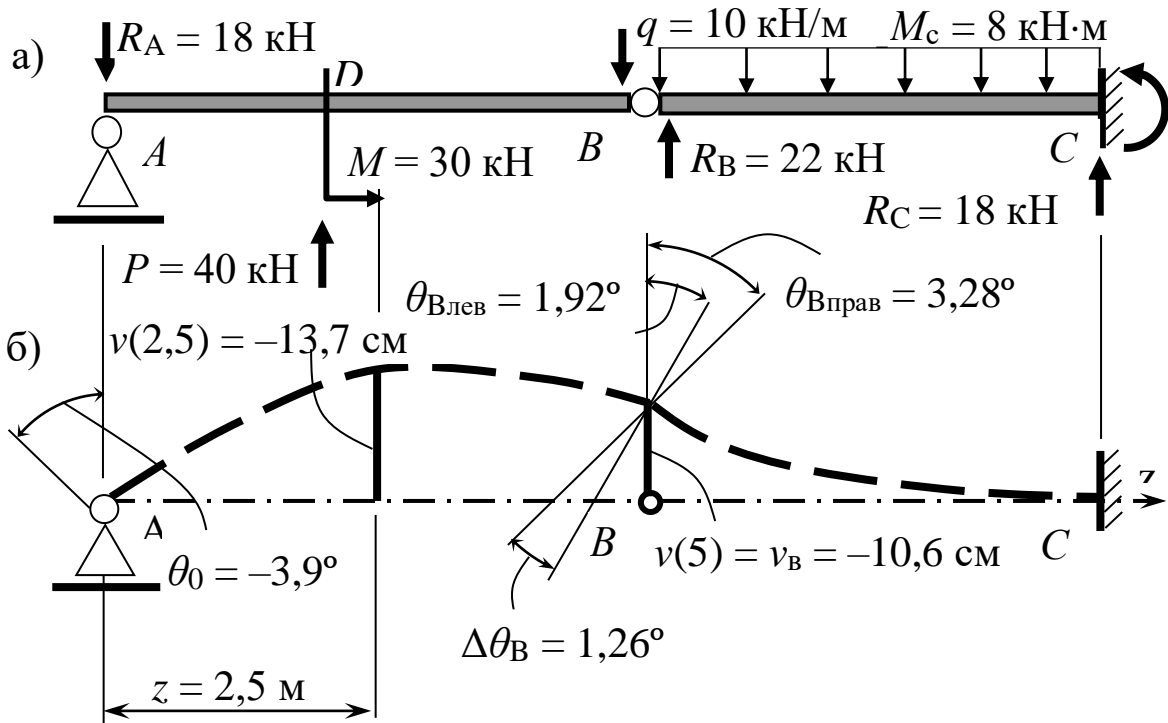


Рисунок 1.9.2 – Расчетная схема балки (а) и изогнутая ось (б)

Для построения изогнутой оси балки определены прогибы и углы поворота в сечениях B и в середине участка ($A-B$) ($z = 2,5$ м). Например:

$$v_B = v(5) = -67,6 \times 10^{-3} \times 5 + \frac{1}{1,42 \times 10^3} \left[\frac{18}{6} \times 5^3 - \frac{40}{6} \times (5 - 2)^3 + \frac{30}{2} \times (5 - 2)^2 \right] = -10,6 \text{ см};$$

$$\theta_{\text{Влев}} = \theta(5) = -67,6 \times 10^{-3} + \frac{1}{1,42 \times 10^3} \left[\frac{18}{2} \times 5^2 - \frac{40}{2} \times (5 - 2)^2 + 30 \times (5 - 2) \right] = 1,92^\circ.$$

Отметим, что $\theta_{\text{Влев}}$ – угол поворота сечения B слева от шарнира. Значение угла поворота в сечении B справа от шарнира $\theta_{\text{Вправ}} = \theta_{\text{Влев}} + \Delta\theta_B = 3,28^\circ$.

Значения перемещений в сечении посередине участка ($A-B$) приведем без иллюстрации вычислений: $v(2,5) = -13,4$ см; $\theta(2,5) =$

$= -0,07^\circ$. Значение угла поворота в этом сечении близко к нулю и это говорит о том, что сечение с максимальным по модулю прогибом будет расположено очень близко к обсуждаемому сечению. Из всего сказанного следует, что $f = v_{\max} \approx v(2,5) = 13,4$ см. Изогнутая ось балки показана на рис. 1.9.2б.

Проверка жесткости балки по максимальному прогибу $f \leq [f] = L/200 = 900/200 = 4,5$ см не выполняется и необходимо увеличить сечение для удовлетворения этого условия.

Поскольку перемещения обратно пропорциональны изгибной жесткости сечения EI , то увеличение момента инерции I в $\eta = f/[f] = 13,4/4,5 \approx 3$ раза обеспечивает выполнение условия жесткости. Новое сечение балки должно иметь момент инерции $I \geq 7080 \cdot 3 = 21240$ см⁴. Этому условию удовлетворяет двутавр № 45 с моментом инерции $I_x = 27696$ см⁴. В заключение отметим, что для рассмотренной балки выполнение условия жесткости оказалось в несколько раз важнее, чем условия прочности.

1.10 Расчеты на прочность и жесткость при косом изгибе

Дано: для стальной ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $[\sigma] = 160$ МПа) балки длиной $l = 1$ м подобрать размеры поперечного прямоугольного сечения ($h/b = 2$).

Требуется: определить положение нейтральной линии и перемещение свободного конца балки; построить эпюру нормальных напряжений в опасном сечении.

Решение.

Раскладываем (рис. 1.10.1) силу P на составляющие, параллельные осям x и y :

$$P_x = P \sin \alpha = 20 \times \sin 30^\circ = 20 \times 0,5 = 10 \text{ кН};$$

$$P_y = P \cos \alpha = 20 \times \cos 30^\circ = 20 \times 0,866 = 17,32 \text{ кН}.$$

Опасным является опорное сечение, в котором действуют наибольшие изгибающие моменты:

– в вертикальной плоскости

$$M_x = P_y \cdot l = 17,32 \cdot 1 = 17,32 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

– в горизонтальной плоскости

$$M_y = P_x \cdot l = 10 \cdot 1 = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

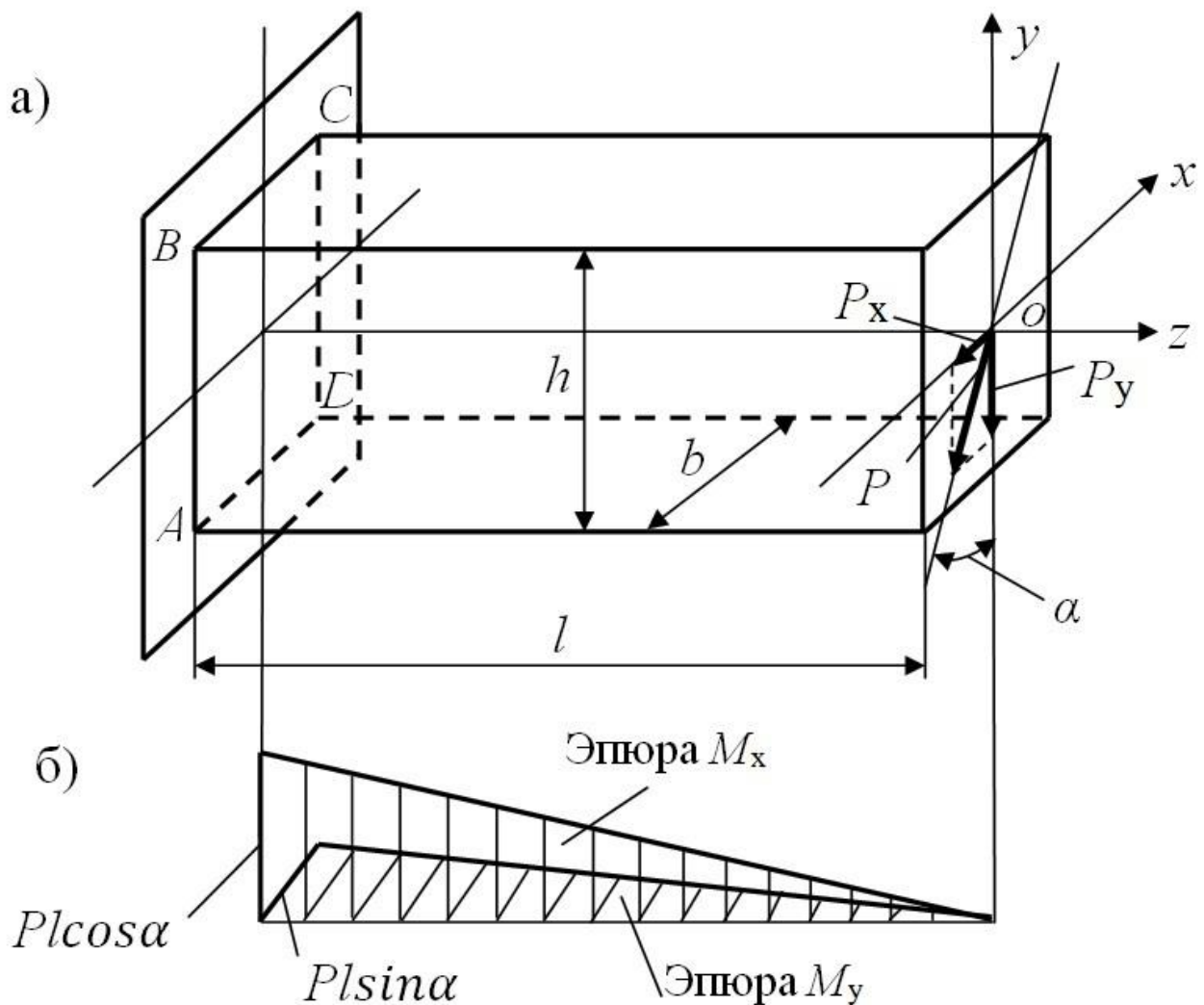


Рисунок 1.10.1 – Расчетная модель стержня (а);
эпюры изгибающих моментов (б)

Полный изгибающий момент в сечении действует в той же плоскости, в которой расположена сила P , т. е. в плоскости, наклоненной к оси y под углом $\alpha = 30^\circ$.

Используем формулу для определения положения нейтральной линии

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta &= \frac{I_x}{I_y} \operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{hb^3}{12}} = \left(\frac{h}{b}\right)^2 \operatorname{tg} \alpha = 2^2 \times \operatorname{tg} 30^\circ = \\ &= 4 \times 0,5774 = 2,3096, \end{aligned}$$

откуда $\beta = \operatorname{arctg} 2,3096 = 66,58^\circ$.

Положение нейтральной линии показано на рис. 1.10.2.

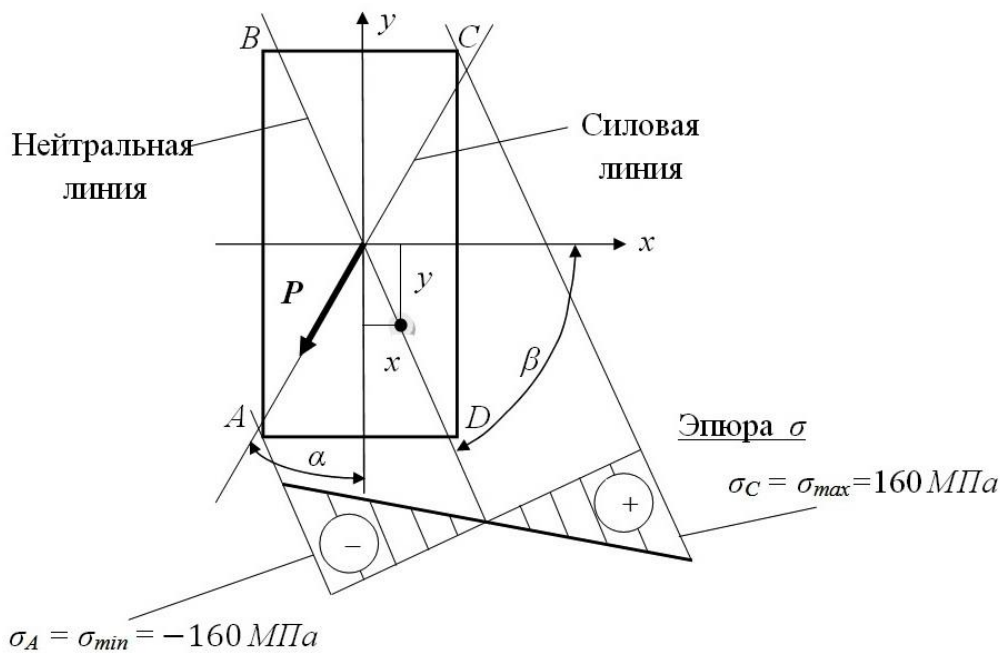


Рисунок 1.10.2 – К определению положения нейтральной линии

Наибольшие по абсолютной величине нормальные напряжения возникают в наиболее удаленных от нейтральной линии точках A и C опасного сечения: в точке A нормальные напряжения сжимающие, а в точке C – растягивающие.

Для подбора прямоугольного сечения используем условие прочности для балок из пластичного материала

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \right| = \frac{1}{W_x} \left(|M_x + \frac{W_x}{W_y} M_y| \right) = \frac{1}{W_x} (|M_x + kM_y|) \leq [\sigma],$$

где $k = \frac{W_x}{W_y} = \frac{bh^2/6}{hb^2/6} = \frac{h}{b} = 2.$

Приравниваем наибольшее значение напряжения σ_{\max} к допускаемому напряжению $[\sigma] = 160$ МПа

$$\sigma_{\max} = \frac{1}{W_x} (17,32 + 2 \times 10) = \frac{37,32}{W_x} = [\sigma] = 160 \text{ МПа},$$

откуда требуемый осевой момент сопротивления сечения балки

$$W_x^{\text{треб}} = \frac{37,32 \times 10^3}{160 \times 10^6} = 0,000233 \text{ м}^3.$$

Учитывая, что

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(2h)^2}{6} = \frac{2b^3}{3},$$

получаем

$$b = \sqrt[3]{\frac{3W_x^{\text{треб}}}{2}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 233}{2}} = 7,04 \text{ см};$$

$$h = 2b = 2 \cdot 7,04 = 14,08 \text{ см}.$$

Напряжения в опасных точках A и C определяем по формулам:

$$\sigma_A = -\frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y} \quad \text{и} \quad \sigma_C = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y},$$

где $W_x = \frac{2b^3}{3} = \frac{2 \times 7,04^3}{3} = 232,61 \text{ см}^3,$

$$W_y = \frac{b^3}{3} = \frac{7,04^3}{3} = 116,3 \text{ см}^3.$$

$$\sigma_A = -\frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y} = -\frac{17,32 \times 10^3}{232,61} - \frac{10 \times 10^3}{116,3} = -160 \text{ МПа},$$

$$\sigma_C = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{17,32 \times 10^3}{232,61} + \frac{10 \times 10^3}{116,3} = 160 \text{ МПа}.$$

Эпюра нормальных напряжений σ для опасного поперечного сечения изображена на рис. 1.10.2.

Определение перемещения на свободном конце балки сводится к определению полного прогиба f с учетом вертикального прогиба v под действием силы $P_y = 17,32 \text{ кН}$ и горизонтального прогиба u под действием силы $P_x = 10 \text{ кН}$.

Прогибы v и u определяем по формулам:

$$v = \frac{P_y l^3}{3EI_x} \quad \text{и} \quad u = \frac{P_x l^3}{3EI_y},$$

где

$$I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{7,04 \times 14,08^3}{12} = 1637,57 \text{ см}^4;$$

$$I_y = \frac{hb^3}{12} = \frac{14,08 \times 7,04^3}{12} = 409,39 \text{ см}^4.$$

В результате получаем:

$$v = \frac{P_y l^3}{3EI_x} = \frac{17,32 \times 10^3 \times 1^3}{3 \times 2 \times 10^5 \times 10^6 \times 1637,57 \times 10^{-8}} = 0,001763 \text{ м};$$

$$u = \frac{P_x l^3}{3EI_y} = \frac{10 \times 10^3 \times 1^3}{3 \times 2 \times 10^5 \times 10^6 \times 409,39 \times 10^{-8}} = 0,004071 \text{ м.}$$

Полный прогиб свободного конца балки определяем по формуле

$$f = \sqrt{v^2 + u^2} = \sqrt{0,001763^2 + 0,004071^2} = 0,004436 \text{ м.}$$

Направление полного прогиба (рис. 1.10.3) свободного конца балки определяем по формуле

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{u}{v} = \frac{0,004071}{0,001763} = 2,3096,$$

откуда $\gamma = \operatorname{arctg} 2,3096 = 66,58^\circ$.

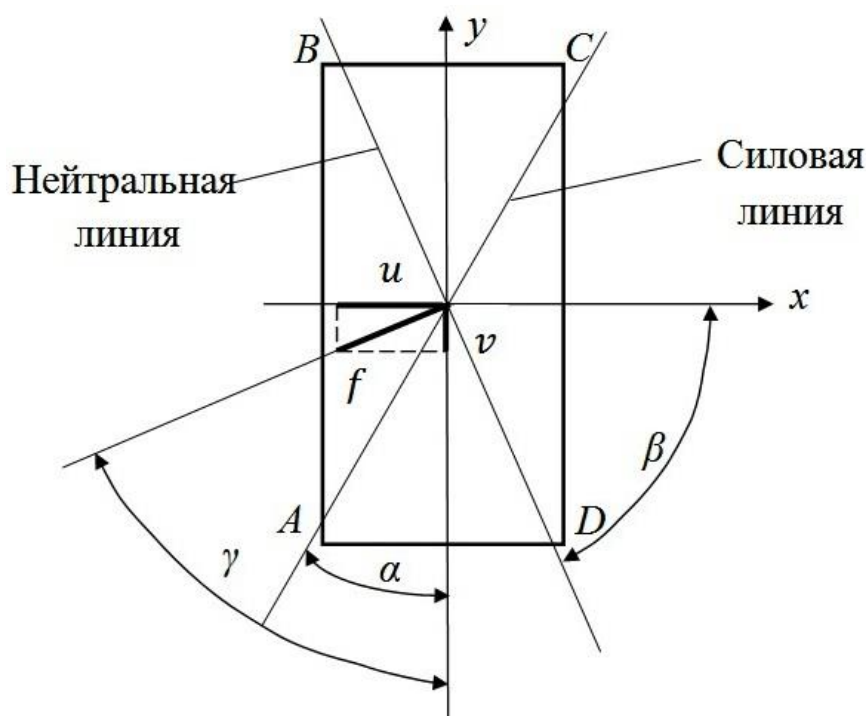


Рисунок 1.10.3 – К определению направления полного прогиба

1.11 Расчеты на прочность и жесткость при кручении с изгибом

Дано: вал зубчатой передачи (редуктора) изготовлен из стали 35 ($\sigma_T = 360$ МПа); к левому концу вала подводится от электродвигателя мощность $K = 28$ кВт; частота вращения вала $n = 630 \frac{\text{об}}{\text{мин}}$; диаметр вала $d_B = 45$ мм; диаметр зубчатой передачи

$d = 90$ мм; соотношение радиального и тангенциального усилий на зубчатой передаче $T_r = 0,364T_t$; принимаем $[n_T] = 4,0$.

Требуется: проверить прочность вала в сечении под серединой зубчатого колеса, влияние концентратора напряжений (шпоночный паз) не учитывать; расчет выполнить по теории наибольших касательных напряжений.

Решение.

Момент, передаваемый валом:

$$M = \frac{K}{\omega} = \frac{28 \times 10^3}{66} = 425 \text{ Н} \cdot \text{м};$$
$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14 \times 630}{30} = 66 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Выражая этот момент через окружную силу, найдем

$$M = T_t \frac{d}{2}; \quad T_t = \frac{2M}{d} = \frac{2 \times 425}{90 \times 10^{-3}} = 9,47 \text{ кН};$$
$$T_r = 0,364T_t = 0,364 \times 9,47 = 3,44 \text{ кН};$$
$$M_{\text{и}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \sqrt{146^2 + 403^2} = 428,6 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Расчетный момент под серединой колеса

$$M_p = \sqrt{M_{\text{и}}^2 + M_k^2} = \sqrt{428,6^2 + 425^2} = 603,6 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Расчетное напряжение для опасной точки сечения

$$\sigma_{\text{расч}}^{\text{III}} = \frac{M_p}{0,1d_{\text{в}}^3} = \frac{603,6 \times 10^3}{0,1 \times 45^3} = 66,3 \text{ МПа}.$$

Коэффициент запаса

$$n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\text{расч}}^{\text{III}}} = \frac{310}{66,3} = 4,7 > 4,0.$$

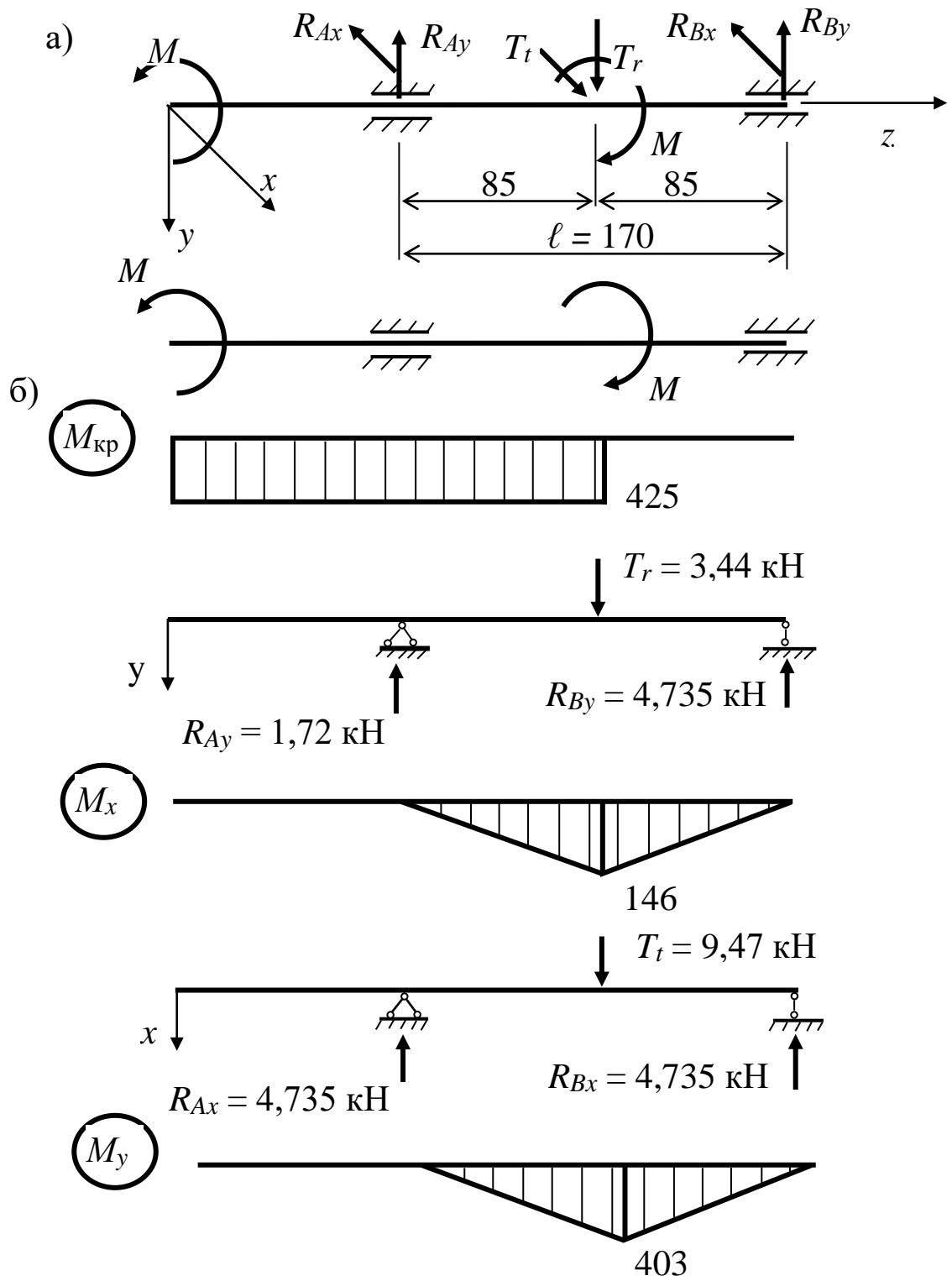


Рисунок 1.11.1 – Расчетная схема (а)
и эпюры внутренних усилий (б)

1.12 Расчеты при внецентренном сжатии

Дано: чугунный короткий стержень, поперечное сечение которого имеет размеры $a = 5$ см и $b = 2$ см (рис. 1.12.1), сжимается продольной силой P , приложенной в точке A ; допускаемые напряжения для чугуна на сжатие $[\sigma]^- = 150$ МПа и на растяжение $[\sigma]^+ = 22$ МПа.

Требуется: построить эпюру напряжений в поперечном сечении; из расчета на прочность найти величину допускаемой силы $[P]$ при заданных размерах сечения и допускаемых напряжениях для чугуна на сжатие $[\sigma]^-$ и на растяжение $[\sigma]^+$.

Решение.

1. Определяем положение центра тяжести сечения (рис. 1.12.1) в осях x_1 и y_1 .

Разбиваем сечение на две фигуры и определяем положение точек центров тяжести простых фигур O_1 и O_2 .

$$x_c = \frac{\sum S_{yi}}{\sum F_i} = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2}{F_1 + F_2} = \frac{39,25 \times 0 + 20 \times 3,12}{39,25 + 20} = 1,1 \text{ см,}$$

где $x_1 = 0$, $x_2 = 3,12$ см.

$$F_1 = \frac{\pi d^2}{8} = \frac{3,14 \times 10^2}{8} = 39,25 \text{ см}^2,$$
$$F_2 = 2 \times 10 = 20 \text{ см}^2.$$

Так как сечение имеет ось симметрии x_c , то главными осями будут оси x_c и y_c .

2. Определяем осевые моменты инерции сечения I_{x_c}, I_{y_c}

$$I_{x_c} = I_{x_1} + I_{x_2} = 0,393r^4 + \frac{b \times (2a)^3}{12} = 0,393 \cdot 5^4 + \frac{2 \times (2 \times 5)^3}{12} = 412,3 \text{ см}^4;$$

$$I_{y_c} = I_{y_1} + b_1^2 F_1 + I_{y_2} + b_2^2 F_2 = 0,11 \times 5^4 + (-1,1)^2 \times 39,25 + \frac{2 \times 5 \times 2^3}{12} + 2,02^2 \times 20 = 204,6 \text{ см}^4,$$

где $b_1 = -1,1$ см; $b_2 = 2,02$ см.

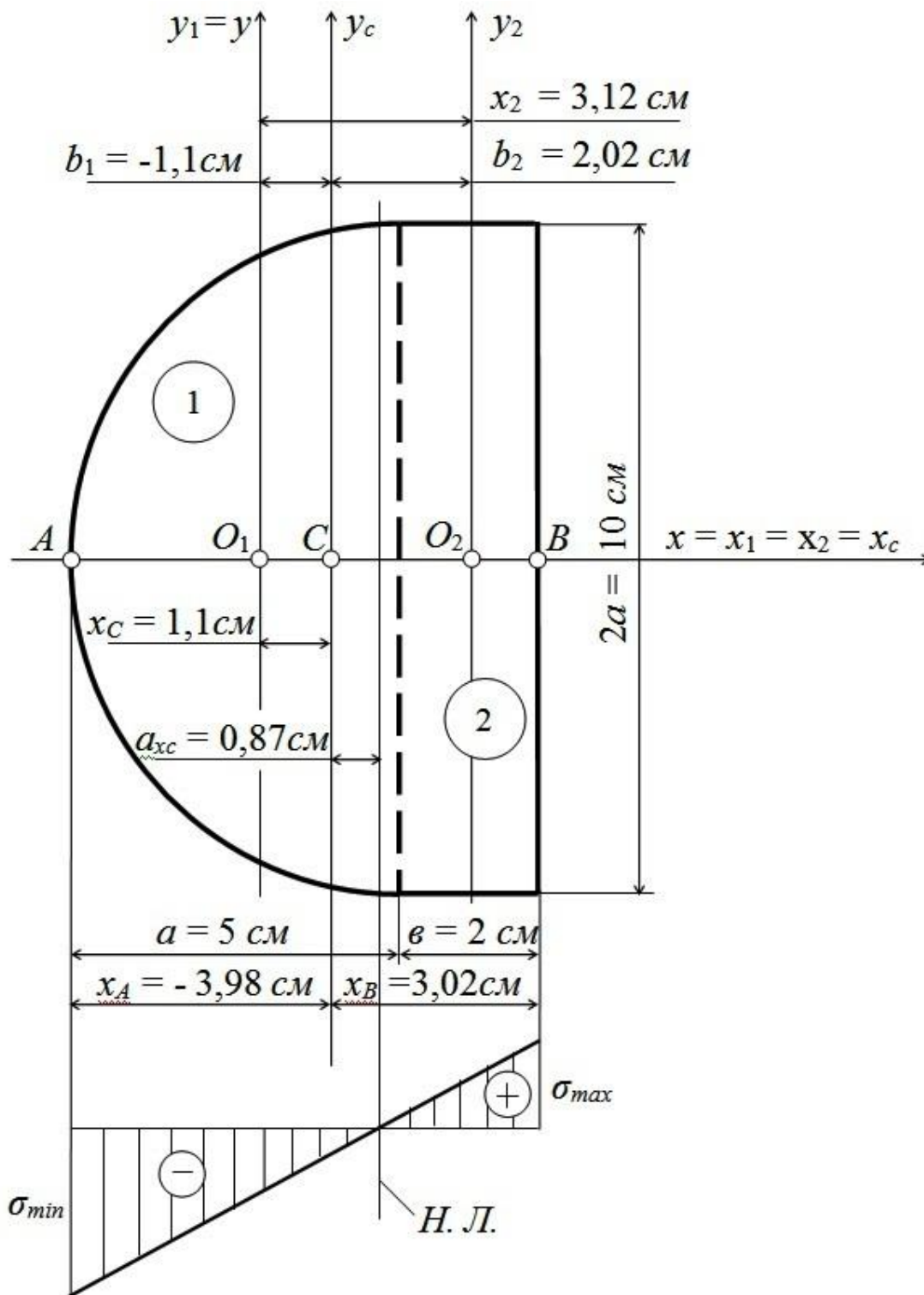


Рисунок 1.12.1 – Расчетная схема и эпюра напряжений

3. Определяем квадраты радиусов инерции сечения

$$i_{x_c}^2 = \frac{I_{x_c}}{F} = \frac{412,3}{59,25} = 6,96 \text{ см}^2,$$

$$i_{y_c}^2 = \frac{I_{y_c}}{F} = \frac{204,6}{59,25} = 3,45 \text{ см}^2.$$

4. Определяем положение нейтральной линии.

Точка A имеет координаты $x_A = -3,98$ см, $y_A = 0$.

Отрезки, которые нейтральная линия отсекает на главных осях:

$$a_{x_c} = -\frac{i_{y_c}^2}{x_A} = -\frac{3,45}{-3,98} = 0,87 \text{ см},$$

$$a_{y_c} = -\frac{i_{x_c}^2}{y_A} = -\frac{6,96}{0} = \infty.$$

Нейтральная линия располагается параллельно оси u_c .

Наиболее удаленные точки от нейтральной линии – точка A , где действуют наибольшие сжимающие напряжения, и точка B , где действуют наибольшие растягивающие напряжения.

Координаты точек: $A (-3,98 \text{ см}; 0)$, $B (3,02 \text{ см}; 0)$

$$\sigma_{\min} = -\frac{P}{F} \left(1 + \frac{y_p y_A}{i_{x_c}^2} + \frac{x_p x_A}{i_{y_c}^2} \right) = -\frac{P}{59,25} \left(1 + \frac{(-3,98) \times (-3,98)}{3,45} \right) =$$

$$= -0,094P,$$

$$\sigma_{\max} = -\frac{P}{F} \left(1 + \frac{y_p y_B}{i_{x_c}^2} + \frac{x_p x_B}{i_{y_c}^2} \right) = -\frac{P}{59,25} \left(1 + \frac{(-3,98) \times 3,02}{3,45} \right) = 0,042P,$$

где x_p и y_p – координаты полюса A (точки приложения силы).

Определяем допускаемую нагрузку $[P]$ из условий прочности на сжатие и растяжение.

Из условия прочности на сжатие

$$0,094[P]^- = [\sigma]^-,$$

$$0,094[P]^- = 150 \text{ МПа}.$$

Откуда

$$[P]^- = \frac{150 \cdot 10^3}{0,094 \cdot 10^4} = 159,6 \text{ кН}.$$

Из условия прочности на растяжение

$$0,042[P]^+ = [\sigma]^+,$$

$$0,042[P]^+ = 22 \text{ МПа}.$$

Откуда

$$[P]^+ = \frac{22 \cdot 10^3}{0,042 \cdot 10^4} = 53,4 \text{ кН.}$$

Окончательно принимаем допускаемую нагрузку

$$[P] = \min\{[P]^-, [P]^+\} = \min\{159,6; 53,4\} = 53,4 \text{ кН.}$$

1.13 Устойчивость стержней при сжатии

Дано: стержень коробчатого сечения с высотой $l = 3,6$ м, сжимающей осевой силой $P = 700$ кН (рис. 1.13.1). Стержень изготовлен из стали Ст5 с $[\sigma]^- = 180$ МПа и $E = 2 \times 10^5$ МПа. Коэффициент приведения длины стержня $\mu = 0,7$.

Требуется: подобрать размеры коробчатого поперечного сечения стержня; найти величину критической силы и коэффициент запаса устойчивости.

Решение.

Определим геометрические характеристики поперечного сечения стержня. Площадь поперечного сечения рассчитывается по формуле

$$F = B \times H - (B - 2 \cdot 0,08) \times (H - 2 \cdot 0,08a);$$
$$F = a \times 1,2a - (a - 0,16a) \times (1,2a - 0,16a) = 0,326a^2.$$

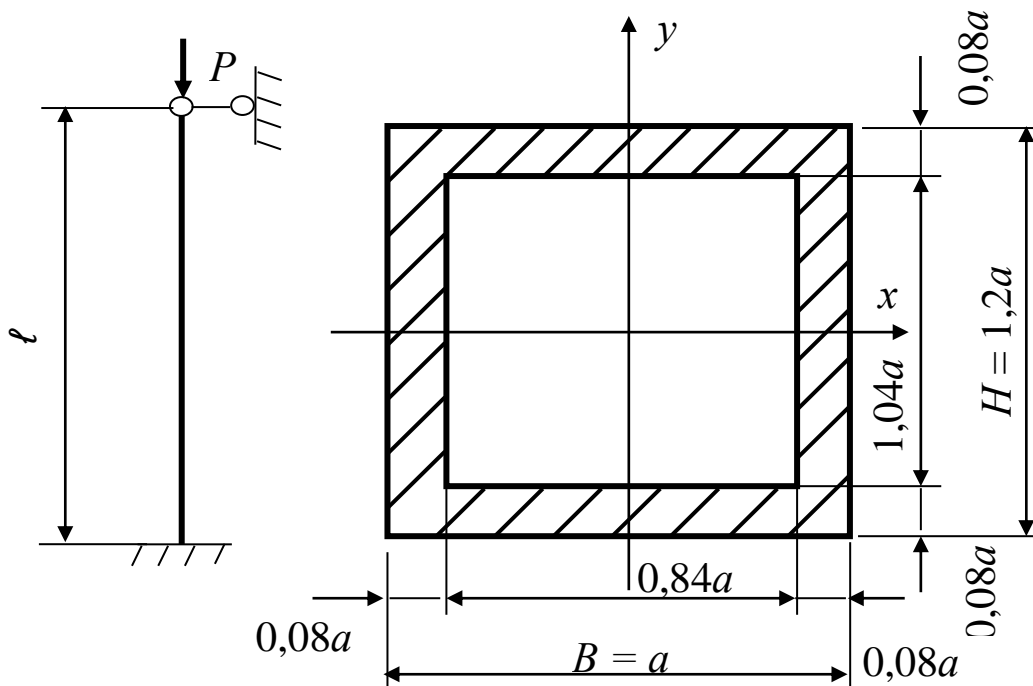


Рисунок 1.13.1 – Стержень и его поперечное сечение

Наименьший главный момент инерции сечения стержня определялся как

$$I_{\min} = I_y = \frac{H \times B^2}{2} - \frac{(H - 0,16a) \times (B - 0,16a)^3}{12} - \frac{1,2a \times a^3}{12} - \frac{1,04a \times (0,84a)^3}{12} = 0,0486 a^4.$$

Минимальный радиус инерции сечения стержня рассчитывается по формуле

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{F}} = \sqrt{\frac{0,0486a^4}{0,326a^2}} = 0,386a.$$

Подбор сечения осуществляем методом последовательных приближений.

Первое приближение.

Принимаем $\varphi_1 = 0,5$ (среднее значение $0 < \varphi < 1$) и определяем

$$F_1 \geq \frac{P}{\varphi_1[\sigma]^-} = \frac{70 \times 10^3}{0,5 \times 180 \times 10^6} = 77,78 \times 10^{-4} \text{ м}^2 = 77,78 \text{ см}^2.$$

$$\text{Следовательно, } a_1 = \sqrt{\frac{A_1}{0,326}} = \sqrt{\frac{77,78}{0,326}} = 15,45 \text{ см.}$$

Тогда

$$i_{\min 1} = 0,386a_1 = 0,386 \times 15,45 = 5,96 \text{ см;}$$

$$\lambda_1 = \frac{\mu l}{i_{\min 1}} = \frac{0,7 \times 3,6 \times 10^2}{5,96} = 42,3.$$

Определяем φ'_1 из таблицы справочных данных путем линейной интерполяции

$$\varphi_1^{\text{табл}} = \varphi_{\lambda=42,3} = \varphi_{\lambda=40} - \frac{\varphi_{\lambda=40} - \varphi_{\lambda=50}}{10} \Delta\lambda;$$

$$\varphi_1^{\text{табл}} = 0,89 - \frac{0,89 - 0,86}{10} \times (42,3 - 40) = 0,883.$$

Так как значение $\varphi_1^{\text{табл}} = 0,883$ значительно отличается от принятого в первом приближении $\varphi_1 = 0,5$, то выполняем второе приближение.

Второе приближение.

Принимаем

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_1^{\text{табл}}}{2} = \frac{0,5 + 0,883}{2} = 0,692.$$

Продельываем те же вычисления, что и в первом приближении:

$$F_2 \geq \frac{P}{\varphi_2[\sigma]^-} = \frac{70 \cdot 10^3}{0,692 \times 180 \times 10^6} = 56,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 56,2 \text{ см}^2;$$

$$a_2 = \sqrt{\frac{F_2}{0,326}} = \sqrt{\frac{56,2}{0,326}} = 13,13 \text{ см};$$

$$i_{\min 2} = 0,386 a_2 = 0,386 \cdot 13,13 = 5,07 \text{ см};$$

$$\lambda_2 = \frac{\mu l}{i_{\min 2}} = \frac{0,7 \cdot 3,6 \cdot 10^2}{5,07} = 49,7;$$

$$\varphi_2^{\text{табл}} = \varphi_{\lambda=49,7} = \varphi_{\lambda=40} - \frac{\varphi_{\lambda=40} - \varphi_{\lambda=50}}{10} \cdot (49,7 - 40);$$

$$\varphi_2^{\text{табл}} = 0,89 - \frac{0,89 - 0,86}{10} \cdot 9,7 = 0,861.$$

Значение $\varphi_2^{\text{табл}} = 0,861$ значительно отличается от $\varphi_2 = 0,692$, поэтому необходимо сделать третье приближение.

Выполнение третьего и четвертого приближений опущено для краткости примера, и только пятое приближение оказывается окончательным.

Пятое приближение.

Принимаем

$$\varphi_5 = \frac{\varphi_4 + \varphi_4^{\text{табл}}}{2} = \frac{0,836 + 0,856}{2} = 0,841.$$

Проделав вычисления в той же последовательности, что и в предыдущих приближениях, определяем: $F_2 = 46,24 \text{ см}^2$; $a_5 = 11,91 \text{ см}$; $i_{\min 5} = 4,6 \text{ см}$; $\lambda_2 = 54,78$; $\varphi_5^{\text{табл}} = 0,841$.

Получено идеальное совпадение $\varphi_5 = \varphi_5^{\text{табл}} = 0,841$, которого чаще всего достичь не удастся, но стремиться к обозначенному идеалу по возможности целесообразно.

Далее проверяем устойчивость стержня

$$\sigma = \frac{P}{F_5} = \frac{70 \times 10^3 \times 10^{-6}}{46,24 \times 10^{-4}} = 151,4 \text{ МПа} =$$

$$= [\sigma] \cdot \varphi_5^{\text{табл}} = 180 \times 0,841 = 151,4 \text{ МПа}.$$

Условие устойчивости удовлетворяется, поэтому окончательно принимаем $a = a_5 = 11,91 \text{ см} \cong 12 \text{ см}$.

Так как $\lambda_5 = 54,78 < \lambda_{\text{пред}} = 100$ (для Ст5), то используем формулу Ясинского для определения критической силы $P_{\text{кр}} = (a - b \cdot \lambda)$. Из таблицы справочных данных находим $a = 465 \text{ МПа}$; $b = 3,26 \text{ МПа}$.

Тогда $P_{\text{кр}} = (464 - 3,26 \cdot 54,78)10^3 \cdot 10^{-4} = 1320 \text{ кН}$.

Определяем коэффициент запаса устойчивости стержня по формуле

$$n_y = \frac{P_{\text{кр}}}{P} = \frac{1320}{700} = 1,88.$$

1.14 Основы расчета на удар

Дано: на конце стального каната подъемника расположена пружина, на которой подвешен груз $P = 2 \text{ т}$, опускаемый с помощью лебедки со скоростью $V = 1,2 \text{ м/с}$; площадь поперечного сечения каната $F = 10 \text{ см}^2$, а модуль упругости каната $E = 1,6 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$. Жесткость пружины $C = 800 \text{ кг/см}$.

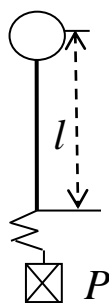


Рисунок 1.14.1 – Расчетная схема к определению напряжений в канате

Требуется: определить наибольшие напряжения в канате при внезапной остановке барабана лебедки, если длина каната (от лебедки до груза) в этот момент составляла $l = 20 \text{ м}$; во сколько раз изменились бы эти напряжения, если бы груз был прикреплен

непосредственно к канату (без пружины); определить удлинение каната и пружины от статически действующей силы P .

Решение.

Удлинение каната и пружины от статически действующей силы P определяем из выражения

$$\delta_{\text{ст}} = \frac{Pl}{EF} + \frac{P}{C} = \frac{2000 + 2000}{1,6 \cdot 10^6 \cdot 10} + \frac{2000}{800} = 2,75 \text{ см.}$$

Динамический коэффициент вычисляется

$$K_{\partial} = \frac{V}{\sqrt{g\delta_{\text{ст}}}} = \frac{120}{\sqrt{981 \cdot 2,75}} = 2,31$$

Полные наибольшие нормальные напряжения в канате вычисляем

$$\sigma_{\text{н}} = \frac{P}{F} (1 + K_{\partial}) = \frac{2000}{10} (1 + 2,31) = 662 \text{ кг/см}^2.$$

При подвеске груза без пружины

$$\delta_{\text{ст}} = \frac{Pl}{EF} = \frac{2000 \cdot 2000}{1,6 \cdot 10^6 \cdot 10} = 0,25 \text{ см.}$$

$$K_{\partial} = \frac{V}{\sqrt{Kg\Delta_{\text{ст}}}} = \frac{120}{\sqrt{981 \cdot 0,25}} = 7,74.$$

$$\sigma_{\text{н}} = \frac{P}{F} (1 + K_{\partial}) = \frac{2000}{10} (1 + 7,74) = 1748 \text{ кг/см}^2.$$

Таким образом, можно констатировать, что при включении в конструкцию пружины между канатом и грузом существенно снижается динамические напряжения в канате при разном торможении (в 2,6 раза). Пружина в этом случае является амортизатором, снижающим динамические напряжения.

ГЛАВА 2 ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

2.1 Упругие постоянные материала при растяжении-сжатии

Цель работы: определение экспериментальным способом упругих постоянных материала – стали ВСтЗсп5: модуля продольной упругости (модуля упругости I рода, модуля Юнга) и коэффициента поперечной деформации (коэффициента Пуассона).

Модуль продольной упругости (модуль Юнга)

Модуль продольной упругости обозначается латинской буквой – « E ».

E – это характеристика жесткости (упругости) материала, показывающая его способность сопротивляться продольному деформированию (растяжению, сжатию) и изгибу, константа, ее применение справедливо только в пределах линейных упругих деформаций материала, т. е. в пределах действия закона Гука.

E связывает между собой в формуле закона Гука при растяжении (сжатии) деформации и напряжения и графически оценивается следующим образом $E = \operatorname{tg} \alpha$ (рис. 2.1.1).

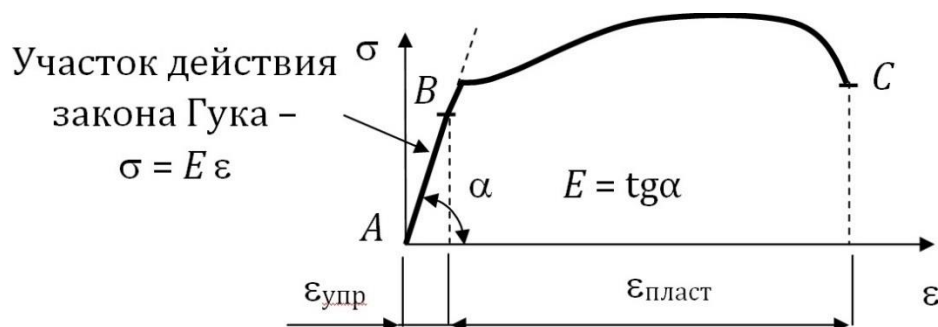


Рисунок 2.1.1 – Диаграмма растяжения стали ВСтЗсп5:
А–В – участок линейной зависимости между относительными линейными деформациями (ε) и нормальными напряжениями (σ);
В–С – участок нелинейной зависимости

Материал с большим числовым значением E является более жестким и требует больших усилий при его деформировании.

Численные значения E для основных материалов приводятся в справочниках по сопротивлению материалов и справочниках

машиностроителя, а в случае отсутствия данных в справочниках – определяются экспериментально.

E в сопротивлении материалов используется при оценке прочности, жесткости и устойчивости элементов конструкций.

E численно равен напряжению, которое могло бы возникнуть в материале при его упругом растяжении на 100 % (в 2 раза), и является характеристикой условной.

Практическое определение E осуществляется путем растяжения образца на незначительную величину с последующим пересчетом.

Коэффициент поперечной деформации (коэффициент Пуассона)

Коэффициент Пуассона обозначается греческой буквой « μ » (мю), является упругой механической характеристикой материала, определяющей его способность деформироваться в поперечном направлении при продольном приложении нагрузки, и константой для данного материала (рис. 2.1.2).

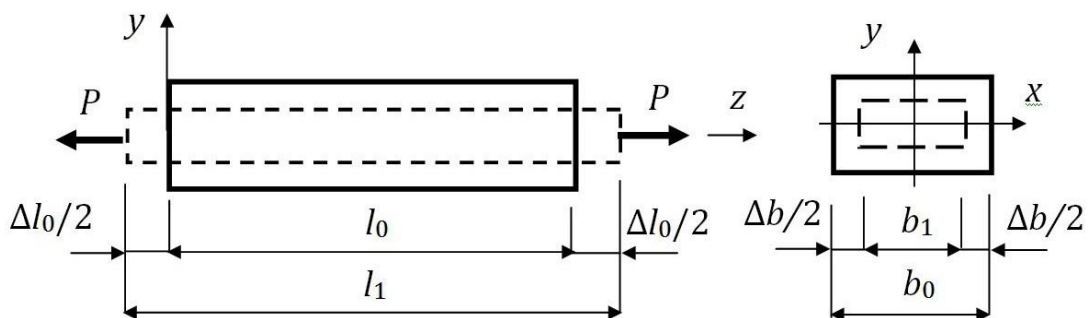


Рисунок 2.1.2 – Продольное и поперечное деформирование

Из рис. 2.1.2 следует, что абсолютные деформации образца равны

$$\Delta l = l_1 - l_0; \quad \Delta b = b_1 - b_0, \quad (2.1.1)$$

где Δl и Δb – абсолютные удлинение и сужение образца (абсолютные деформации), мм; l_0 и l_1 – начальная и конечная длина образца, мм; b_0 и b_1 – начальная и конечная ширина образца, мм.

Если принять, что $\Delta l \approx l_0 = l_1$, а $\Delta b \approx b_0 = b_1$, то относительные деформации образца будут равны

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}; \quad \varepsilon' = \frac{\Delta b}{b}, \quad (2.1.2)$$

где ε и ε' – относительная продольная и относительная поперечная деформации образца (относительное удлинение и относительное сужение).

Коэффициент μ численно равен отношению относительного сужения образца к его относительному удлинению при его продольном деформировании, т. е. отношению между относительными поперечной и продольной деформациями. Это отношение выражается формулой

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right| = \left| \frac{\Delta b l}{b \Delta l} \right|. \quad (2.1.3)$$

Для большинства материалов численное значение μ приводится в справочниках по сопротивлению материалов и справочниках машиностроителя, в ином случае μ определяется экспериментально.

Обобщенно для известных исследованных изотропных (имеющих одинаковые упругие свойства по всем направлениям) материалов интервал изменения коэффициента Пуассона $\mu = 0 \div 0,5$.

Описание испытательного оборудования

В лабораторной работе для растяжения образца используется разрывная машина Р-5 (рис. 2.1.3).

Установка в ходе эксперимента работает по следующей схеме. Вращение рукояти 1 передается через редуктор на гайку 2, которая вызывает вертикальное перемещение винта 3. Это приводит к растяжению образца 6, закрепленного в захватах 4 и 5. Усилие в образце создается системой рычагов 7 и маятником 8. Величина усилия фиксируется по шкале силоизмерителя 9. Для определения абсолютных продольных и поперечных деформаций используются тензометры рычажного типа (тензометр Гутгенбергера) 10.

E и μ – это характеристики материала, а не образца, поэтому E и μ , полученные при измерении деформаций участка образца, будут такими же, как и при измерении деформаций всего образца.

В лабораторной работе для повышения точности получаемых результатов значения E и μ будут определяться по двум участкам

испытываемого образца, расположенным на его противоположных гранях (рис. 2.1.4).

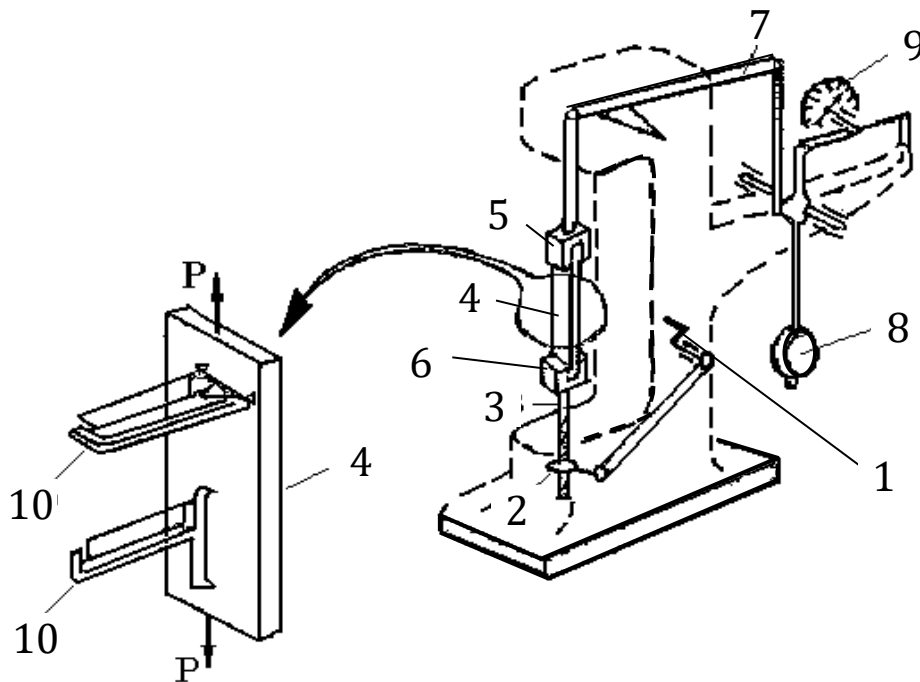


Рисунок 2.1.3 – Схема разрывной машины P-5:
 1 – рукоять; 2 – гайка; 3 – винт; 4 – образец; 5 и 6 – нижний и верхний захваты; 7 – система рычагов; 8 – маятник;
 9 – силоизмеритель; 10 – тензометры



Рисунок 2.1.4 – Схема расположения исследуемых участков образца и тензометров на образце:
 1, 2 – продольные тензометры; 3, 4 – поперечные тензометры
 (пунктиром показаны тензометры на невидимой грани образца)

Такое расположение тензочетров обусловлено тем, что в процессе растяжения образца линии действия растягивающих сил – P не всегда совпадают с продольной осью образца, т. е. имеет место эксцентриситет (смещение линии действия сил – P от продольной оси). Средние показания тензочетров, взятые с двух участков образца, дадут истинную картину.

Приложение к образцу дополнительной нагрузки, равной ступени нагружения, должно давать каждый раз одну и ту же величину приращения его длины. Это связано с тем, что растяжение образца в данной лабораторной работе ведется только в пределах упругих свойств материала, в границах действия закона Гука, представляющего собой линейную зависимость между нагрузкой и деформацией. Данное положение позволяет проводить эксперимент многократно, используя в качестве основы постоянную дополнительную нагрузку, равную ступени нагружения – ΔP_i , при равномерном увеличении общей нагрузки. Для приведения экспериментальной установки в рабочее состояние используется предварительная ступень нагружения – ΔP_0 .

Рабочие формулы для определения модуля продольной упругости и коэффициента Пуассона

Модуль продольной упругости определяется из закона Гука:

$$\Delta l = \frac{Nl}{EF} \rightarrow E = \frac{Nl}{\Delta l F} = \frac{\Delta P l_{\text{бт}}}{\Delta l_{\text{бт}} F_{\text{обр}}}, \quad (2.1.4)$$

где ΔP – приращение силы, прикладываемой к образцу (ступень нагружения), кН; $l_{\text{бт}}$ – база продольного тензочетра, мм; $\Delta l_{\text{бт}}$ – изменение базы продольного тензочетра, мм; $F_{\text{обр}}$ – площадь сечения образца, мм².

Коэффициент Пуассона определяется из формулы

$$\mu = \left| \frac{\Delta b l}{b \Delta l} \right| = \left| \frac{\Delta b_{\text{бт}} l_{\text{бт}}}{\Delta l_{\text{бт}} b_{\text{бт}}} \right|, \quad (2.1.5)$$

где $b_{\text{бт}}$ – база поперечного тензочетра, мм; $\Delta b_{\text{бт}}$ – изменение базы поперечного тензочетра, мм.

Порядок выполнения работы (с примером оформления)

1. Задаться предварительной, нулевой ступенью нагружения на образец (начальная нагрузка) $\Delta P_0 = 400 \text{ кг} = 4 \text{ кН}$.

2. Задаться дополнительной, рабочей ступенью нагружения на образец (рабочая нагрузка) $\Delta P_i = 400 \text{ кг} = 4 \text{ кН}$.

3. Произвести нагружение образца начальной нагрузкой (0-я ступень) и рабочей нагрузкой (1÷3 рабочие ступени), наблюдая при этом за показаниями тензометров.

4. Снимать показания тензометров λ_i при каждом нагружении и заносить в табл. 2.1.1.

Таблица 2.1.1 – Ведомость экспериментальных данных

№ ступени нагружения	Нагрузка на образец P , кг (кН)	Показания тензометров, дел.							
		продольных				поперечных			
		1		2		3		4	
		λ_1	$\Delta\lambda_1$	λ_2	$\Delta\lambda_2$	λ_3	$\Delta\lambda_3$	λ_4	$\Delta\lambda_4$
0	400 (4)	7	–	26	–	23	–	22	–
1	800 (8)	16	9	34	8	21	–2	20	–2
2	1200 (12)	22	8	42	8	19	–2	18	–2
3	1600 (16)	30	8	46	8	17	–2	16	–2
$\Delta P_i = 400 (4)$		$\Delta\lambda_{\text{прод}}^{\text{ср}} = 8,16 \text{ дел.}$				$\Delta\lambda_{\text{попер}}^{\text{ср}} = -2 \text{ дел.}$			

5. Вычислить средние изменения показаний тензометров при приложении дополнительной нагрузки (рабочей ступени нагружения) – $\Delta P_i = 4 \text{ кН}$:

$$\Delta\lambda_{\text{прод}}^{\text{ср}} = \frac{9 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8}{6} = 8,16 \text{ дел.},$$

$$\Delta\lambda_{\text{попереч}}^{\text{ср}} = \left| \frac{-2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2}{6} \right| = 2 \text{ дел.}$$

6. Определить средние изменения длины и ширины исследуемых участков образца в единицах длины при приложении дополнительной (рабочей) нагрузки $\Delta P_i = 4 \text{ кН}$. Для этого умножить

число делений тензометров $\Delta\lambda^{\text{cp}}$ на цену одного деления тензометра ($C = 0,001$ мм, т. е. $0,0001$ см/дел.):

$$\Delta l_{\text{бт}} = \Delta\lambda_{\text{прод}}^{\text{cp}} \times C_{\text{тенз}} = 8,16 \times 0,0001 = 8,16 \times 10^{-4} \text{ см};$$

$$\Delta b_{\text{бт}} = \Delta\lambda_{\text{попер}}^{\text{cp}} \times C_{\text{тенз}} = 2,00 \times 0,0001 = 2,00 \times 10^{-4} \text{ см}.$$

7. Вычислить площадь сечения образца по его размерам (ширина $a = 8$ см, высота $h = 0,3$ см):

$$F_{\text{обр}} = ah = 8 \times 0,3 = 2,4 \text{ см}^2.$$

8. Вычислить модуль продольной упругости

$$E = \frac{\Delta P l_{\text{бт}}}{\Delta l_{\text{бт}} F_{\text{обр}}} = \frac{4 \times 10}{8,16 \times 10^{-4} \times 2,4} = 2,04 \times 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}.$$

9. Вычислить коэффициент Пуассона

$$\mu = \left| \frac{\Delta b_{\text{бт}} l_{\text{бт}}}{\Delta l_{\text{бт}} b_{\text{бт}}} \right| = \left| \frac{2,00 \times 10^{-4} \times 10}{8,16 \times 10^{-4} \times 8} \right| = 0,31.$$

Во всех видах расчетов в рамках курса сопротивления материалов величины E и μ для стали типа ВСтЗсп5 принимать равными: $E = 2 \cdot 10^4$ кН/см² = $2 \cdot 10^5$ МПа; $\mu = 0,31$.

2.2 Механические характеристики материала при растяжении-сжатии

Цель работы: определение механических характеристик (характеристик прочности и пластичности) стали ВСтЗсп5 при растяжении и определение величины допускаемого для нее напряжения.

Классификация сталей

Стали подразделяются по прочностным и упруго-пластическим свойствам на следующие виды:

- пластичные (низкопрочные);
- хрупкие (высокопрочные, низкопластичные).
- хрупко-пластичные (квасихрупкие, т. е. «как бы» хрупкие);

Перечисленные виды сталей имеют как положительные, так и отрицательные свойства.

I. Пластичные стали (низкоуглеродистые).

Положительные свойства:

- низкая стоимость;
- легко подвергаются пластической обработке (штамповка, гибка, волочение);
- отсутствие внезапного разрушения.

Отрицательное свойство – низкая прочность.

II. Хрупкие стали (легированные).

Положительное свойство – высокая прочность.

Отрицательные свойства:

- высокая стоимость;
- с трудом подвергаются пластической обработке;
- возможность внезапного разрушения.

III. Хрупко-пластичные стали – по свойствам занимают промежуточное положение между пластичными и хрупкими сталями.

В соответствии с перечисленными свойствами инженер по своему усмотрению выбирает марку стали, соответствующую условиям работы объекта.

Для экспериментального получения механических характеристик сталей используются стандартные образцы различных размеров и типов (ГОСТ 1497-81).

Выбор типа и размера образца для испытаний зависит от типа испытательной машины, ее максимального разрывного усилия, типа захватов и регламентируется указанным выше ГОСТом.

Диаграммы растяжения сталей

В процессе испытаний диаграммный аппарат разрывной машины автоматически строит диаграмму растяжения стали (образца), т. е. зависимость нагрузки от задаваемых абсолютных деформаций – $P-\Delta l$ (рис. 2.2.1).

На диаграммах растяжения сталей (диаграммы «Нагрузка – деформация») $P-\Delta l$ указываются нагрузки и обозначаются характерные точки, соответствующие окончанию этапов растяжения стали (характерных участков) и вычисляемым характеристикам прочности:

$P_{\text{пц}}$ – пределу пропорциональности $\sigma_{\text{пц}}$;

P_y – пределу упругости σ_y ;

P_T – физическому пределу текучести σ_T ;
 $P_{0,2}$ – условному пределу текучести $\sigma_{0,2}$;
 P_B – пределу прочности $\sigma_{пч}$ или временному сопротивлению σ_B ;
 $P_{разр}$ – разрушающему напряжению – $\sigma_{разр}$.

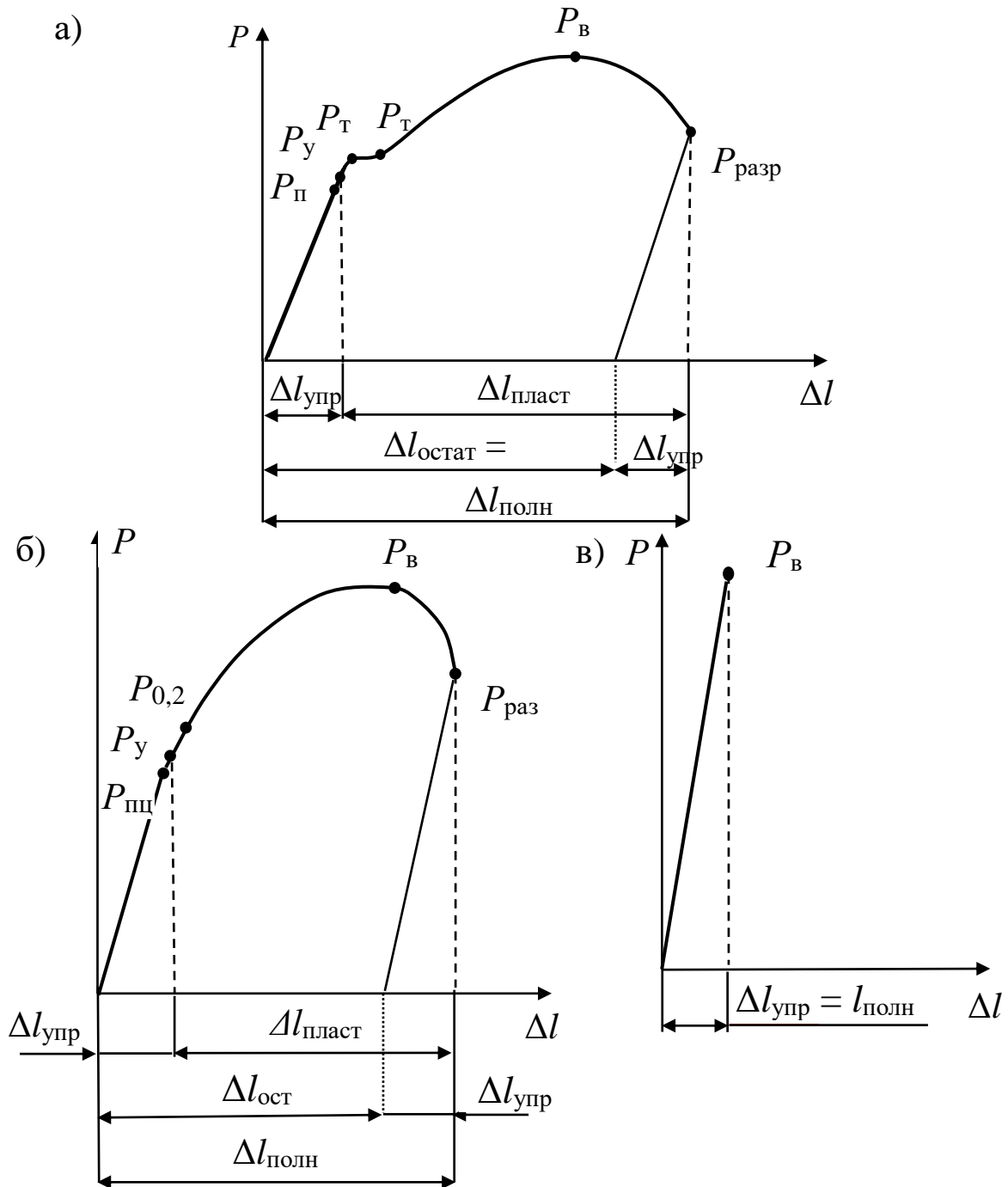


Рисунок 2.2.1 – Варианты диаграмм растяжения сталей (зависимость нагрузки P от абсолютных деформаций Δl): а – пластичная сталь; б – хрупко-пластичная; в – хрупкая

Полученные диаграммы после обработки могут быть представлены в виде условной диаграммы напряжений. Эта диаграмма строится в относительных величинах: напряжения σ и деформации ε , получаемых из первичных опытных данных путем пересчета по формулам:

$$\sigma = \frac{P}{F_0}; \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}. \quad (2.2.1)$$

где P – текущая нагрузка на образец, кг; F_0 – площадь сечения образца до начала испытаний, см²; Δl – текущие абсолютные деформации образца, мм; l_0 – длина образца до испытания, мм.

В процессе обработки результатов испытания сталей вычисляют их механические характеристики (прочности и пластичности).

Механические характеристики сталей

1. Характеристики прочности

1) **Предел пропорциональности** ($\sigma_{\text{пц}}$) – наибольшее напряжение, при котором сохраняется линейная зависимость между напряжениями и деформациями.

От начала растяжения до предела пропорциональности возникают упругие деформации, которые при снятии нагрузки исчезают. Зависимость между напряжениями и деформациями на этом участке описывается законом Гука

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (2.2.2)$$

где σ – нормальные напряжения, МПа; E – модуль продольной упругости, МПа; ε – относительная продольная деформация.

Предел пропорциональности является границей, до которой деформации являются упругими, линейными и обратимыми.

2) **Предел упругости** (σ_y) – напряжение, при котором остаточные (пластические) деформации достигают заданной малой величины (0,003÷0,005 % от начальной длины образца в зависимости от выбранного допуска).

3) **Физический предел текучести** (σ_T) – для пластичных сталей (рис. 2.2.2а) – напряжение соответствует точке на диаграмме, в момент растяжения образца, когда происходит значительный рост пластических деформаций без заметного увеличения нагрузки.

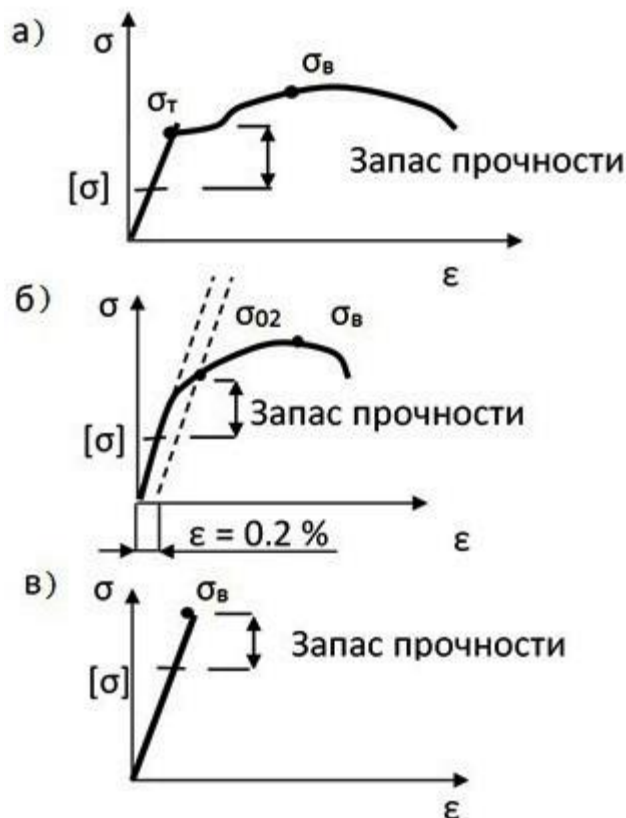


Рисунок 2.2.2 – Основные типы условных диаграмм напряжений для различных видов сталей:

а – пластичная сталь; б – хрупко-пластичная; в – хрупкая

4) **Условный предел текучести** ($\sigma_{0,2}$) – для хрупко-пластичных сталей (см. рис. 2.2.2б) – напряжение, при котором остаточное удлинение составляет 0,2 % от начальной длины образца.

Переход от упругости к пластичности для таких сталей постепенный, и определенной точки на диаграмме для него нет. Чем меньше допуск, тем выше точность определения начала пластических деформаций и больше отличие σ_y от $\sigma_{0,2}$. Поэтому σ_y и $\sigma_{0,2}$ не имеют принципиальных отличий.

5) **Предел прочности или временное сопротивление** (σ_B) – наибольшее напряжение за время испытания образца.

Характеристики прочности используются для определения допускаемых напряжений.

Полученные диаграммы условных напряжений, в зависимости от свойств стали, имеют вид (см. рис. 2.2.2).

Тип I. Диаграмма растяжения с площадкой текучести соответствует пластичным низкопрочным углеродистым сталям и некоторым сортам бронз.

Тип II. Диаграмма растяжения без площадки текучести соответствует большинству конструкционных сталей, а также некоторым алюминиевым, титановым, магниевым сплавам.

Тип III. Диаграмма растяжения без пластических деформаций соответствует хрупким высокопрочным легированным сталям и всем хрупким материалам. Она заканчивается разрывом образца на начальном прямолинейном участке – участке упругих деформаций.

Допускаемое напряжение для различных видов стали:

$$\begin{array}{lll} \text{пластическая} & \text{хрупко-пластическая} & \text{хрупкая} \\ [\sigma] = \frac{\sigma_T}{n} & [\sigma] = \frac{\sigma_{0,2}}{n} & [\sigma] = \frac{\sigma_B}{n}, \end{array} \quad (2.2.3)$$

где σ_T , $\sigma_{0,2}$, σ_B – предельные значения напряжений, при достижении которых в образце резко возрастают либо пластические деформации (σ_T , $\sigma_{0,2}$), либо наступает полное разрушение (σ_B), МПа; n – коэффициент запаса прочности.

Коэффициент запаса n принимается в пределах $1,5 \div 2$ в зависимости от статистического разброса результатов испытаний стали. Кроме того, он учитывает основные допущения и гипотезы курса сопротивления материалов, возможные ошибки проектирования, изготовления деталей и элементов конструкций, их сборки и монтажа.

2. Характеристики пластичности

Характеристики пластичности стали определяются на основе измерения измененных размеров образца после его разрыва (рис. 2.2.3).

Таковыми характеристиками являются: относительное остаточное удлинение и относительное остаточное сужение.

1) **Относительное остаточное удлинение** δ – общее остаточное (пластическое) удлинение стали после разрыва. Оно определяется

$$\delta = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \times 100\% = \frac{\Delta l}{l_0} \times 100\%. \quad (2.2.4)$$

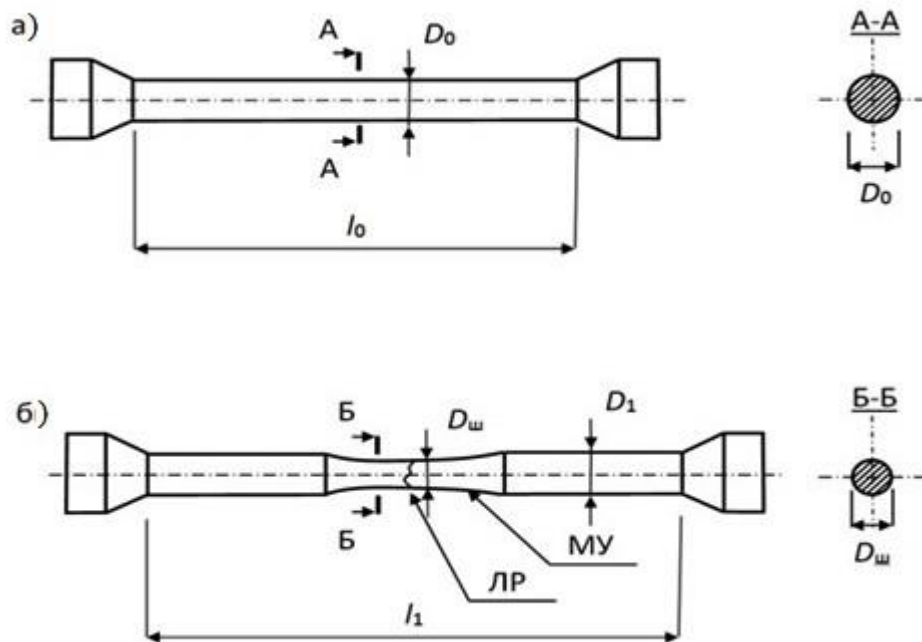


Рисунок 2.2.3 – Форма и размеры образца до и после испытания на растяжение:

а – образец до испытания; б – образец после разрыва;
 МУ – зона местного утонения (шейка образца); ЛР – линия разрыва

2) **Относительное остаточное сужение ψ** – местное остаточное (пластическое) утонение стали. Оно определяется

$$\psi = \frac{F_0 - F_{ш}}{F_0} \times 100\%. \quad (2.2.5)$$

Характеристики пластичности используются:

– для определения марки стали при испытаниях в соответствии с действующим ГОСТ 1497-81;

– для определения пригодности стали для соответствующего способа пластической обработки в соответствии с существующими методиками.

Пластическая обработка проводится как при нормальных, так и высоких температурах и находит широкое применение в технике. Состояние, при котором металл находится в пластической области, дает возможность придавать материалу желательную форму путем прокатки, волочения, штамповки, вытягивания, изгибания и т. д.

3. Характеристика динамичности

Удельная работа, затраченная на разрушение, a – работа, затраченная на разрыв образца, отнесенная к объему образца. Она определяется

$$a = \frac{A}{V_0}, \quad (2.2.6)$$

где A – работа, потраченная на разрушение образца, равная площади диаграммы растяжения, Н·м; V_0 – объем расчетной части образца, который вычисляется

$$V_0 = F_0 l_0. \quad (2.2.7)$$

Удельная работа косвенно характеризует способность стали сопротивляться динамическим нагрузкам. Чем меньше удельная работа, тем сталь менее способна сопротивляться ударам. Более точно это определяется при испытаниях на ударную вязкость.

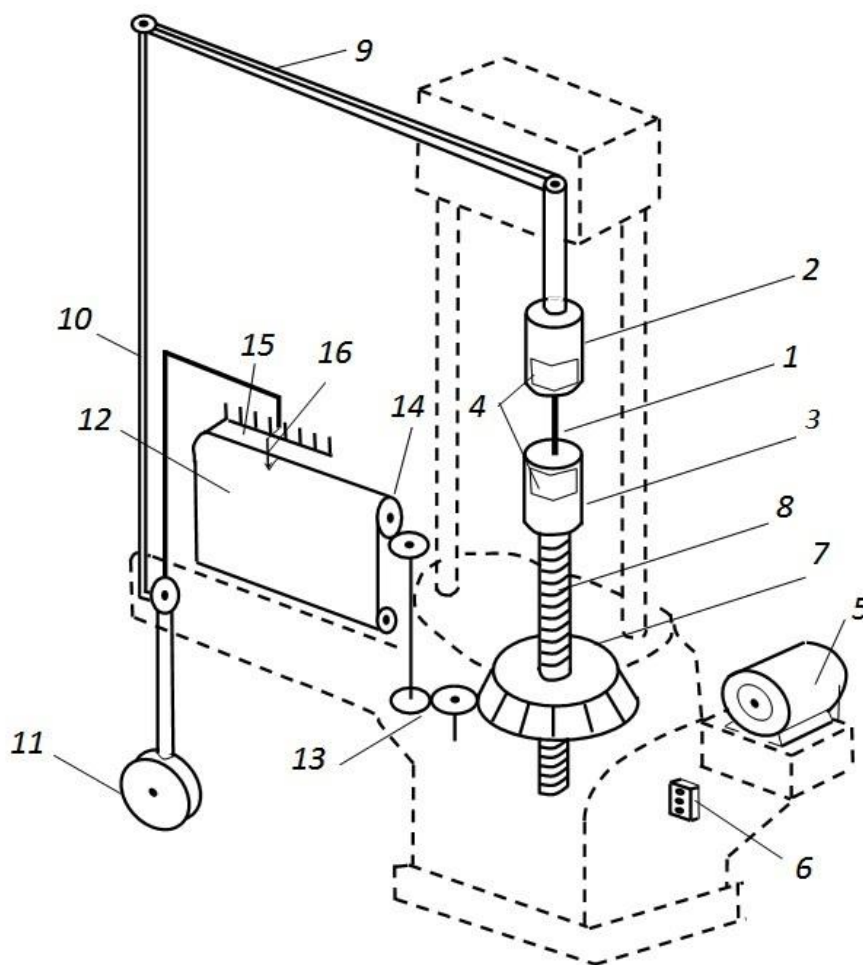
Испытательное оборудование

1. В данной лабораторной работе для испытаний используется разрывная машина ИМ-12А, работающая на растяжение (рис. 2.2.4).

2. Машина создает максимальное разрывное усилие 120 кН (12 т). При эксперименте испытательный образец 1 закрепляется в верхнем 2 и нижнем 3 захватах разрывной машины и закрывается защитными экранами 4. Образец нагружается растягивающей силой, которая создается при помощи электродвигателя 5. Запуск двигателя осуществляется кнопочным пускателем 6, при этом начинает вращаться горизонтальная гайка 7 и навинчиваться на винт 8, связанный с нижним захватом. Захват опускается вниз и вызывает растяжение образца, реактивное усилие на котором создается через рычаг 9 и тягу 10 маятником 11.

3. Машина снабжена устройством для записи диаграммы растяжения – диаграммным аппаратом 12. Его работа осуществляется через удлинение образца и преобразование линейного перемещения через редуктор 13 во вращение диаграммного барабана 14. Величина усилия, пропорциональная отклонению маятника, фиксируется стрелкой на шкале силоизмерителя 15 и пером 16 на бумаге диаграммного аппарата. Скорость нагружения характеризуется скоростью перемещения

движущегося захвата машины. Сложение вращения барабана и перемещения пера самописца дает график поведения образца под нагрузкой – диаграмму растяжения.



*Рисунок 2.2.4 – Схема испытательной машины ИМ-12А:
 1 – образец; 2 – нижний захват; 3 – верхний захват; 4 – защитные экраны; 5 – электродвигатель; 6 – кнопка «пуск-стоп»;
 7 – горизонтальная гайка; 8 – винт; 9 – рычаг; 10 – тяга;
 11 – маятник; 12 – диаграммный аппарат; 13 – редуктор;
 14 – диаграммный барабан; 15 – шкала силоизмерителя;
 16 – пишущее перо*

4. В проводимой лабораторной работе для экспериментального получения механических характеристик стали используется стандартный образец (ГОСТ 1497-81) (рис. 2.2.5).

Образец выполнен из низкопрочной пластичной стали ВСтЗсп5, разрушающейся при растяжении по I типу. Для обмеров образца до и после испытания используется штангенциркуль.

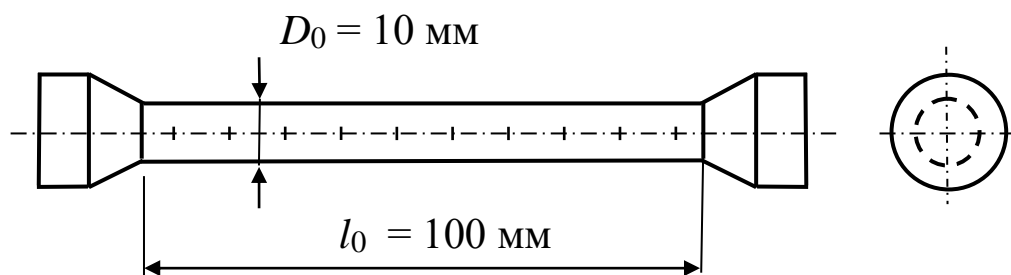


Рисунок 2.2.5 – Схема образца для испытаний стали на растяжение

Поведение стали при растяжении

Условная диаграмма напряжений образца (зависимость напряжений от относительных деформаций) отображает поведение стали в процессе продольного деформирования. По ней можно установить характерные точки и характерные участки, и величины упругих $\epsilon_{упр}$, остаточных (пластических) $\epsilon_{ост}$ и полных $\epsilon_{полн}$ деформаций (рис. 2.2.6).

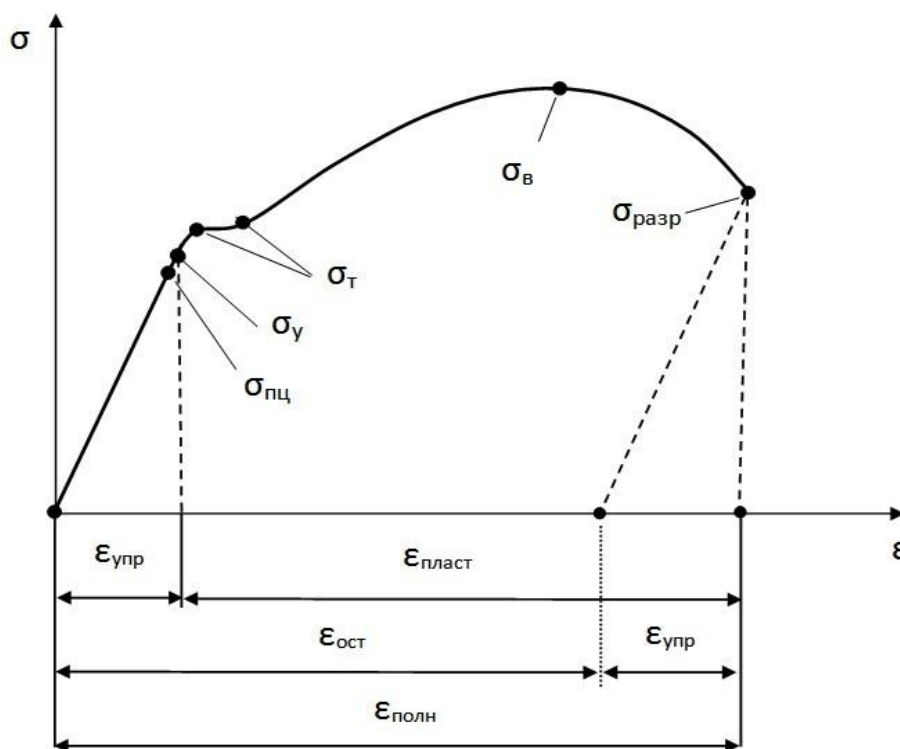


Рисунок 2.2.6 – Условная диаграмма растяжения образца из стали ВСтЗсп5

Характерные участки и характерные точки отображают особенности процесса деформирования:

1) на участке 0–1 – от начала нагружения образца (0) до предела пропорциональности $\sigma_{\text{пц}}$ (1), зависимость напряжений от деформаций линейна. В образце возникают только упругие, прямо пропорциональные деформации, они обратимы и исчезают со снятием нагрузки. Поведение стали на этом участке описывается законом Гука;

2) на участке 1–2 – от предела пропорциональности $\sigma_{\text{пц}}$ (1) до предела упругости σ_y (2), линейная зависимость ε – σ нарушается и деформации имеют хотя и упругий, обратимый, но не пропорциональный характер. Деформации также исчезают со снятием нагрузки. Закон Гука на этом участке и на других далее не действует;

3) на участке 2–3 – от предела упругости σ_y (2) до предела текучести σ_T (3) – возникают первичные пластические деформации, незначительные по величине. Эти деформации не исчезают со снятием нагрузки;

4) на участке 3–3', который называется особым образом – площадка текучести, ему соответствует предел текучести σ_T (3, 3'), возникают заметные, значительные пластические деформации, которые не исчезают после снятия нагрузки, поэтому их называют остаточными деформациями. Деформации растут при практически постоянной нагрузке, такое поведение материала называется текучестью. Достижение напряжений в стали такого уровня приводит к тому, что деталь механизма невозможно эксплуатировать, т. к. деформации изменяют форму образца за пределы допусков;

5) на участке 3'–4 – от предела текучести σ_T (3') до предела временной прочности σ_B (4) происходит вторичное упрочнение стали. Это означает, что для получения дополнительных деформаций образца необходимо дополнительное увеличение нагрузки. При этом также возникают остаточные пластические деформации. Предел прочности – это критическое напряжение, достижение которого приводит к полному разрушению элемента;

6) на участке 4–5 – от предела временной прочности σ_B (4) до разрушения образца $\sigma_{\text{разр}}$ (разрушающее напряжение) (5) в наиболее

ослабленном месте происходит образование шейки на образце (местное утонение). Наблюдение за этим этапом особенно важно при оценке способности стали к пластической обработке штамповкой, волочением;

7) на участке 5–6 – от момента разрушения образца $\sigma_{\text{разр}}$ до окончания эксперимента (6) перо диаграммного аппарата рисует вертикальную линию, это означает, что при разрыве образца исчезают упругие деформации, в то время как пластические (остаточные) сохраняются.

8) Для удобства проведения обработки диаграммы проводится искусственная линия 5–7 параллельная линии 1–0, по ней можно определить величину исчезающих упругих деформаций $\varepsilon_{\text{упр}}$.

Порядок выполнения работы (с примером оформления)

Проведение испытания

1. Произвести осмотр образца, проверить наличие рисок на его рабочей части.

2. Измерить длину рабочей части образца и его начальный диаметр: $l_0 = 10$ см, $D_0 = 1$ см.

3. Включить общий рубильник подачи электропитания.

4. Закрепить образец в захватах, закрыть предохранительные шторки.

5. Настроить аппарат для записи диаграммы растяжения стали, вставить бумагу и пишущее перо.

6. Включить двигатель машины, нажав кнопку «пуск» и начав этим нагружение образца.

7. Наблюдать в процессе растяжения образца за работой машины, поведением образца, работой диаграммного аппарата и шкалой силоизмерителя.

8. Зафиксировать максимальную нагрузку на образец $P_{\text{max}} = 4100$ кг.

9. Обратит внимание на образование шейки на образце после начала уменьшения усилия.

10. После разрыва образца нажать кнопку «стоп» и остановить этим двигатель машины.

11. Вынуть части разорванного образца из захватов.

12. Вынуть машинную диаграмму из диаграммного аппарата.

13. Выключить рубильник общего электропитания.

2. Обработка результатов испытания

1. Рассмотреть разорванный образец и полученную в результате испытания машинную диаграмму (см. рис. 2.2.6).

2. Измерить с помощью штангенциркуля диаметр шейки образца и длину рабочей части образца после разрыва, сложив для этого обе составляющие части образца вместе, $D_{ш} = 0,67$ см; $l_1 = 11,8$ см.

3. Определить остаточную деформацию

$$\Delta l_{\text{ост.обр}} = l_1 - l_0 = 11,8 - 10 = 1,8 \text{ см.}$$

4. Вычислить начальную площадь сечения образца

$$F_0 = \frac{\pi D_0^2}{4} = \frac{3,14 \times 1^2}{4} = 0,785 \text{ см}^2.$$

5. Определить площадь шейки образца

$$F_{ш} = \frac{\pi D_{ш}^2}{4} = \frac{3,14 \times 0,67^2}{4} = 0,352 \text{ см}^2.$$

6. Выпрямить нелинейность начального участка диаграммы, вызванную неплотностями между деталями разрывной машины.

7. Отметить на машинной диаграмме характерные точки: 0, 1, 2, 3, 3', 4, 5, 6.

8. Измерить линейкой абсциссы x_i и ординаты y_i характерных точек диаграммы и занести их в табл. 2.2.1.

9. Замерить на диаграмме с помощью линейки участок остаточных деформаций $\Delta l_{\text{ост. диагр}} = 18$ см.

10. Найти масштаб удлинений

$$M_{\Delta} = \frac{\Delta l_{\text{ост.обр}}}{\Delta l_{\text{ост.диагр}}} = \frac{1,8}{18} = 0,1 \frac{\text{см}}{\text{см}}$$

11. Найти по оси ординат максимальное значение диаграммы, соответствующее максимальной нагрузке на образец при его испытании $y_{\text{max}} = 12,3$ см.

12. Найти масштаб усилий

$$M_p = \frac{P_{\max}}{y_{\max}} = \frac{4100}{12,3} = 333 \frac{\text{кг}}{\text{см}}$$

Таблица 2.2.1 – Ведомость экспериментальных данных

№ точек диаграммы	Диаграмма растяжения образца					Диаграмма условных напряжений		
	координаты		$M_{\Delta} = 0,1,$ см/см	$M_p = 333,$ кг/см		$F_0 = 0,78,$ см ²	$l_0 = 10,$ см	
	$x_i,$ см	$y_i,$ см	$\Delta l = x_i M_{\Delta},$ см	$P_i = y_i M_p,$ кг		$\sigma_i = \frac{P_i}{F_0},$ кг/см ²	$\varepsilon_i = \frac{\Delta l_i}{l_0} 100 \%,$ %	
0	0	0	0	–	0	–	–	–
1	1,6	7	0,16	$P_{\text{шц}}$	2331	$\sigma_{\text{шц}}$	2988	1,6
2	1,8	7,3	0,18	P_y	2497	σ_y	3116	1,8
3	2	7,5	0,2	P_T	2496	σ_T	3202	2
3'	2,5	7,5	2,5	P_T'	2496	σ_T'	3202	2,5
4	16,5	9,6	1,65	P_B	3198	σ_B	4100	16,5
5	19,6	8,5	1,96	$P_{\text{разр}}$	2208	$\sigma_{\text{разр}}$	3629	19,6

13. Определить соответствующие характерным точкам диаграммы абсолютные удлинения $\Delta l_i = x_i M_{\Delta l}$ и усилия $P_i = y_i M_p$. Занести в табл. 2.2.1.

14. Вычислить напряжения в характерных точках диаграммы – характеристики прочности $\sigma_i = \frac{P_i}{F_0}$ и относительные удлинения $\varepsilon_i = \frac{\Delta l_i}{l_0} \times 100 \%$. Занести в табл. 2.2.1.

15. Определить допускаемое напряжение

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n} = \frac{3200}{2} = 1600 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2} = 160 \text{ МПа.}$$

16. Построить по значениям σ_i и ε_i диаграмму условных напряжений стали (график зависимости $\sigma_i - \varepsilon_i$) (рис. 2.2.8).

17. Вычислить по формулам (2.2.4) и (2.2.5) характеристики пластичности стали:

– относительное остаточное удлинение

$$\delta = \frac{\Delta l}{l_0} \times 100\% = \frac{1,8}{10} \times 100\% = 18\% ;$$

– относительное остаточное сужение

$$\psi = \frac{F_0 - F_{III}}{F_0} \times 100\% = \frac{0,78 - 0,35}{0,78} \times 100\% = 55,13\%.$$

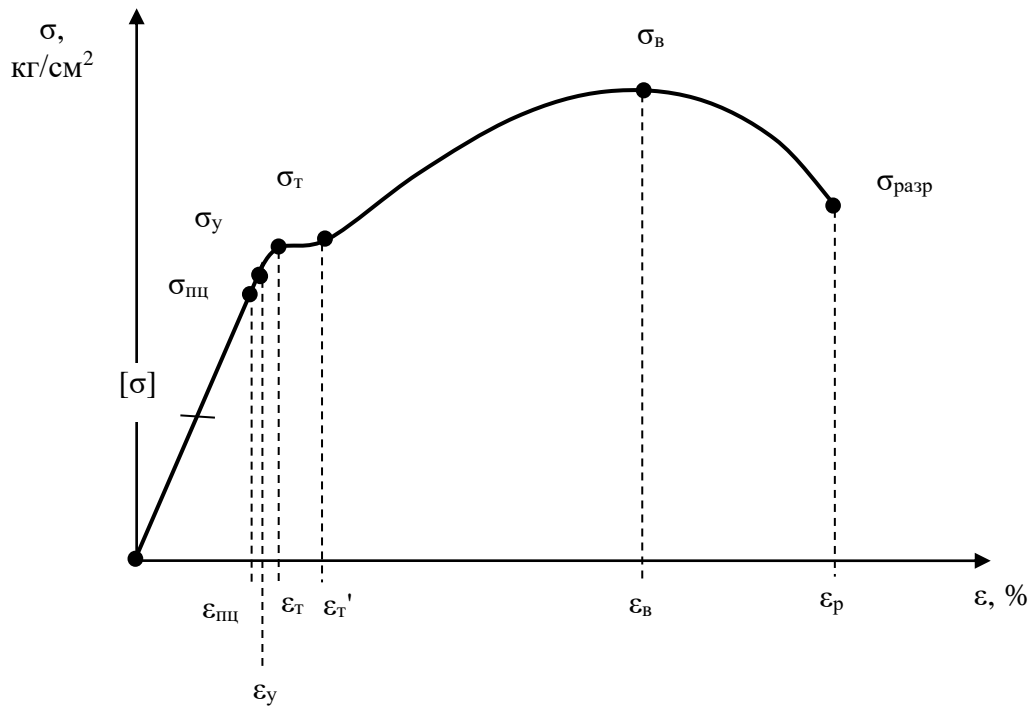


Рисунок 2.2.8 – Условная диаграмма растяжения стали ВСтЗсп5

18. Определить площадь диаграммы растяжения $S = 100 \text{ см}^2$ и вычислить полную работу разрыва –

$$A = SM_{\Delta l}M_P = 100 \times 0,1 \times 333 = 3330 \text{ кг} \times \text{см},$$

19. Вычислить объем расчетной части образца –

$$V_0 = F_0 l_0 = 0,78 \times 10 = 7,8 \text{ см}^3$$

и удельную работу разрушения –

$$a = \frac{A}{V_0} = \frac{3330}{7,8} = 426,92 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}.$$

2.3 Упругие постоянные материала при чистом сдвиге

Цель работы: определение экспериментальным способом для стали ВСтЗсп5 модуля сдвига (модуля упругости II рода, модуля поперечной упругости), аналога характеристики упругости стали при растяжении – модуля продольной упругости E .

Модуль поперечной упругости (модуль сдвига): определение и использование

Модуль сдвига обозначается латинской буквой « G ». G – это характеристика упругости (жесткости) материала, показывающая его способность сопротивляться поперечному деформированию (чистому сдвигу, кручению).

G является «упругой» постоянной материала, поэтому ее применение справедливо только в пределах линейных упругих деформаций материала – в пределах действия закона Гука (рис. 2.3.1).

G связывает между собой в формуле закона Гука при сдвиге деформации и напряжения и графически оценивается следующим образом: $G = \operatorname{tg} \alpha$ (см. рис. 2.3.1).

Материал с большим числовым значением G является более жестким и требует больших усилий при его деформировании.

Большинству материалов соответствует определенное постоянное (константа) значение G , которое меняется только при существенном увеличении или уменьшении температуры.

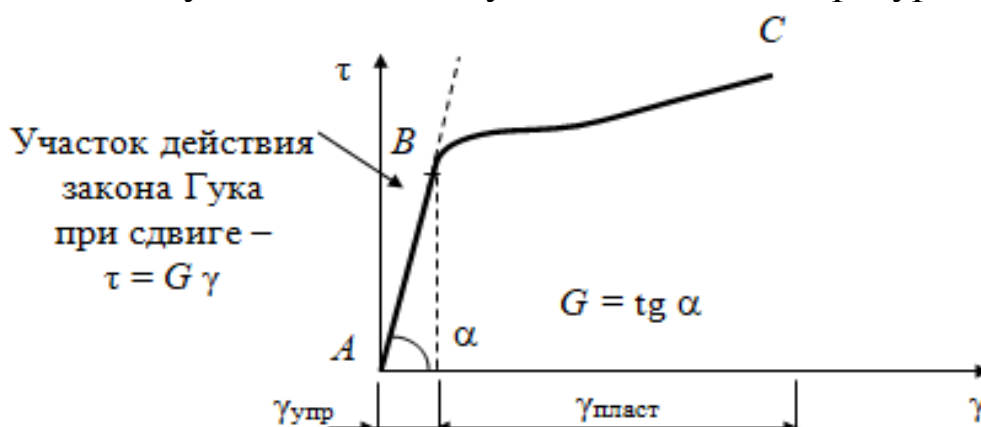


Рисунок 2.3.1 – Зависимость между деформациями сдвига (относительный сдвиг) (γ) и касательными напряжениями (τ) при чистом сдвиге и кручении для стали ВСтЗсп5

Модуль сдвига G связан с другими характеристиками упругости материала следующей зависимостью:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}, \quad (2.3.1)$$

где E – модуль продольной упругости; μ – коэффициент Пуассона.

Значения G для большинства материалов приводятся в справочнике по сопротивлению материалов и в справочнике машиностроителя, в случае отсутствия данных в справочниках – определяются экспериментально.

В сопротивлении материалов G используется при расчетах брусьев, работающих на сдвиг или кручение. Между этими видами деформирования существует глубокая внутренняя связь.

С помощью G оценивается их прочность и жесткость, а также производится раскрытие статической неопределимости статически неопределимых брусьев, работающих на кручение.

G численно равен напряжению, которое могло бы возникнуть в брусце при его упругом сдвиге (при его угловом смещении γ) на 1 рад (57°).

G характеристика условная, т. к. при его определении условно считают, что исследуемый материал способен, упруго деформируясь, сдвигаться на любой угол, хотя известно – не более чем на 0,002 рад ($\approx 0,1^\circ$). Исключением являются резина, каучук и некоторые полимеры, способные сдвигаться на значительный угол. Основа 1 рад принята для удобства применения G в формуле закона Гука при сдвиге.

G в реальных условиях можно определить путем сдвига образца на незначительную долю радиана, с условием, чтобы напряжения не превышали предел пропорциональности, и увеличением полученного напряжения в соответствующее число раз.

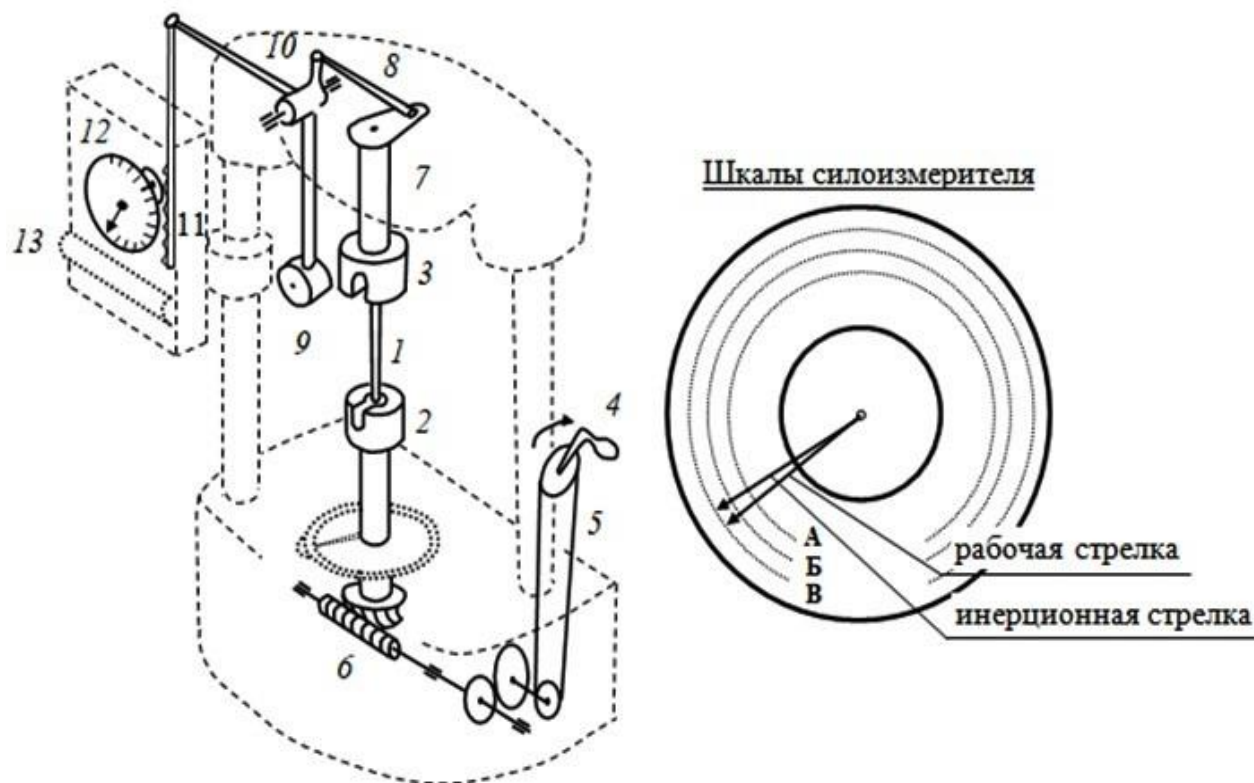
G имеет такую же размерность, как и напряжения: $[\text{кН}/\text{см}^2]$ или $[\text{МПа}]$.

Описание испытательного оборудования

В проводимой лабораторной работе экспериментально получают модуль сдвига для стали ВСт3сп5 с пределом пропорциональности $\sigma_{\text{пц}} = 100 \text{ МПа}$. Испытания производятся на

образце, имеющего круглое поперечное сечение диаметром $D = 1,5$ см.

Для испытаний используется стандартная крутильная машина КМ-50 (рис. 2.3.2).



*Рисунок 2.3.2 – Устройство крутильной машины КМ-50:
1 – образец; 2 – активный захват; 3 – пассивный захват;
4 – рукоятка; 5 – цепная передача; 6 – червячная передача;
7 – кулиса; 8 – тяга; 9 – маятник; 10 – тяга; 11 – зубчатая
рейка; 12 – силоизмеритель; 13 – диаграммный аппарат*

В испытательной машине стационарно установлен образец 1 для регулярных экспериментов, т. к. получение модуля сдвига производится без его разрушения. Образец закреплен вертикально в активном 2 и пассивном 3 захватах машины.

Подача нагрузки на образец, его закручивание осуществляется вручную поворотом активного захвата с помощью вращения рукоятки 4 через цепную 5 и червячную 6 передачи. Пассивный захват с присоединенной к нему кулисой 7 вращается вокруг вертикальной оси, перемещает тягу 8 и отклоняет маятник 9.

Отклонение маятника от вертикального положения передает на образец реактивный закручивающий момент. Поворот соединенной с маятником тяги 10 приводит к вертикальному

перемещению зубчатой рейки 11, которая поворачивает стрелку силоизмерителя 12.

На испытательной машине предусмотрен диаграммный аппарат 13, с помощью которого автоматически строится диаграмма зависимости угла закручивания от нагрузки.

Испытательная машина имеет максимальные закручивающие усилия (момент – m_{\max}) в зависимости от массы реактивного груза, подвешиваемого на маятник силоизмерителя: $m_{\max} = 5 \text{ кН} \cdot \text{м}$; $10 \text{ кН} \cdot \text{м}$ и $15 \text{ кН} \cdot \text{м}$. При этом отсчеты нагрузки берутся по шкалам силоизмерителя соответственно А, Б, В. В данной лабораторной работе используется шкала «В» силоизмерителя. Для шкалы «В» цена одного малого деления равна $0,02 \text{ кгс} \cdot \text{м} = 0,02 \text{ кН} \cdot \text{см}$.

Для фиксирования изменения угла закручивания образца при нагружении в лабораторной установке используется специальное устройство – механический торсиометр (рис. 2.3.3).

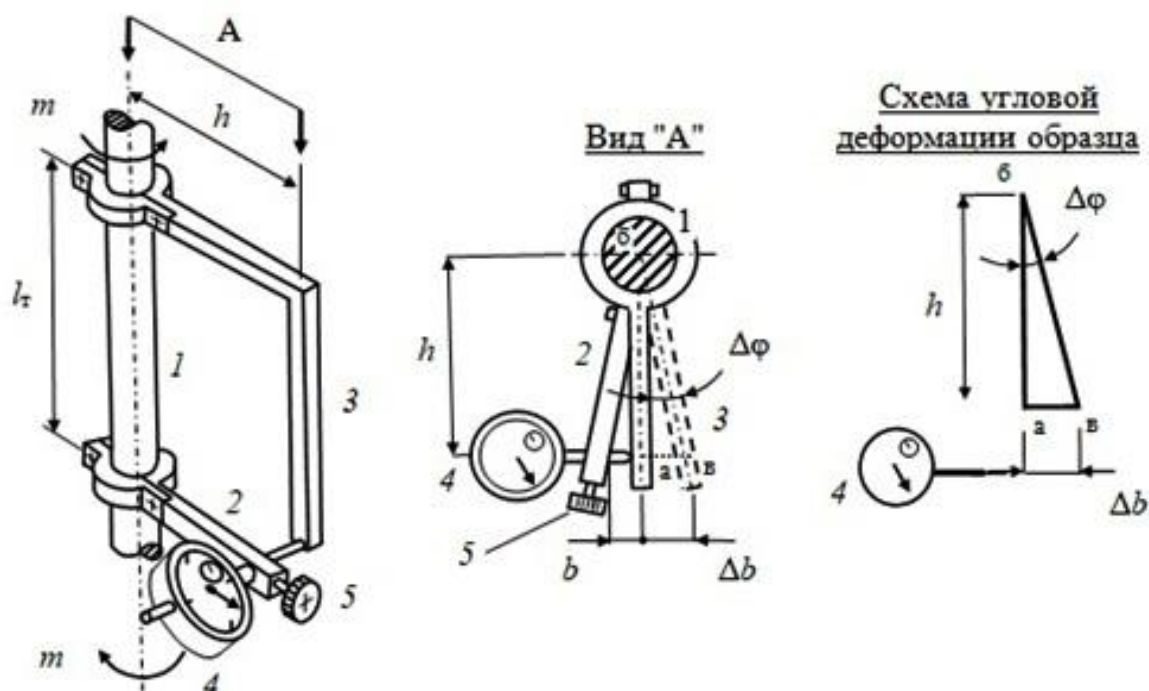


Рисунок 2.3.3 – Устройство и схема работы торсиометра:
 1 – образец; 2 – прямая стойка; 3 – изогнутая стойка;
 4 – индикатор часового типа; 5 – винт; l_m – база торсиометра
 (рабочая часть образца – $l_m = 14 \text{ см}$); h – высота стоек
 ($h = 10 \text{ см}$); $\Delta\varphi$ – угловая деформация образца, b – зазор между
 стойками, Δb – изменение зазора при нагружении образца

Торсиометр представляет собой систему, состоящую из образца 1 и закрепленных на нем двух стоек – прямой 2 и изогнутой 3. Расстояние между точками крепления стоек является рабочей частью образца и называется *базой торсиометра*, она имеет величину $l_T = 14$ см.

При закручивании образца стойки расходятся, поворачиваясь относительно друг друга на угол $\Delta\varphi$, что увеличивает зазор b между концами стоек на величину Δb .

Для фиксирования величины зазора Δb используется прибор – индикатор часового типа 4. Он закреплен винтом 5 на конце прямой стойки торсиометра, а его штифт упирается в противоположный конец изогнутой стойки. При увеличении нагрузки штифт выходит из индикатора, при этом происходит поворот его стрелок. Индикатор служит для измерения линейных перемещений, а не угла закручивания.

Измерение зазора Δb индикатором при нагружении ведется в условных единицах – в делениях его шкалы – $\Delta\lambda$. Перевод приращения показаний индикатора в линейное перемещение производится с помощью выражения

$$\Delta b = \Delta\lambda C. \quad (2.3.2)$$

Приращение угла закручивания $\Delta\varphi$ при малых величинах и измерении его в радианах (рад) определяется из зависимости

$$\Delta\varphi \approx \text{tg}(\Delta\varphi) = \frac{\Delta b}{h}, \quad (2.3.3)$$

где Δb – изменение зазора между концами стоек торсиометра при нагружении образца; h – расстояние от оси образца до точки контакта штифта индикатора с концом изогнутой стойки торсиометра.

Порядок выполнения работы (с примером оформления)

1) Задаться предварительной, нулевой ступенью нагружения на образец (начальная нагрузка) $\Delta m_0 = 0,5$ кгс · м = 0,5 кН · см.

2) Задаться дополнительной рабочей ступенью нагружения на образец (рабочая нагрузка) $\Delta m_i = 1$ кгс · м = 1 кН · см.

3) Определить предел пропорциональности стали ВСтЗсп5

$$\tau_{\text{пц}} = 0,5\sigma_{\text{пц}} \approx 100\text{МПа} = 10 \frac{\text{кН}}{\text{см}}$$

4) Определить момент сопротивления сечения образца

$$W_{\rho} = \frac{\pi D^3}{16} = \frac{3,14 \times 1,5^3}{16} = 0,66 \text{ см}^3.$$

5) Определить момент пропорциональности

$$m_{\text{пц}} = \tau_{\text{пц}} W_{\rho} = 10 \times 0,66 = 6,6 \text{ кН} \cdot \text{см}.$$

6) Определить величину максимальной нагрузки на образец

$$m_{\text{max}} = \Delta m_0 + n \Delta m_i < m_{\text{пц}};$$

$$m_{\text{max}} = 0,5 + 6 \times 1 = 6,5 \text{ кН} \cdot \text{см} < 6,6 \text{ кН} \cdot \text{см}.$$

7) Определить полярный момент инерции сплошного круглого поперечного сечения образца

$$I_{\rho} = \frac{\pi D^4}{32} = \frac{3,14 \times 1,5^4}{32} = 0,5 \text{ см}^4.$$

8) Произвести нагружение образца начальной нагрузкой (0-я – предварительная ступень) и рабочей нагрузкой (1÷6 – рабочие ступени), наблюдая при этом за показаниями индикатора.

9) Снять показания индикатора λ_i и занести в «Ведомость экспериментальных данных» (табл. 2.3.1).

Таблица 2.3.1 – Ведомость экспериментальных данных

№ ступени нагружения	Нагрузка на образец m_i , кгс·м	Показания индикатора λ , дел.	Изменение показаний индикатора $\Delta\lambda$, дел.
0	0,5	24	–
1	1,5	58	34
2	2,5	92	34
3	3,5	128	36
4	4,5	165	37
5	5,5	202	37
6	6,5	239	37
$\Delta m_i = 1$		$\Delta \lambda_{\text{ср}} = 35,8$	

10) Вычислить изменения показаний индикатора $\Delta\lambda$ и занести в табл. 2.3.1.

11) Вычислить среднее изменение показаний индикатора при приложении дополнительной нагрузки (рабочей ступени нагружения) $\Delta m_i = 1 \text{ кгс} \cdot \text{м} = 1 \text{ кН} \cdot \text{см}$

$$\Delta\lambda_{\text{ср}} = \frac{34 + 34 + 36 + 37 + 37 + 37}{6} = 35,8 \text{ дел.}$$

12) Перевести линейное перемещение концов стоек торсиометра Δb , выраженное в делениях индикатора (среднее изменение показаний $\Delta\lambda_{\text{ср}}$), в сантиметры. Для этого умножить число делений индикатора $\Delta\lambda_{\text{ср}}$ на цену одного деления индикатора ($C = 0,01 \text{ мм}$, т. е. $0,001 \text{ см/дел.}$)

$$\Delta b = \Delta\lambda_{\text{ср}} C_{\text{инд}} = 35,8 \times 0,001 = 0,0358 \text{ см.}$$

Ведомость экспериментальных данных.

13) Вычислить приращение угла закручивания образца

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta b}{h} = \frac{0,0358}{10} = 0,00358 \text{ рад.}$$

14) Определить модуль сдвига

$$G = \frac{\Delta m_i l_m}{\Delta\varphi_{\text{ср}} I_\rho} = \frac{1 \times 14}{0,00358 \times 0,5} = 7821 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 0,78 \times 10^4 = \\ = 0,78 \times 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 0,78 \times 10^5 \text{ МПа}$$

15) Определить модуль сдвига по характеристикам упругости стали ВСтЗсп5, полученным в лабораторной работе № 1:

– модуль упругости первого рода

$$E = 2,1 \times 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 2,1 \times 10^5 \text{ МПа};$$

– коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$;

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} = \frac{2,1 \times 10^4}{2(1 + 0,3)} = 0,8 \times 10^5 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 0,8 \times 10^5 \text{ МПа} = \\ = 0,8 \times 10^6 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}.$$

16) Сравнить результаты экспериментального и расчетного способа определения модуля сдвига:

- экспериментальный результат – $G = 0,78 \cdot 10^5$ МПа;
- расчетный результат – $G = 0,8 \cdot 10^5$ МПа;

$$p = \frac{|n_{\text{больш}}| - |n_{\text{меньш}}|}{|n_{\text{больш}}|} 100 \% = \frac{0,8 \times 10^5 - 0,78 \times 10^5}{0,8 \times 10^5} \times 100 \% = 2,5 \% < 5 \%$$

Где $n_{\text{больш}}$, $n_{\text{меньш}}$ – большее и меньшее по модулю числа из двух сравниваемых результатов.

Вывод: результаты теоретических расчетов и эксперимента имеют допустимые расхождения.

2.4 Определение деформаций и напряжений при чистом изгибе

Цель работы: изучение способов экспериментального определения напряжений и перемещений в балках, работающих на изгиб, и ознакомление с особенностями образования внутренних усилий и напряжений в балке при чистом изгибе.

Теоретические положения

Изгиб называется *чистым*, если от внешнего нагружения в поперечном сечении балки возникает только изгибающий момент $M_{\text{изг}}$, от действия которого в точках сечения возникают нормальные напряжения σ , а поперечная сила Q и касательные напряжения τ при чистом изгибе отсутствуют. Чистый изгиб может распространяться на всю балку или на какой-либо ее участок, это зависит от вида балки и от способа ее нагружения. В данной лабораторной работе будет рассмотрен прямой построй поперечный изгиб балки, имеющей участок чистого изгиба.

Практически сведения о работе бруса при чистом изгибе могут быть использованы при конструировании железобетонных балок. На участке чистого изгиба может располагаться поперечная арматура в значительно меньшем объеме, при сравнении с участками балки, подвергающимися изгибу со сдвигом (рис. 2.4.1).

Теоретическое определение напряжений и перемещений

Схема нагружения балки при проведении лабораторной работы приведена на рис. 2.4.2.

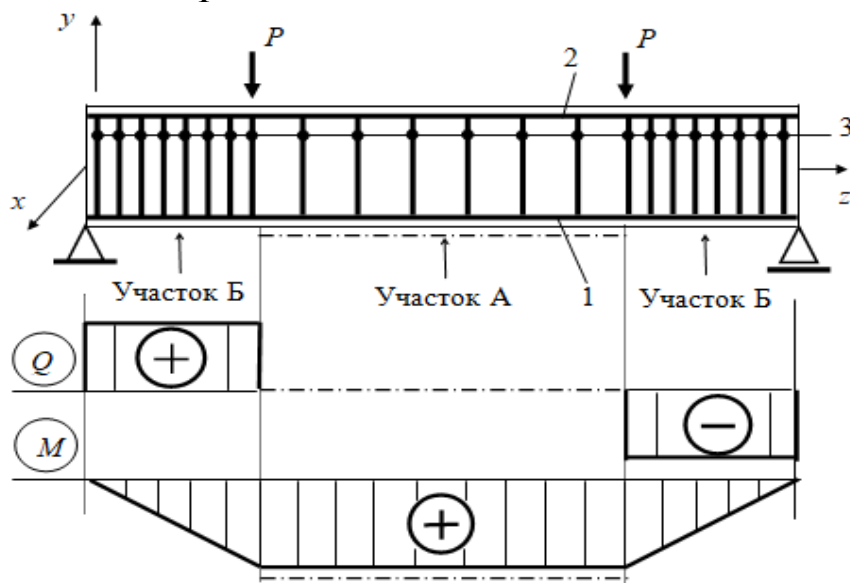


Рисунок 2.4.1 – Расположение поперечной арматуры в железобетонной балке:

участок «А» – чистый изгиб; участок «Б» – изгиб со сдвигом;
1 – рабочая продольная арматура; 2 – монтажная продольная арматура; 3 – поперечная арматура

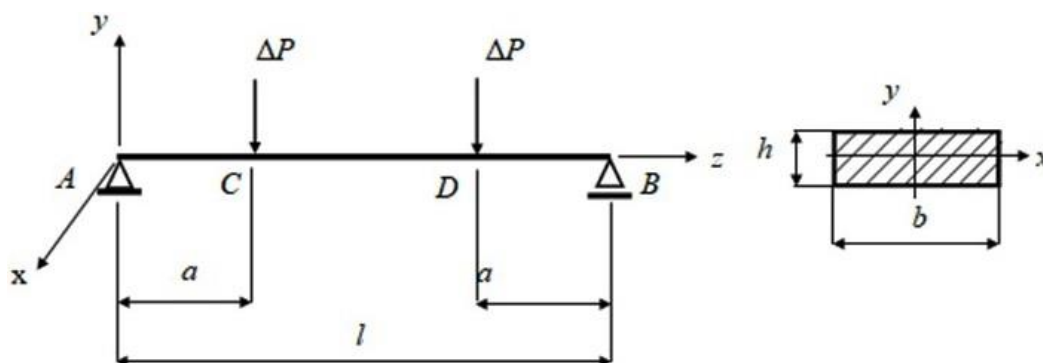


Рисунок 2.4.2 – Расчетная схема испытываемой балки

При изгибе изменение нормальных напряжений по высоте поперечного сечения подчиняется линейному закону и определяется по формуле Навье:

$$\sigma_i = \frac{M_{\text{изг}}}{I_x} y_i, \quad (2.4.1)$$

где $M_{\text{изг}}$ – изгибающий момент в рассматриваемом сечении; y_i – координата исследуемой точки сечения; I_x – осевой момент инерции поперечного сечения.

Осевой момент инерции для прямоугольного сечения определяется

$$I_x = \frac{bh^3}{12}, \quad (2.4.2)$$

где b – ширина сечения; h – высота сечения.

В крайних точках (верхних и нижних) поперечного сечения балки нормальные напряжения принимают экстремальные значения (рис. 2.4.3).

Причем в случае симметричного поперечного сечения они по модулю равны между собой:

$$|\sigma_{\text{max}}| = |\sigma_{\text{min}}|. \quad (2.4.3)$$

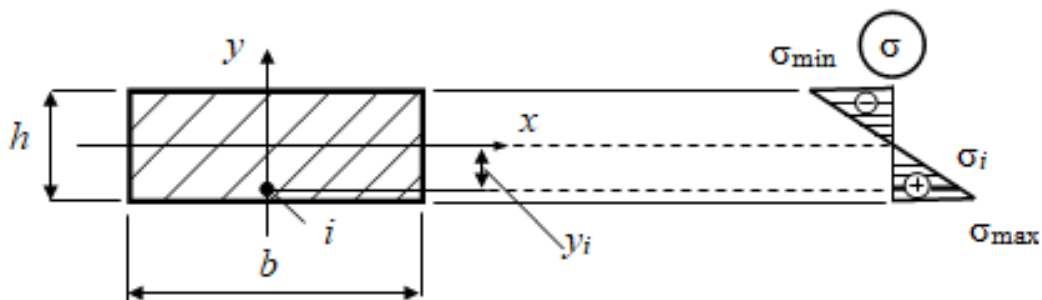


Рисунок 2.4.3 – Эпюра нормальных напряжений в прямоугольном поперечном сечении балки при ее изгибе

Экстремальные напряжения определяются

$$|\sigma_{\text{max}}| = |\sigma_{\text{min}}| = \frac{|M_{\text{изг}}|}{W_x}, \quad (2.4.4)$$

где W_x – осевой момент сопротивления сечения балки.

Для прямоугольного сечения осевой момент сопротивления равен

$$W_x = \frac{I_x}{(h/2)} = \frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = \frac{bh^2}{6}. \quad (2.4.5)$$

Для приведенной расчетной схемы прогиб в середине пролета балки определяется по справочной формуле в соответствии с методом готовых формул:

$$f = \frac{\Delta P a}{2EI_x} (3l^2 - 4a^2), \quad (2.4.6)$$

где ΔP – увеличение внешней сосредоточенной силы, соответствующее ступени нагружения; a – расстояния от опор до точек приложения сил; l – пролет балки (расстояние между опорами); E – модуль продольной упругости.

Углы поворота поперечных сечений на опорах балки определяются также по справочной формуле

$$|\theta_{\text{лев}}| = |\theta_{\text{пр}}| = \frac{\Delta P a}{2EI_x} (l - a). \quad (2.4.7)$$

Описание испытательного оборудования

Испытания проводятся на лабораторной установке индивидуального изготовления (рис. 2.4.4).

Лабораторная установка состоит из следующих элементов: испытываемой стальной балки 1, закрепленной на двух опорах и имеющей прямоугольное сечение; подвесов 2 для нагружения балки; вертикальных опорных стоек 3, жестко прикрепленных к балке в ее опорных частях; индикатора часового типа 4 для регистрации величины прогиба в середине пролета балки; индикаторов часового типа 5 и 6 для регистрации перемещений крайних точек стоек; рычажных тензометров 7 и 8 для замера абсолютных деформаций верхних и нижних волокон испытываемой балки на участке чистого изгиба.

Сечение балки: $b = 0,03$ м, $h = 0,01$ м (31 см). Высоты вертикальных стоек – $H = 0,2$ м (20 см). Расстояние от опор до подвесов (см. рис. 6, а) при проведении испытаний выбирается преподавателем самостоятельно, но обычно принимается – $a = 0,2$ м (20 см).

Рабочие формулы для исследуемых параметров

Нормальные напряжения экспериментально определяются косвенно, через измерение деформаций и последующим пересчетом

их по закону Гука. При растяжении-сжатии бруса или участков бруса – определяются по закону Гука I вида при продольном деформировании

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (2.4.8)$$

где ε – относительные деформации.

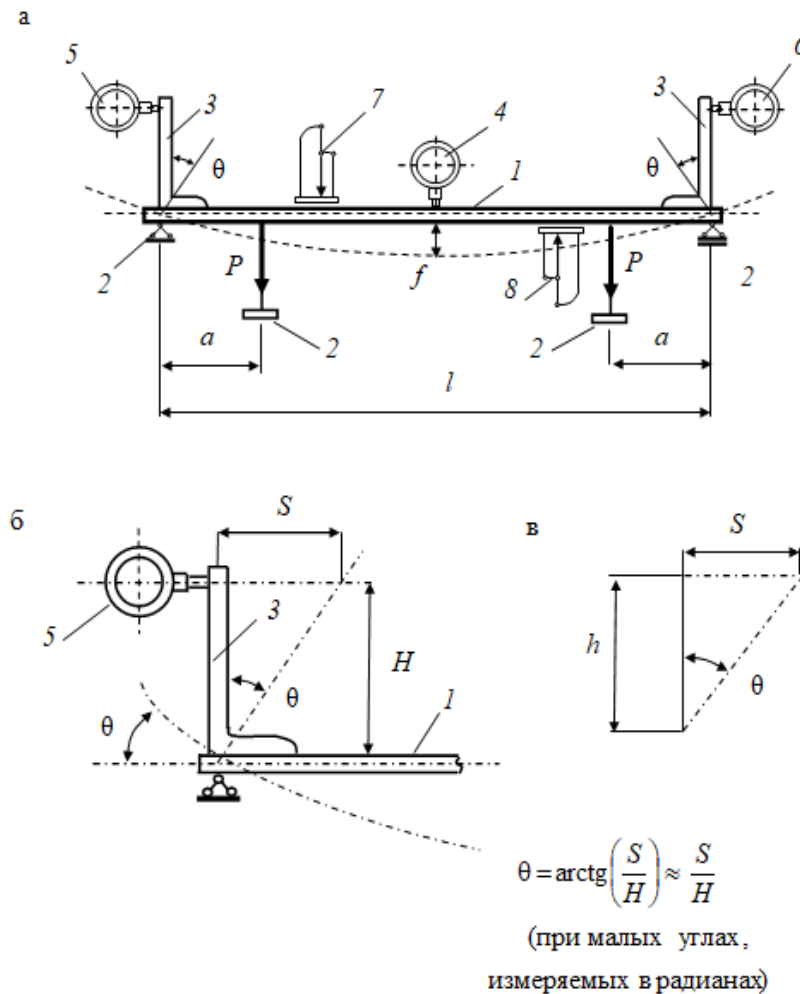


Рисунок 2.4.4 – Испытательная установка и ее элементы: а – общий вид; б – опорный узел; в – упрощенная схема для вычисления угла поворота на опоре по экспериментальным данным; 1 – испытываемая балка; 2 – подвесы; 3 – опорные стойки; 4 – индикатор для измерения прогиба в середине пролета балки; 5, 6 – индикаторы для измерения перемещений крайних точек стоек; 7, 8 – тензометры

Относительные деформации в общем случае определяются

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}, \quad (2.4.9)$$

где Δl – приращение абсолютных деформаций; l – длина исследуемого участка (в данном случае равна базе рычажного тензометра).

В верхних и нижних волокнах балки напряжения с учетом измерения деформаций рычажными тензометрами с их базы определяются:

$$\begin{aligned} |\sigma_{\text{верх}}| &= E\varepsilon = E \frac{\Delta l_{\text{бт}}}{l_{\text{бт}}} = E \left(\frac{\Delta \lambda_{\text{ср}}^{\text{верхн}} C_{\text{тенз}}}{l_{\text{бт}}} \right); \\ |\sigma_{\text{нижн}}| &= E\varepsilon = E \frac{\Delta l_{\text{бт}}}{l_{\text{бт}}} = E \left(\frac{\Delta \lambda_{\text{ср}}^{\text{нижн}} C_{\text{тенз}}}{l_{\text{бт}}} \right), \end{aligned} \quad (2.4.10)$$

где $\Delta \lambda_{\text{ср}}^{\text{верхн}}$, $\Delta \lambda_{\text{ср}}^{\text{нижн}}$ – средняя разность отсчетов соответственно по верхнему и нижнему тензометрам; $\Delta l_{\text{бт}}$ – приращение абсолютных деформаций с базы тензометра; $l_{\text{бт}}$ – база рычажного тензометра (10 см); $C_{\text{тенз}}$ – цена деления рычажного тензометра (0,0001 см/дел.).

Прогиб в середине пролета, как линейное перемещение точки балки, при проведении испытания измеряется индикатором часового типа (см. рис. 2.4.4, позиция 4). С учетом цены деления индикатора прогиб определяется

$$f^{\text{оп}} = \Delta \lambda_{\text{центр}}^{\text{ср}} C_{\text{инд}}, \quad (2.4.11)$$

где $\Delta \lambda_{\text{центр}}^{\text{ср}}$ – средняя разность отсчетов индикатора часового типа, установленного в середине пролета; $C_{\text{инд}}$ – цена деления индикатора часового типа ($C_{\text{инд}} = 0,01 \text{ мм} = 0,001 \text{ см/дел.}$).

Углы поворота поперечных сечений балки на опорах (см. рис. 2.4.4б, в), а значит и углы поворота вертикальных опорных стоек при проведении испытания определяются:

$$|\theta_{\text{лев}}^{\text{оп}}| = \frac{S_{\text{лев}}}{H_{\text{ст}}}; \quad |\theta_{\text{прав}}^{\text{оп}}| = \frac{S_{\text{прав}}}{H_{\text{ст}}}, \quad (2.4.12)$$

где $S_{\text{лев}}$, $S_{\text{прав}}$ – перемещение крайних точек вертикальных опорных стоек, соответственно левой и правой; $H_{\text{ст}}$ – высота стойки.

Перемещения концов стоек определяются при помощи индикаторов часового типа (см. рис. 2.4.4, позиции 5 и 6):

$$S_{\text{лев}} = \Delta\lambda_{\text{лев}}^{\text{ср}} C_{\text{инд}}; \quad S_{\text{прав}} = \Delta\lambda_{\text{прав}}^{\text{ср}} C_{\text{инд}}, \quad (2.4.13)$$

где $\Delta\lambda_{\text{лев}}^{\text{ср}}$, $\Delta\lambda_{\text{прав}}^{\text{ср}}$ – средние разности отсчетов соответственно по левому и правому индикаторам.

Порядок выполнения работы (с примером оформления)

Теоретическое определение напряжений и перемещений

1. Выбрать для расчетной схемы, приведенной на рис. 2.4.6, расстояние от опор до подвесов $a = 0,2 \text{ м} = 20 \text{ см}$.

2. Задаться величиной приращения нагрузок (ступенью нагружения) $\Delta P = 1 \text{ кг} = 0,01 \text{ кН}$.

3. Определить опорные реакции: в связи с симметричностью заданной нагрузки, опорные реакции будут равны заданным приращениям нагрузок $R_A = R_B = 1 \text{ кг} = 10 \text{ Н}$.

4. Построить для заданной схемы эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (рис. 2.4.5). Использовать при построении эпюры поперечных сил Q метод следования за силой (порядок построения показан стрелками на рис. 2.4.5). Для построения контура эпюры моментов $M_{\text{изг}}$ используем «правила контроля», а для определения значений моментов в характерных сечениях балки – «метод характерных сечений»:

$$M_A = 0; \quad M_C = +R_A \times 20 = +0,01 \times 20 = 0,2 \text{ кН} \cdot \text{см} (+);$$

$$M_B = 0; \quad M_D = M_C = 0,2 \text{ кН} \cdot \text{см} (+).$$

5. Замерить линейкой размеры сечения исследуемой балки.

6. Определить геометрические характеристики сечения балки:

момент инерции $I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{3 \times 1^3}{12} = 0,25 \text{ см}^4$, момент сопротивления

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{3 \times 1^2}{6} = 0,5 \text{ см}^3.$$

7. Определить действующие напряжения в верхних и нижних волокнах балки при дополнительном приращении нагрузок на ступень нагружения ($\Delta P = 1 \text{ кг} = 10 \text{ Н}$) и выбрать максимальный момент с эпюры моментов

$$|\sigma_{\text{max}}| = |\sigma_{\text{min}}| = \frac{|M_{\text{изг}}|}{W_x} = \frac{0,2}{0,5} = 0,4 \text{ кН/см}^2 = 4 \text{ МПа}.$$

8. Определить прогиб балки в середине пролета при дополнительном приращении нагрузок на ступень нагружения

$$f = \frac{\Delta P a}{2EI_x} (3l^2 - 4a^2) = \frac{0,1 \times 20}{24 \times 2 \times 10^4 \times 0,25} (3 \times 100^2 - 4 \times 20^2) = 0,047 \text{ см} = 0,00047 \text{ м.}$$

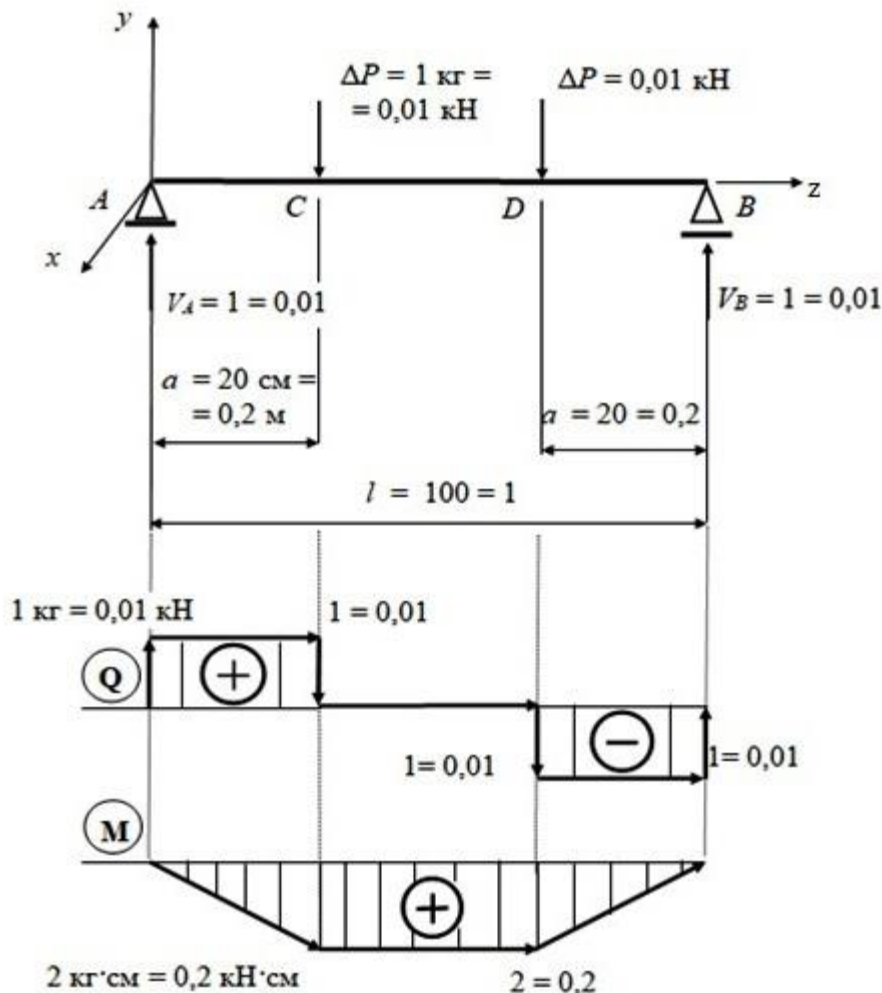


Рисунок 2.4.5 – Определение опорных реакций балки, построение эпюр поперечных сил Q и изгибающих моментов $M_{изг}$

9. Определить углы поворота опорных сечений балки при дополнительном приращении нагрузок на ступень нагружения

$$|\theta_{лев}| = |\theta_{пр}| = \frac{\Delta P a}{2EI_x} (l - a) = \frac{0,01 \times 20}{2 \times 2 \times 10^4 \times 0,25} \times 0,8 = 0,0016 \text{ рад} = 0,091^\circ.$$

Экспериментальное определение напряжений и перемещений

10. Установить подвесы на принятые расстояния от опор балки.

11. Нагрузить одновременно оба подвеса грузами в 1 кг (0,01 кН).

12. Снять показания приборов λ и занести их в табл. 2.4.1.

Таблица 2.4.1 – Ведомость экспериментальных данных

Номер ступени нагружения	Суммарная нагрузка на подвес, кг	Тензометры				Индикаторы					
		верхний		нижний		центр.		левый		правый	
		$\lambda_{\text{верхн}}$	$\Delta\lambda_{\text{верхн}}$	$\lambda_{\text{нижн}}$	$\Delta\lambda_{\text{нижн}}$	$\lambda_{\text{центр}}$	$\Delta\lambda_{\text{центр}}$	$\lambda_{\text{лев}}$	$\Delta\lambda_{\text{лев}}$	$\lambda_{\text{прав}}$	$\Delta\lambda_{\text{прав}}$
0	1	9	–	2	–	0	–	0	–	0	–
1	2	7	2	4	2	45	45	31	31	29	29
2	3	5	2	6	2	88	43	63	32	61	32
3	4	3	2	8	2	135	33	96	47	95	34
Средние значения		$\Delta\lambda_{\text{верхн}}^{\text{ср}}$		$\Delta\lambda_{\text{нижн}}^{\text{ср}}$		$\Delta\lambda_{\text{центр}}^{\text{ср}}$		$\Delta\lambda_{\text{лев}}^{\text{ср}}$		$\Delta\lambda_{\text{прав}}^{\text{ср}}$	
		2		2		45		32		31,6	

13. Повторить пункты 11 и 12 три раза.

14. Вычислить изменения показаний приборов $\Delta\lambda$ по полученным показаниям приборов λ и занести их в табл. 2.4.1.

15. Вычислить средние разности отсчетов по приборам.

16. Определить напряжения в верхних нижних волокнах балки на участке чистого изгиба по формуле (2.4.10), учитывая, что $E = 2 \cdot 10^4$ кН/см², а $C_{\text{тенз}} = 0,0001$ см/дел.,

$$\begin{aligned}
 |\sigma_{\text{верх}}| &= E \varepsilon_{\text{верхн}} = E \frac{\Delta l_{\text{бт}}}{l_{\text{бт}}} = E \left(\frac{\Delta\lambda_{\text{верхн}}^{\text{ср}} C_{\text{тенз}}}{l} \right) = \\
 &= 2 \times 10^4 \times \frac{(2 \times 0,0001)}{2} = 0,4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 4 \text{ МПа};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 |\sigma_{\text{нижн}}| &= E \varepsilon_{\text{нижн}} = E \frac{\Delta l_{\text{бт}}}{l_{\text{бт}}} = E \left(\frac{\Delta\lambda_{\text{нижн}}^{\text{ср}} C_{\text{тенз}}}{l} \right) = \\
 &= 2 \times 10^4 \times \frac{(2 \times 0,0001)}{2} = 0,4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 4 \text{ МПа}.
 \end{aligned}$$

17. Определить прогиб в середине пролета балки, учитывая, что $C_{\text{инд}} = 0,001 \frac{\text{см}}{\text{дел}}$,

$$f = \Delta\lambda_{\text{ср}}^{\text{нижн}} C_{\text{тенз}} = 45 \times 0,001 = 0,045 \text{ см.}$$

18. Определить перемещения концов опорных стержней балки и углы поворота в опорных сечениях, учитывая, что $H_{\text{ст}} = 21,4 \text{ см}$, а $C_{\text{инд}} = 0,001 \frac{\text{см}}{\text{дел}}$,

$$S_{\text{лев}} = \Delta\lambda_{\text{ср}}^{\text{нижн}} C_{\text{инд}} = 32 \times 0,001 = 0,032 \text{ см;}$$

$$|\theta_{\text{лев}}| = \frac{S_{\text{лев}}}{H_{\text{ст}}} = \frac{0,032}{20} = 0,0016 \text{ рад} = 0,091^\circ;$$

$$S_{\text{прав}} = \Delta\lambda_{\text{лев}}^{\text{ср}} C_{\text{инд}} = 31,6 \times 0,001 = 0,0316 \text{ см;}$$

$$|\theta_{\text{прав}}| = \frac{S_{\text{прав}}}{H_{\text{ст}}} = \frac{0,0316}{20} = 0,00158 \text{ рад} = 0,09^\circ.$$

19. Сравнить теоретические расчеты и экспериментальные результаты.

а) Напряжения: процент ошибки – 0 %.

б) Прогибы в середине пролета балки: процент ошибки

$$p = \frac{|n_{\text{больш}}| - |n_{\text{меньш}}|}{|n_{\text{больш}}|} 100\% = \frac{0,047 - 0,045}{0,047} \times 100\% = 4,2\% < 5\%.$$

в) Углы поворота на опорах балки: процент ошибки для правой опоры

$$p = \frac{|n_{\text{больш}}| - |n_{\text{меньш}}|}{|n_{\text{больш}}|} 100\% = \frac{0,016 - 0,015}{0,016} \times 100\% = 6,25\% > 5\%.$$

Вывод: результаты теоретических расчетов и эксперимента имеют допустимые расхождения, кроме результатов определения угла поворота на правой опоре.

2.5 Косой изгиб

Цель работы: экспериментальное определение величины и направления прогиба конечной точки консольной балки и сравнение его с результатами теоретического расчета.

Теоретические положения

При прямом изгибе силовая плоскость совпадает с одной из главных плоскостей инерции, нейтральная ось поперечного сечения перпендикулярна силовой линии, упругая линия балки располагается в силовой плоскости.

При косом изгибе плоскость действия изгибающих моментов (силовая плоскость) не совпадает ни с одной из главных центральных осей инерции сечения балки.

В работе исследуется случай косоугольного изгиба, рассматриваемого как совокупность двух прямых изгибов во взаимно перпендикулярных главных плоскостях инерции: zox и $zoу$.

Описание испытательного оборудования

Для проведения опыта используется специально сконструированная испытательная установка (рис. 2.5.1).

Установка состоит из консольной балки 1, одним концом жестко закрепленной в опоре 2, которая заделана в стену. Балка представляет собой отрезок стального равнобокого уголка с размерами сечения $25 \times 25 \times 4$ мм и длиной $l = 73$ см. Осевые моменты инерции сечения уголка относительно его главных центральных осей – x_0 и y_0 равны: $I_{x0} = 1,62 \text{ см}^4$, $I_{y0} = 0,44 \text{ см}^4$. Полки уголка сориентированы в пространстве – вертикально и горизонтально. Модуль продольной упругости стали равен $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2 \cdot 10^4 \text{ кН/см}^2$.

К свободному концу балки крепятся две стальные проволоочные нити 3, соединенные с ножками индикаторов часового типа 4. Индикаторы установлены на жесткой рамке 5 и соединены с креплением 6, которое заделано в стену. Балка нагружается грузами 7, имеющими вес по 1 кг каждый. Грузы укладываются в ходе опыта на подвес 8.

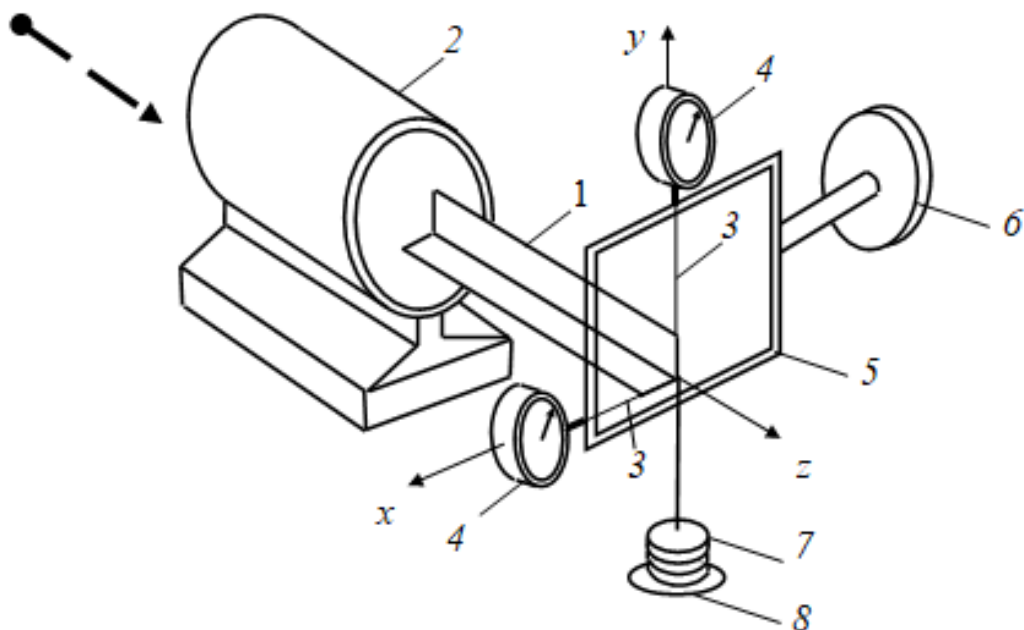


Рисунок 2.5.1 – Схема лабораторной установки:

*1 – консольная балка; 2 – опора; 3 – проволочные нити;
4 – индикатор часового типа; 5 – жесткая рамка; 6 – крепление;
7 – грузы; 8 – подвес*

К свободному концу балки крепятся две стальные проволочные нити 3, соединенные с ножками индикаторов часового типа 4. Индикаторы установлены на жесткой рамке 5 и соединены с креплением 6, которое заделано в стену. Балка нагружается грузами 7, имеющими вес по 1 кг каждый. Грузы укладываются в ходе опыта на подвес 8.

При нагружении балки ее нагружаемый конец перемещается относительно рамки. Это перемещение через нити передается индикаторам, которые показывают величины вертикального и горизонтального смещений конца балки. Цена деления индикатора – $C_{\text{инд}} = 0,01 \text{ мм}$ ($0,001 \text{ см/дел.}$).

Погрешность, полученная при измерениях вследствие непараллельности осей индикаторов нитям, мала и ею в ходе опыта пренебрегают.

Теоретическое определение величины и направления прогиба

При косом изгибе нагружение балки производится внешней нагрузкой (в данном случае сосредоточенной силой P), проходящей через центр сечения и действующей под углом к его главным центральным осям α . Перемещение исследуемых точек балки при

этом происходит не по направлению действия внешней нагрузки, а под некоторым углом по отношению к главным центральным осям β . В общем случае, углы α и β не равны друг другу.

Для вычисления при косом изгибе величины и направления перемещения исследуемой точки балки вводят упрощение. Косой изгиб представляют в виде двух прямых изгибов, вызываемых составляющими внешней нагрузки P_{x_0} и P_{y_0} , полученными в результате разложения основной нагрузки – P , т. е. ее проецирования на главные центральные оси сечения балки x_0 и y_0 (рис. 2.5.2).

В лабораторной работе составляющие внешней нагрузки (силы P) определяются

$$P_{x_0} = P \sin \alpha; \quad P_{y_0} = P \cos \alpha.$$

где α – угол направления приложения силы P по отношению к одной из главных центральных осей инерции сечения балки x_0 .

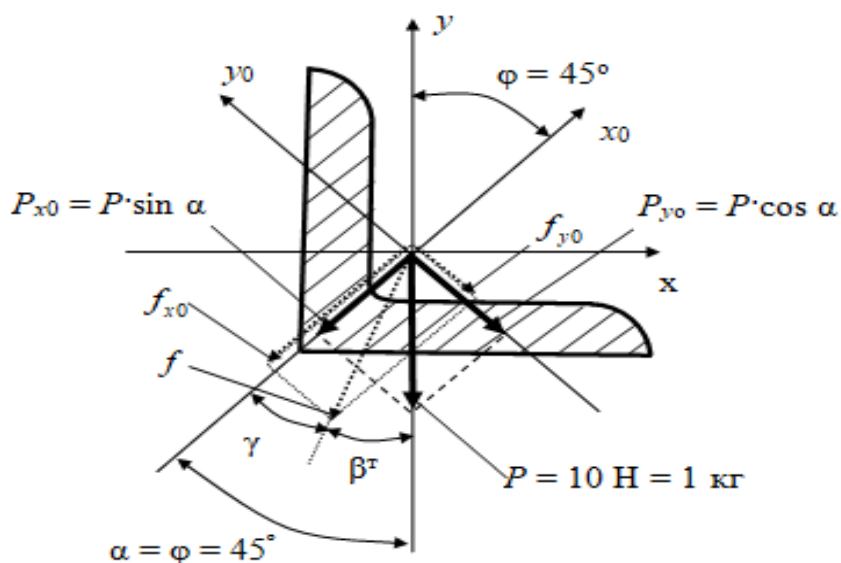


Рисунок 2.5.2 – Схема к определению теоретических значений величины и направления прогиба

Прогибы консольной балки вдоль главных центральных осей x_0 и y_0 от составляющих силы P определяются в ее конечном сечении по готовым формулам. Эти формулы соответствуют нагружению консоли сосредоточенной силой, приложенной к

конечной точки балки, и выбираются из справочника по сопротивлению материалов:

$$f_{x_0} = \frac{P_{x_0} l^3}{3EI_{y_0}}; \quad f_{y_0} = \frac{P_{y_0} l^3}{3EI_{x_0}}, \quad (2.5.1)$$

где l – длина консольной балки; E – модуль продольной упругости; I_{x_0}, I_{y_0} – главные моменты инерции сечения.

Теоретическая величина полного прогиба исследуемой точки балки определится как геометрическая сумма составляющих прогибов относительно главных центральных осей x_0 и y_0 :

$$f = \sqrt{f_{x_0}^2 + f_{y_0}^2}. \quad (2.5.2)$$

Теоретическое значение угла β^T определится (см. рис. 2.5.2):

$$\beta_T = \alpha - \gamma, \quad (2.5.3)$$

где γ – угол между перемещением исследуемой точки от составляющей нагрузки по оси x_0 и полным перемещением (см. рис. 2.5.2).

Угол γ определяется

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{f_{y_0}}{f_{x_0}}. \quad (2.5.4)$$

Экспериментальное определение величины и направления прогиба

Балку загружают на ее свободном конце начальной нагрузкой 10 Н (1 кг) (рис. 2.5.3).

С индикаторов часового типа снимают отсчеты λ_x и λ_y ($\lambda_{\text{гор}}$ и $\lambda_{\text{верт}}$). Затем последовательно балку загружают четырьмя ступенями нагружения $\Delta P = 10$ Н и после каждой ступени нагружения получают отсчеты по индикаторам. Вычисляют приращения $\Delta \lambda_x$ и $\Delta \lambda_y$ ($\Delta \lambda_{\text{гор}}$ и $\Delta \lambda_{\text{верт}}$) и средние значения приращений показаний горизонтального и вертикального индикаторов: $\Delta \lambda_x^{\text{ср}}, \Delta \lambda_y^{\text{ср}}$ ($\Delta \lambda_{\text{гор}}^{\text{ср}}, \Delta \lambda_{\text{верт}}^{\text{ср}}$).

Вычисленные значения средних показаний индикаторов умножают на цену их деления C и в результате получают горизонтальную f_x и вертикальную f_y составляющие прогиба конца балки:

$$f_x = \Delta\lambda_x^{\text{cp}} C_{\text{инд}}; \quad f_y = \Delta\lambda_y^{\text{cp}} C_{\text{инд}}. \quad (2.5.5)$$

Прогиб концевого сечения вычисляется как геометрическая сумма его горизонтальной f_x и вертикальной f_y составляющих (см. рис. 2.5.3):

$$f = \sqrt{(f_x)^2 + (f_y)^2}. \quad (2.5.6)$$

Для определения направления полного прогиба подсчитывается угол β – угол наклона полного прогиба исследуемой точки консоли с осью y (одновременно это угол наклона нейтральной оси по отношению к оси y)

$$\text{tg}\beta = \frac{f_x}{f_y}. \quad (2.5.7)$$

Сравнение результатов вычисления значений β и f теоретическим способом с опытными данными позволяет оценить соответствие теории и эксперимента. Для этого вычисляется процент ошибки при рассмотрении двух однотипных результатов:

$$p = \frac{n_{\text{больш}} - n_{\text{меньш}}}{n_{\text{больш}}} 100\%,$$

где $n_{\text{больш}}$, $n_{\text{меньш}}$ – большее и меньшее по модулю числа из двух сравниваемых результатов.

Порядок выполнения работы (с примером оформления)

Теоретическое определение величины и направления прогиба

1. Принять вес прикладываемой к консольной балки нагрузки 1 кг, что создает силу $P = 10$ Н, она действует под углом $\alpha = 45^\circ$ по отношению к главным центральным осям, в частности по отношению к оси y_0 .

2. Определить для расчетной схемы (см. рис. 2.5.2) составляющие нагрузки по направлениям главных центральных осей x_0 и y_0 , проецируя ее на эти оси:

$$P_{x_0} = P \sin \alpha = 10 \times \sin 45^\circ = 10 \times 0,71 = 7,1 \text{ Н},$$

$$P_{y_0} = P \cos \alpha = 10 \times \cos 45^\circ = 10 \times 0,71 = 7,1 \text{ Н}.$$

3. Определить прогибы консольной балки в ее конечном сечении по направлениям главных центральных осей x_0 и y_0 , используя для этого готовые формулы, соответствующие нагружению консоли сосредоточенной силой, приложенной к конечной точке балки.

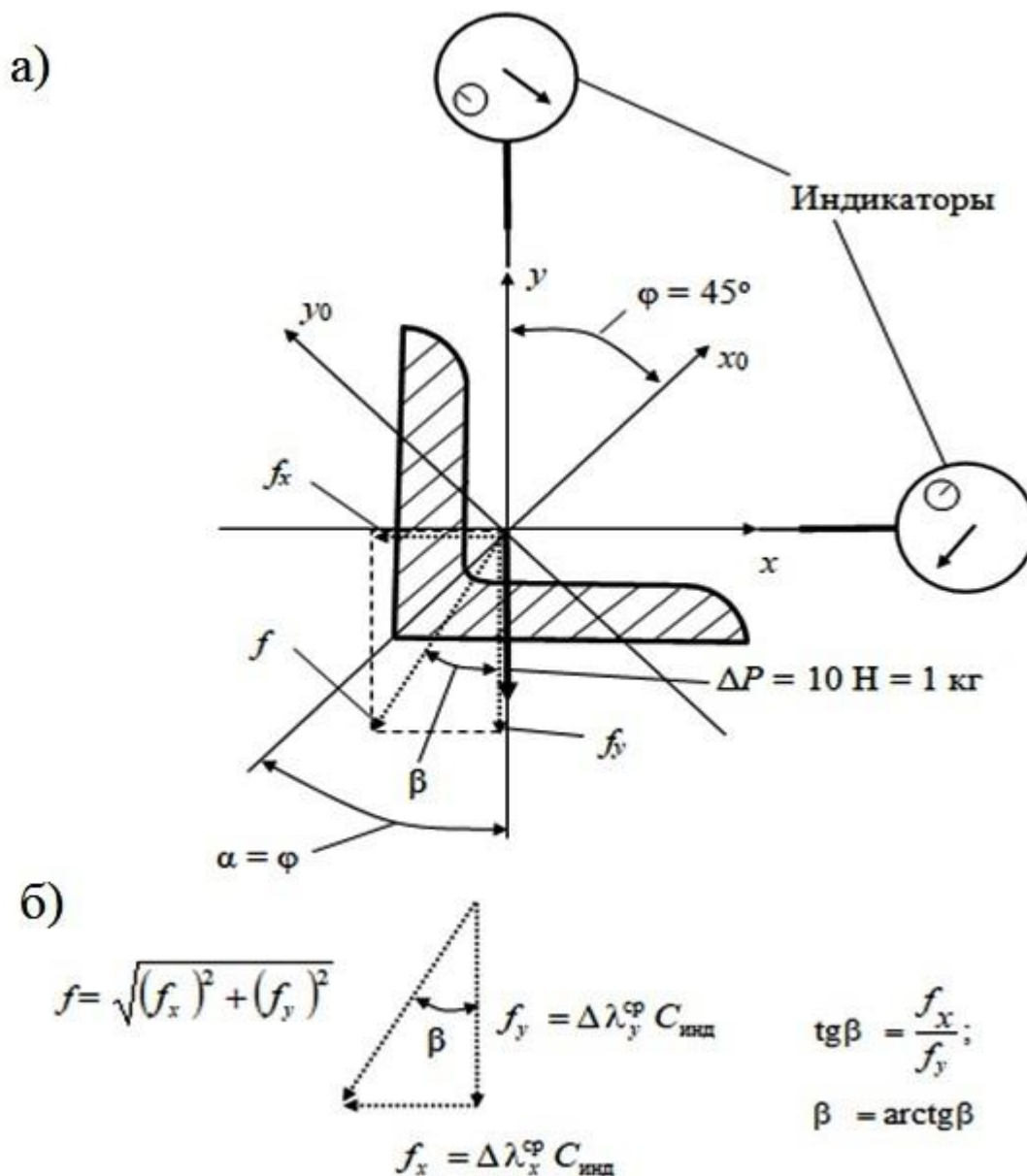


Рисунок 2.5.3 – Схема к определению опытных значений величины и направления прогиба:
а – общий вид; б – векторная схема перемещений

Формулы выбирать из справочника по сопротивлению материалов:

$$f_{x0} = \frac{P_{x0}l^3}{3EI_{y0}} = \frac{10 \times 73^3}{3 \times 2 \times 10^4 \times 0,44} = 0,104 \text{ см},$$

$$f_{y0} = \frac{P_{y0}l^3}{3EI_{x0}} = \frac{7,1 \times 73^3}{3 \times 2 \times 10^4 \times 1,62} = 0,028 \text{ см}.$$

4. Определить полный теоретический прогиб концевого сечения консольной балки

$$f = \sqrt{(f_x)^2 + (f_y)^2} = \sqrt{0,104^2 + 0,028^2} = 0,108 \text{ см}.$$

5. Определить угол между перемещением исследуемой точки балки от составляющей нагрузки по оси x_0 и полным перемещением

$$\text{tg } \gamma = \frac{f_{y0}}{f_{x0}} = \frac{0,028}{0,104} = 2,69 \rightarrow \gamma = 15,24^\circ.$$

6. Определить теоретическое направление прогиба исследуемой точки балки

$$\beta = \alpha - \gamma = 45^\circ - 15,45^\circ = 29,76^\circ.$$

Экспериментальное определение величины и направления прогиба

1. Нагрузить балку на ее свободном конце начальной нагрузкой 1 кг (10 Н). Снять показания с индикаторов часового типа – с горизонтального по красной шкале, с вертикального – по черной. Показания занести в табл. 2.5.1.

2. Произвести аналогичное нагружение балки четырьмя рабочими ступенями, последовательно добавляя по 1 кг, показания индикаторов занести в табл. 2.5.1.

3. Осторожно разгрузить балку.

4. Произвести вычисления приращения показаний индикаторов при каждой ступени нагружения и вычислить среднее значение показаний.

5. Определить прогибы балки в исследуемой точке по горизонтали и вертикали, т.е. вдоль центральных осей x и y , учитывая цену деления индикатора $C = 0,001$ см/дел.:

$$f_x = \Delta \lambda_x^{\text{cp}} C_{\text{инд}} = 49 \times 0,001 = 0,049 \text{ см},$$

$$f_y = \Delta\lambda_y^{\text{ср}} C_{\text{инд}} = 92 \times 0,001 = 0,092 \text{ см.}$$

6. Определить полный экспериментальный прогиб балки в исследуемой точке

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = \sqrt{0,049^2 + 0,092^2} = 0,104 \text{ см.}$$

7. Определить экспериментальное направление прогиба исследуемой точки балки

$$\text{tg } \beta = \frac{f_x}{f_y} = \frac{0,049}{0,092} = 0,532 \rightarrow \beta = 28,04^\circ.$$

Таблица 2.5.1 – Ведомость экспериментальных данных

№ ступени нагружения	Нагрузка нарастающим P , кг (Н)	Индикаторы			
		горизонтальный		вертикальный	
		показания $\lambda_{\text{гор}} = \lambda_x$, дел.	приращение показаний $\Delta\lambda_{\text{гор}} = \Delta\lambda_x$, дел.	показания $\lambda_{\text{верт}} = \lambda_y$, дел.	приращение показаний $\Delta\lambda_{\text{верт}} = \Delta\lambda_y$, дел.
0	1 (10)	400	–	0	–
1	2 (20)	353	47	84	84
2	3 (30)	303	50	178	94
3	4 (40)	251	52	273	95
4	5 (50)	204	47	368	95
Средние приращения показаний		$\Delta\lambda_{\text{гор}}^{\text{ср}} = \Delta\lambda_x^{\text{ср}} = 49$		$\Delta\lambda_{\text{верт}}^{\text{ср}} = \Delta\lambda_y^{\text{ср}} = 92$	

8. Сравнить результаты теоретических расчетов и полученных опытным путем. Определить процент ошибки.

а) Для величины прогиба:

– теоретический – $f = 0,108$ см;

– экспериментальный – $f = 0,104$ см;

$$p = \frac{(0,108 - 0,104)}{0,108} \times 100 \% = 3,7 \% < 5 \%;$$

б) Для направления прогиба:

– теоретический – $\beta = 29,76^\circ$;

– экспериментальный – $\beta = 28,04^\circ$;

$$p = \frac{(29,76 - 28,04)}{29,76} \times 100 \% = 4,78 \% < 5 \%$$

Вывод: результаты теоретических расчетов и эксперимента имеют допустимые расхождения.

2.6 Устойчивость стержней при сжатии

Цель работы: ознакомление с особенностями потери стержнем устойчивости при сжатии, экспериментальное определение критической силы и установление необходимости назначения коэффициентов запаса устойчивости.

Теоретические положения

Устойчивостью бруса (далее стержня) называется его способность гарантированно выдерживать сжимающую нагрузку, сохраняя свою первоначальную прямолинейную форму. При превышении нагрузки определенного критического уровня происходит потеря устойчивости стержнем. При потере устойчивости стержень от прямолинейной формы равновесия переходит к криволинейной, при этом происходит резкое нарастание прогибов и напряжений. Косвенной причиной потери устойчивости служит изначальная кривизна стержня, неизбежный эксцентриситет и несоосность приложения нагрузки.

Потеря стержнем устойчивости может происходить без разрушения или с разрушением; оба случая недопустимы, т. к. это может привести либо к катастрофе, либо к невозможности нормальной эксплуатации объекта.

Описание испытательного оборудования

В проводимой лабораторной работе по экспериментальному определению критической силы $P_{кр}$ для продольно-сжимаемого стержня используется оригинальная лабораторная установка индивидуального изготовления (рис. 2.6.1).

Установка представляет собой металлическую раму 1, на которой размещен исследуемый стержень 2. Стержень закреплен в двух поддерживающих опорах 3 и 4: в левой – подвижно, в правой – жестко. Схема закрепления концов стержня приведена на рис. 2.6.2.

Нагрузка на стержень передается с помощью двухплечевого рычага 5 (см. рис. 2.6.1), соединенного с рамой подшипниковой опорой 6. На вертикальном плече рычага закреплен передатчик силы 7, который упирается в подвижный торец стержня.

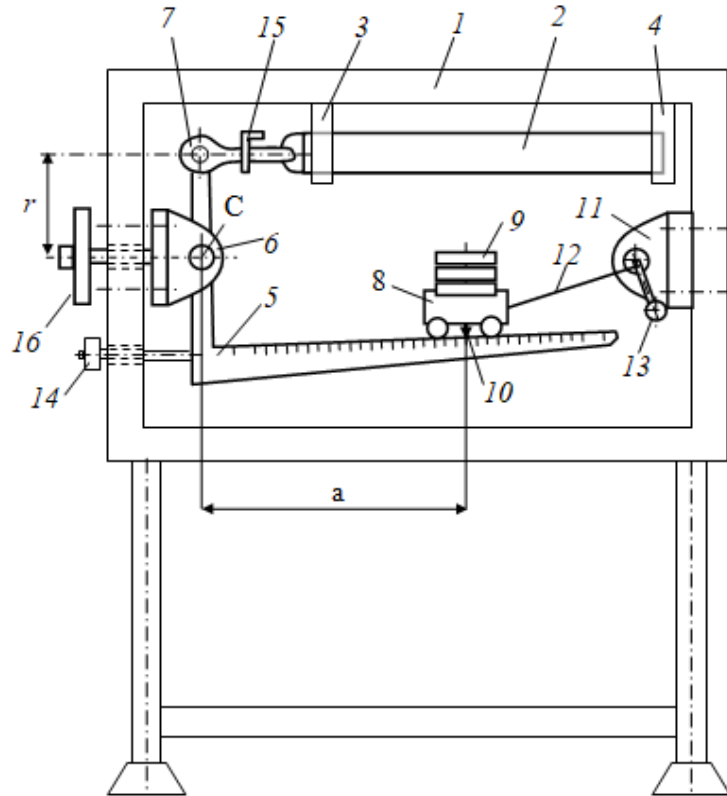


Рисунок 2.6.1 – Схема установки для испытания стержней на устойчивость:

- 1 – металлическая рама; 2 – исследуемый стержень;*
- 3 и 4 – поддерживающие опоры; 5 – плечевой рычаг;*
- 6 – подшипниковая опора; 7 – передатчик силы; 8 – подвижная каретка;*
- 9 – переменные грузы; 10 – указатель положения;*
- 11 – подшипниковая опора; 12 – гибкая проволока; 13 – рукоять;*
- 14 – фиксатор; 15 – ограничитель хода; 16 – противовес*

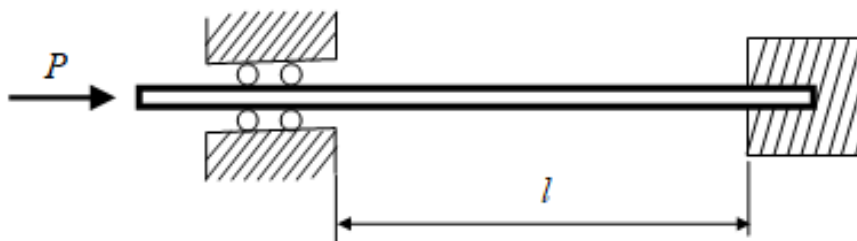


Рисунок 2.6.2 – Схема закрепления испытываемого стержня

На горизонтальном плече рычага установлена подвижная каретка 8 с переменными грузами 9, легко перемещающаяся с помощью роликов. В средней части каретки имеется указатель положения 10, позволяющий отмечать ее положение на горизонтальном плече рычага, имеющего миллиметровую разметку.

На валу подшипниковой опоры 11 укреплен барабан с гибкой проволокой 12, которая одним концом соединена с кареткой. Барабан может вращаться вокруг своей оси с помощью рукоятки 13. При наматывании проволоки на барабан каретка перемещается горизонтально, тем самым меняя точку приложения нагрузки и соотношение плеч рычага a и r (рис. 2.6.3).

Вследствие перемещения каретки создаваемая рычагом сжимающая стержень продольная сила P возрастает.

При сматывании гибкой тяги с барабана каретка свободно скатывается обратно в связи с наличием наклона горизонтального плеча рычага. Сила P при этом уменьшается.

Для фиксирования в нерабочем состоянии двухплечевого рычага (см. рис. 2.6.1) на нем установлен фиксатор 14.

С целью предотвращения развития больших деформаций в стержне и его разрушения (возникновение пластических деформаций) на толкателе 8 установлен ограничитель хода 15. Для балансировки двухплечевого рычага к нему присоединен противовес 16.

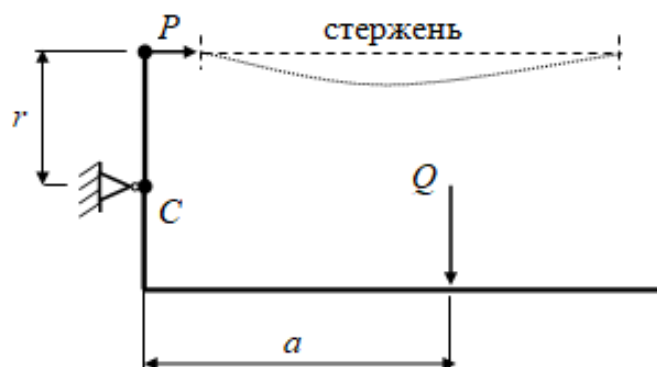


Рисунок 2.6.3 – Схема передачи нагрузки на испытываемый стержень с помощью двухплечевого рычага:

P – нагрузка; C – точка поворота рычага; a и r – горизонтальное и вертикальное плечи рычага

В ходе эксперимента продольная сжимающая сила P , соответствующая определенному положению каретки с грузом на горизонтальном плече рычага установки, может быть определена по формуле

$$P = Q k, \quad (2.6.1)$$

где Q – совместный вес каретки и груза; k – коэффициент усиления действия рычага, определяемый соотношением его плеч a и r .

Величина Q определяется

$$Q = q_k + q_{гр}, \quad (2.6.2)$$

где q_k – вес каретки (в лабораторной работе $q_k = 2,715$ кг); $q_{гр}$ – величина груза на каретке (задается: 1 кг, 2 кг, 3 кг).

Величина k определяется

$$k = \frac{a}{r}, \quad (2.6.3)$$

где a – величина горизонтального плеча двухплечевого рычага; r – величина вертикального плеча двухплечевого рычага.

Размер r для данной установки есть величина постоянная, поэтому коэффициент k является функцией только переменной величины a . Вследствие этого для упрощения расчета критической силы $P_{кр}$ коэффициент k приводится в таблице, расположенной на передней панели установки вместе с данными по испытываемому образцу. В табличных данных учтен наклон горизонтального плеча рычага установки.

Максимально возможная продольная сжимающая сила P , которую разрешается задавать на установке, равна 50 кг.

В результате эксперимента необходимо будет определить ошибку теоретического расчета критической силы при сравнении с получаемой экспериментально и убедиться в необходимости использования коэффициентов запасов устойчивости. Для этого следует из двух полученных значений критической силы $P_{кр}$: теоретического и экспериментального выбрать большее и меньшее значения и определить процент ошибки

$$P = \frac{n_{больш} - n_{меньш}}{n_{больш}} 100\%, \quad (2.6.4)$$

где $n_{\text{больш}}$, $n_{\text{меньш}}$ – большее и меньшее по модулю числа из двух сравниваемых результатов.

По результатам лабораторного испытания необходимо вычислить допускаемое значение прикладываемой к стержню нагрузки используя для этого коэффициент запаса устойчивости, рекомендуемый для сталей.

Порядок выполнения работы (с примером оформления)

Теоретическое определение критической силы

1. Изобразить схему нагружения.
2. Определить коэффициент приведения длины μ .
3. Записать параметры испытываемого образца:
 - материал образца – сталь ВСтЗсп5; предел пропорциональности $\sigma_{\text{пц}} = 198 \text{ МПа} = 19,8 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$;
 - модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$;
 - длина образца $l = 0,4 \text{ м} = 40 \text{ см}$;
 - размеры поперечного сечения: ширина $b = 0,04 \text{ м} = 4 \text{ см}$;
 - толщина (высота сечения) $h = 0,0009 \text{ м} = 0,09 \text{ см}$.
4. Определить геометрические характеристики сечения:
 - а) вычислить площадь поперечного сечения
$$F = bh = 4 \times 0,09 = 0,36 \text{ см}^2.$$
 - б) вычислить осевые моменты инерции поперечного сечения стержня

$$I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{4 \times 0,09^3}{12} = 0,000243 \text{ см}^4;$$

$$I_y = \frac{hb^3}{12} = \frac{0,09 \times 4^3}{12} = 0,48 \text{ см}^4;$$

- в) выбрать минимальный момент инерции сечения из двух полученных значений: $I_{\text{min}} = I_x = 0,000243 \text{ см}^4$.

- г) определить минимальный радиус инерции сечения

$$I_{\text{min}} = \sqrt{\frac{I_{\text{min}}}{F}} = \sqrt{\frac{0,000243}{0,36}} = 0,026 \text{ см}.$$

5. Определить конструктивную гибкость стержня

$$\lambda_{\text{ст}} = \frac{\mu l}{i_{\text{min}}} = \frac{0,5 \times 40}{0,026} = 769,23.$$

6. Определить предельную гибкость стержня

$$\lambda_{\text{пред}} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{\text{пц}}}} = 3,14 \sqrt{\frac{2 \times 10^4}{19,8}} = 99,79 \approx 100.$$

7. Установить тип стержня по критериям гибкости

$$\lambda_{\text{пред}} = 100 < \lambda_{\text{ст}} = 769,23.$$

Вывод: исследуемый стержень является стержнем большой гибкости. Определение критической силы должно производиться по формуле Эйлера.

8. Определить значение критической силы

$$P_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 EI_{\text{min}}}{(\mu l)^2} = \frac{3,14^2 \times 2 \times 10^4 \times 0,000243}{(0,5 \times 40)^2} = 0,12 \text{ кН} = 12 \text{ кг.}$$

Экспериментальное определение критической силы

1. Подготовить установку для проведения эксперимента:

- освободить рычаг 5 от неподвижности, вращая фиксатор 14;
- соединить с испытываемым стержнем передатчик силы 7;
- установить на рычаге каретку 8 в крайнее левое положение;
- выбрать груз 9, равный 1 кг, и уложить его на каретку.

2. Привести стержень к потере устойчивости (увеличить сжимающую силу):

– медленно вращать барабан рукояткой 13, наматывая на него гибкую тягу 12 и передвигая этим каретку 8 с грузом 9 по рычагу 5;

– в процессе вращения барабана периодически задавать рукой небольшую поперечную деформацию стержню и наблюдать за сохранением прямолинейности его после прекращения деформирования;

– установить момент достижения сжимающей силой критического уровня по стабильной искривленности стержня после удаления поперечной нагрузки.

3. Определить по указателю положения каретки 10 отсчет по шкале рычага и занести его в табл. 2.6.1.

4. Используя таблицу, расположенную на передней панели установки, определить коэффициент k .

5. Повторить испытание, добавляя на каретку груз, равный ступени нагружения $\Delta q_{гр} = 1$ кг.

Таблица 2.6.1 – Ведомость экспериментальных данных

№ ступени нагружения	Вес груза на каретке $q_{гр}$, кг	Отсчет по шкале установки a , см	Коэффициент усиления двухплечевого рычага k	Критическая сила $P_{кр} = Q k = (q_k + q_{гр}) k = (2,715 + q_{гр}) k$, кг
1	1	3,52	3,37	12,6
2	2	3,7	4,15	12,2
3	3	0,4	3,13	13,6
Среднее значение критической силы: $P_{кр}^{cp} = 12,89$ кг $\approx 0,13$ кН				

6. Определить значения критической силы $P_{кри} = Q \cdot k$.
7. Вычислить среднее значение критической силы.
8. Сравнить результаты теоретических расчетов и лабораторного эксперимента, вычислить процент ошибки:
- теоретический результат – $P_{кр} = 0,12$ кН = 12 кг;
 - экспериментальный результат – $P_{кр} = 0,13$ кН = 13 кг;

$$P = \frac{(0,13 - 0,12)}{0,12} \times 100 \% = 8,3 \% > 5 \%$$

Вывод 1: использование коэффициента запаса устойчивости стержней для определения допускаемой нагрузки более чем оправдано.

Определить величину допускаемой для исследуемого стержня сжимающей нагрузки, приняв коэффициент запаса по устойчивости из рекомендуемых для сталей $n_y = 2$,

$$[P] = \frac{P_{кр}}{n_y} = \frac{0,12}{2} = 0,06 \text{ кН} = 6 \text{ кг.}$$

Вывод 2: отсутствие превышения в процессе эксплуатации исследуемого стержня величины допускаемой нагрузки должно гарантированно обеспечить его устойчивость.

ГЛАВА 3 САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

3.1 Контрольная работа студентов заочной формы обучения

После изучения теоретического материала студенты должны выполнить контрольную работу, включающую в себя решение практических (расчетных) задач № 1, 2, 3, 4, 5.

Данные для решения задач следует выбирать из таблицы, указанной в условии задачи, в соответствии с номером зачетной книжки (в шифре учитываются три последние цифры номера зачетной книжки, записанные два раза подряд) и первыми шестью буквами русского алфавита, которые следует расположить под шифром следующим образом, например:

$$\begin{array}{c} \text{шифр СПз} - 16 - 079\underline{362} \\ 3 - 6 - 2 - 3 - 6 - 2 \\ a \quad б \quad в \quad г \quad д \quad е \end{array}$$

Из каждого вертикального столбца таблицы с данными (для каждой рассматриваемой задачи), обозначенного внизу определенной буквой, надо взять только одно число, стоящее в той горизонтальной строке, номер которой совпадает с номером буквы.

Например, при обозначении вертикальных столбцов табл. 3.1.1 (задачи № 1) использованы буквы *е, д, г, в, б, а*. В соответствии с шифром $3 - 6 - 2 - 3 - 6 - 2$ буквы *а, г* имеют номер 3, буквы *б, д* – номер 6, а буквы *в, е* – номер 2. Поэтому студент должен взять данные в столбцах *а, г* по строке номер 3, в столбцах *б, д* – по строке номер 6, а в столбцах *в, е* – по строке номер 2.

Контрольная работа должна быть выполнена самостоятельно после изучения соответствующего раздела курса сопротивления материалов.

В заголовке контрольной работы должны быть четко написаны: название дисциплины, номер контрольной работы, фамилия, имя, отчество студента (полностью), название института, специальности (направления подготовки) и учебный шифр.

Перед решением каждой задачи надо записать полностью ее условие с числовыми данными, составить аккуратный эскиз в масштабе и указать на нем в числах все величины, необходимые для расчета.

Решение должно сопровождаться краткими, последовательными и грамотными, без сокращения слов объяснениями и построениями, на которых все входящие в расчет величины должны быть показаны в числах. Студент должен знать, что язык инженера – формула и чертеж.

Необходимо указывать размерность всех величин и подчеркивать окончательные результаты.

Не следует вычислять результаты с большим количеством значащих цифр после запятой, т. е. вычисления должны соответствовать разумной точности. Правильно решенная и защищенная контрольная работа является допуском на экзамен или зачет.

Задача № 1

Круглый стальной брус, защемленный обоими концами, нагружен тремя моментами M_1, M_2, M_3 (рис. 3.1.1).

Требуется: 1) определить реактивные моменты, возникающие в заделках бруса; 2) построить эпюру крутящих моментов; 3) определить из расчета на прочность диаметр бруса и округлить его значение до ближайшего стандартного размера ГОСТ 6636-69; 4) построить эпюру углов поворота; 5) найти наибольший относительный угол закручивания. Данные взять из табл. 3.1.1.

Таблица 3.1.1

№ строки	Схема	Расстояния, м				Моменты, кН·м			[τ], МПа
		a	b	c	d	M_1	M_2	M_3	
1	1	1,1	2,0	1,1	2,0	2,1	3,0	2,1	40
2	2	1,2	1,9	1,2	1,9	2,2	2,9	2,2	45
3	3	1,3	1,8	1,3	1,8	2,3	2,8	2,3	50
4	4	1,4	1,7	1,4	1,7	2,4	2,7	2,4	55
5	5	1,5	1,6	1,5	1,6	2,5	2,6	2,5	60
6	6	1,6	1,5	1,6	1,5	2,6	2,5	2,6	65
7	7	1,7	1,4	1,7	1,4	2,7	2,4	2,7	70
8	8	1,8	1,3	1,8	1,3	2,8	2,3	2,8	75
9	9	1,9	1,2	1,9	1,2	2,9	2,2	2,9	80
0	10	2,0	1,1	2,0	1,1	3,0	2,1	3,0	85
	e	δ	ε	ζ	η	θ	ι	κ	λ

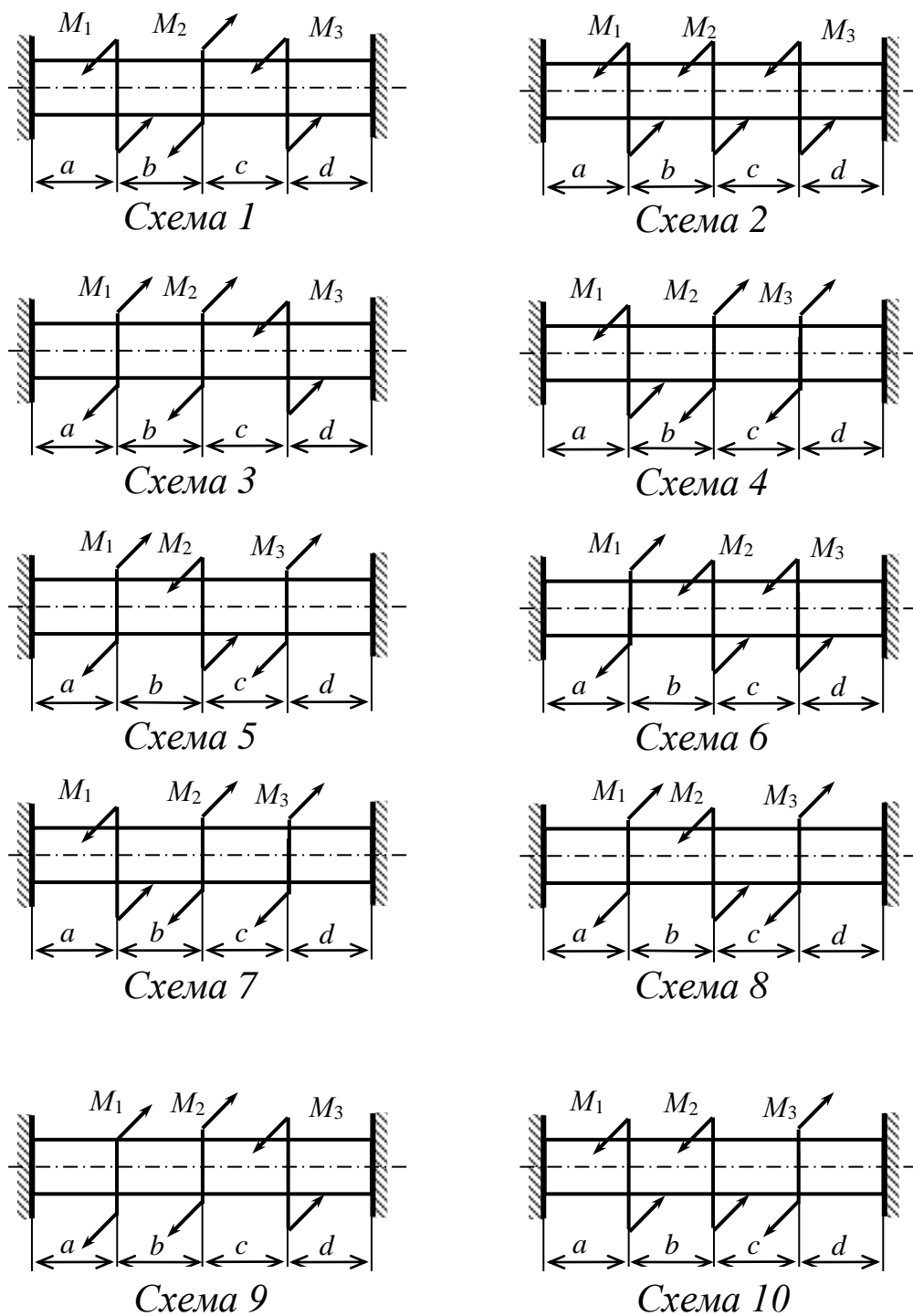


Рисунок 3.1.1

Задача № 2

Найти положения главных центральных осей инерции и значения главных моментов инерции для поперечного сечения, состоящего из швеллера и равнобокого уголка, или швеллера и неравнобокого уголка, или двутавра и равнобокого уголка, или двутавра и неравнобокого уголка, или двутавра и

швеллера (рис. 3.1.2).

Вычертить сечение в масштабе 1:2 и указать на нем все размеры в числах и все оси. Данные взять из табл. 3.1.2.

Таблица 3.1.2

№ строки	Схема	Равнобокий уголок	Неравнобокий уголок	Швеллер	Двутавр
1	1	80 × 8	40 × 25 × 4	14	12
2	2	80 × 6	50 × 32 × 4	16	14
3	3	90 × 8	56 × 36 × 5	18	16
4	4	90 × 7	70 × 45 × 5	20	18
5	5	90 × 6	90 × 56 × 8	22	20а
6	6	100 × 8	100 × 63 × 7	24	20
7	7	100 × 10	110 × 70 × 8	27	22а
8	8	100 × 12	125 × 80 × 10	30	22
9	9	125 × 10	160 × 100 × 12	33	24а
0	10	125 × 12	200 × 125 × 14	36	24
	<i>e</i>	<i>δ</i>	<i>z</i>	<i>в</i>	<i>б</i>

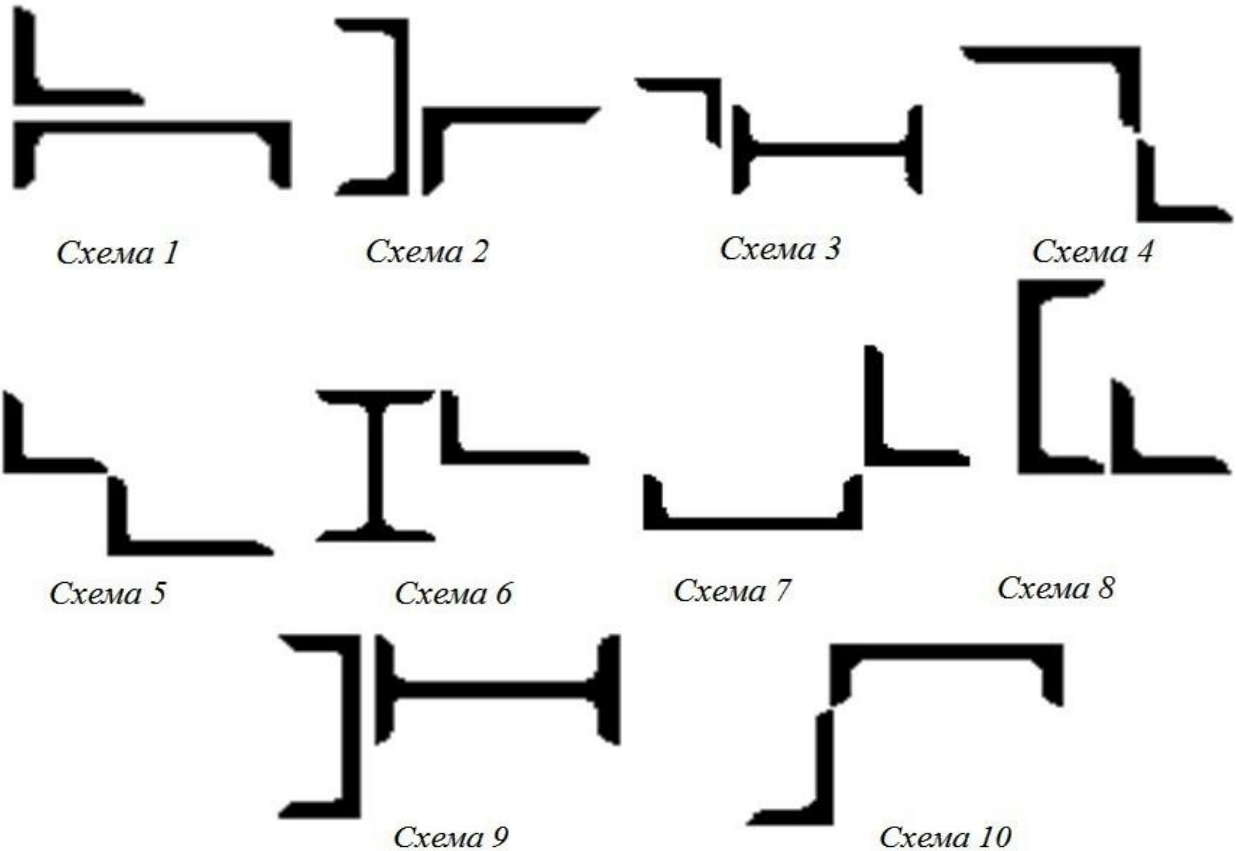


Рисунок 3.1.2

Задача № 3

Для двух схем балок (рис. 3.1.3, 3.1.4, 3.1.5) требуется построить эпюры поперечных сил Q и изгибающих моментов M , составив выражения Q и M для каждого участка в общем виде, и подобрать сечения: для двухопорной однопролетной балки круглое сечение при $[\sigma] = 12$ МПа; для консольной балки сечение из швеллера при $[\sigma] = 160$ МПа. Для рамы построить эпюры Q, M, N и подобрать сечение из двутавра при $[\sigma] = 160$ МПа. Данные взять из табл. 3.1.3.

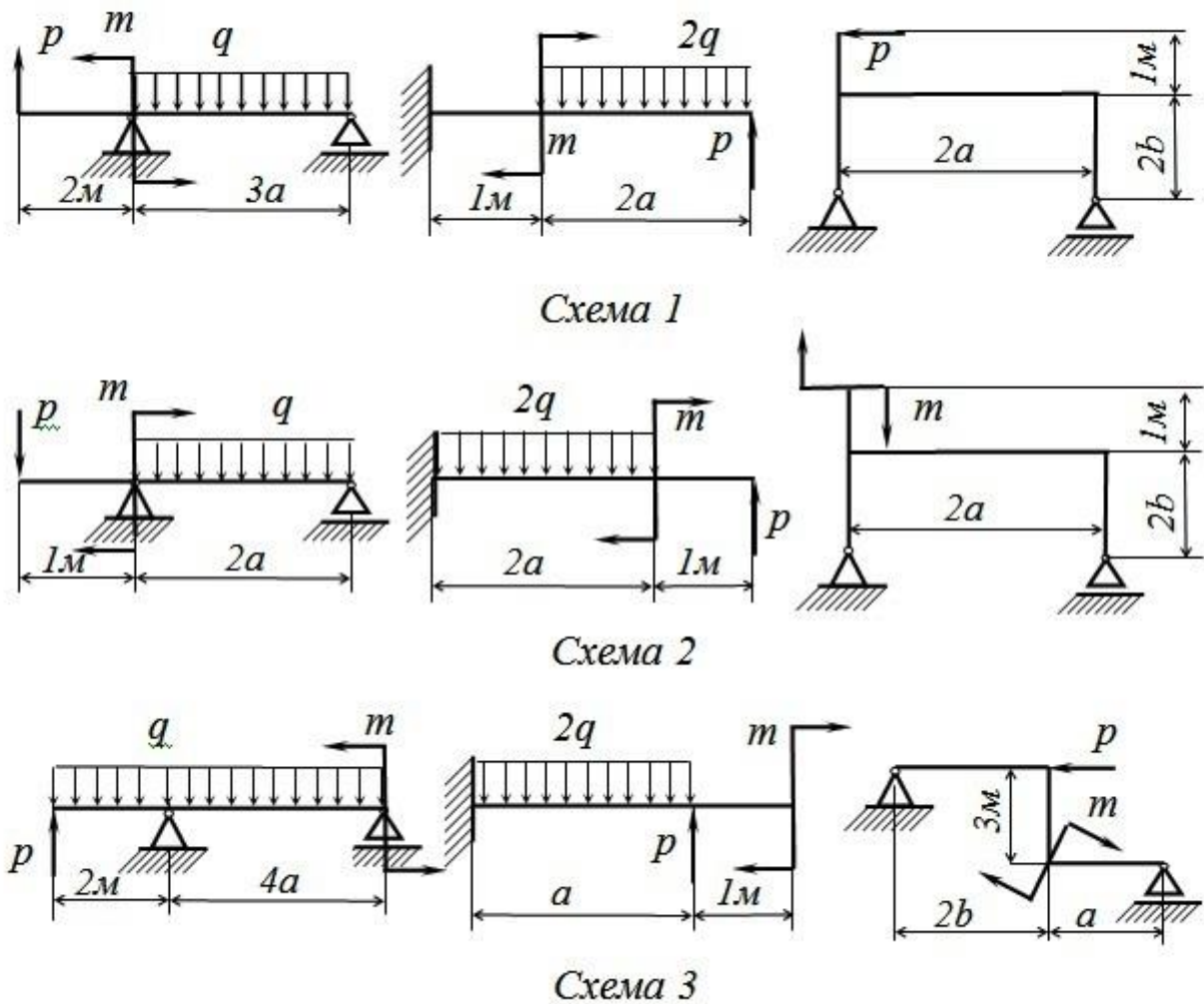


Рисунок 3.1.3

Примечание. Для консольной балки и рамы эпюры Q, M и N можно построить, не составляя выражений Q, M и N , а вычисляя значения Q, M и N в характерных сечениях.

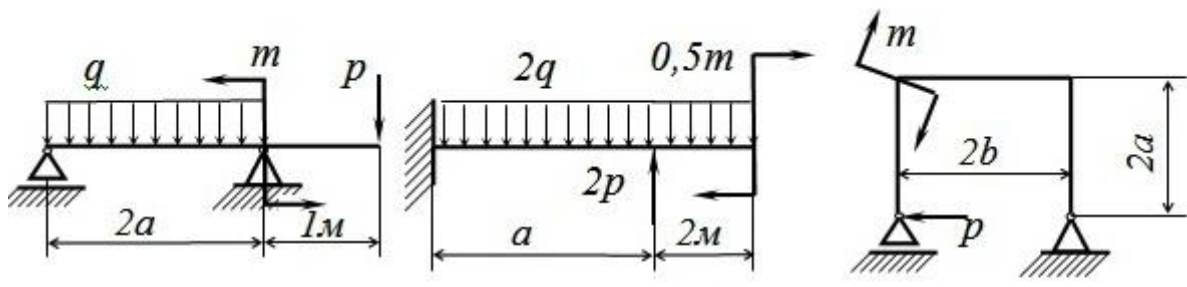


Схема 4

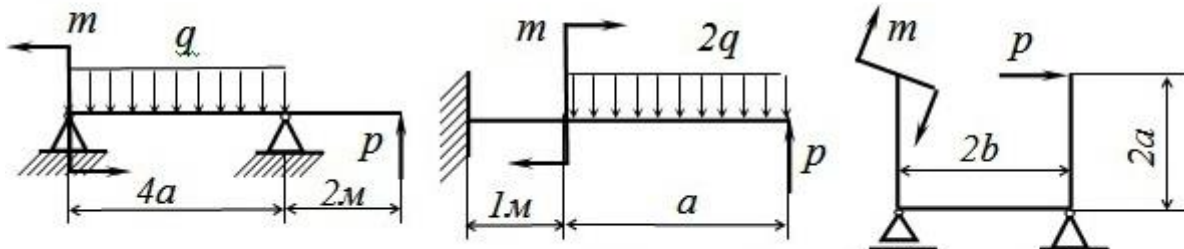


Схема 5

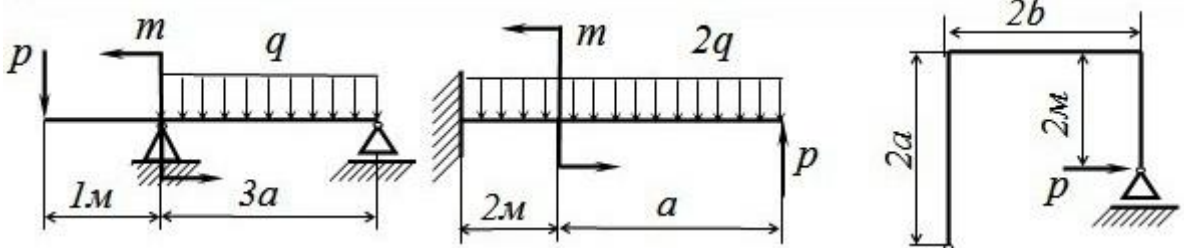


Схема 6

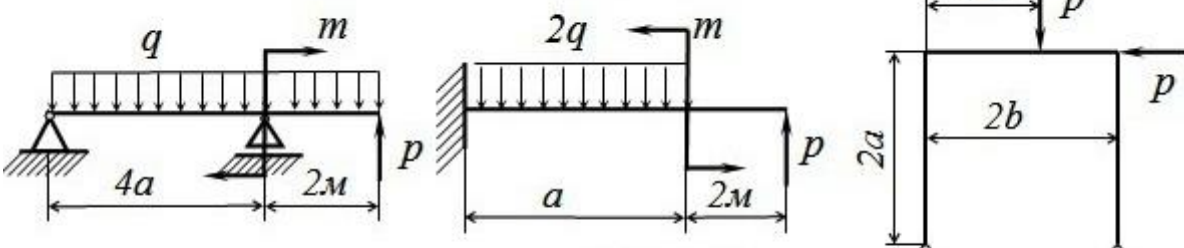


Схема 7

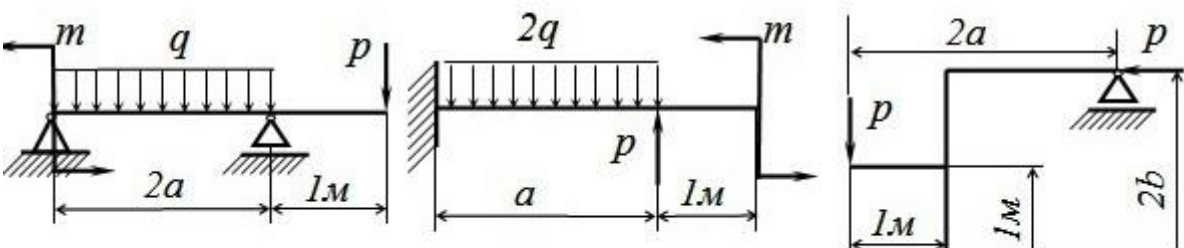


Схема 8

Рисунок 3.1.4

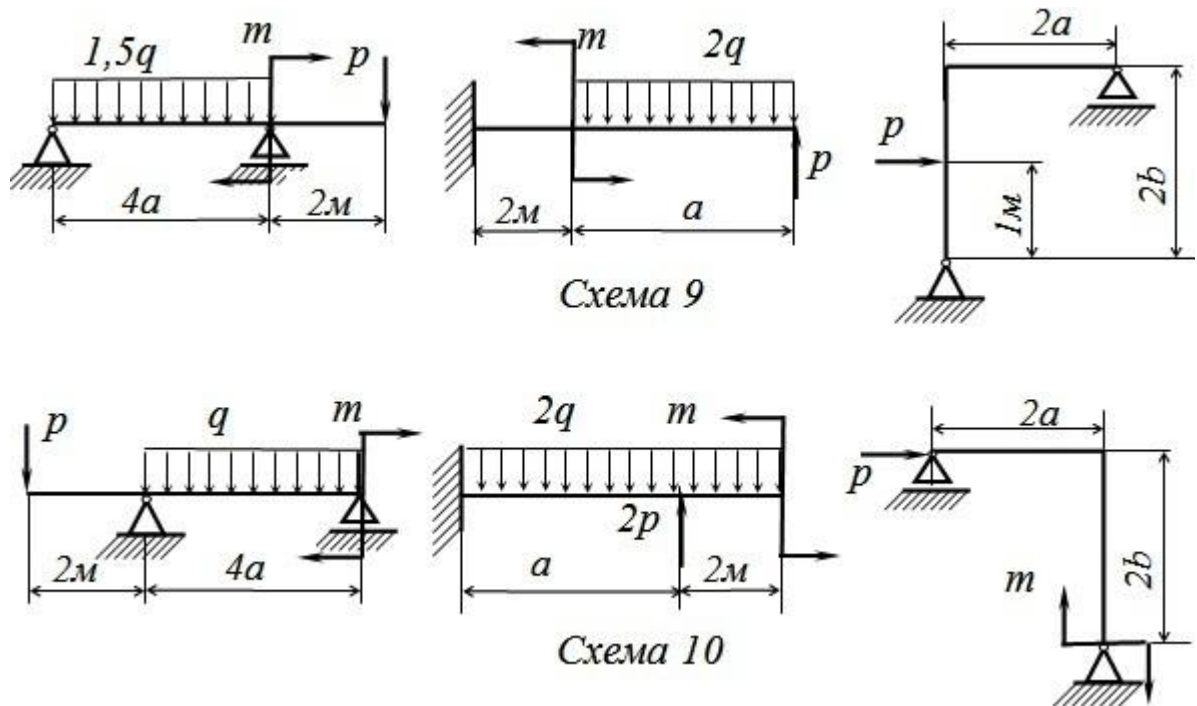


Рисунок 3.1.5

Таблица 3.1.3

№ строки	Схема	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>m</i> , кН·м	<i>P</i> , кН	<i>q</i> , кН/м
		м				
1	1	1,0	4,0	10	10	10
2	2	1,5	3,5	20	20	20
3	3	2,0	3,0	3	3	3
4	4	2,5	2,5	4	4	4
5	5	3,0	2,0	5	5	5
6	6	3,5	1,5	6	6	6
7	7	4,0	1,0	7	7	7
8	8	3,0	2,0	8	8	8
9	9	2,0	3,0	9	9	9
0	10	1,0	4,0	10	10	10
	<i>e</i>	<i>д</i>	<i>з</i>	<i>в</i>	<i>б</i>	<i>а</i>

Задача № 4

Жесткий чугунный брус, поперечное сечение которого изображено на рис. 3.1.6, сжимается продольной силой P , приложенной в точке A . Требуется: 1) построить эпюру напряжений в поперечном сечении; 2) из расчета на прочность найти величину допускаемой силы. Данные взять из табл. 3.1.4.

Таблица 3.1.4

№ строки	Схема по рис. 3.1.6	a	b	c	$[\sigma]^-$	$[\sigma]^+$
		см			МПа	
1	1	10	22	4	110	21
2	2	12	21	5	120	22
3	3	15	20	7	130	23
4	4	16	19	6	140	24
5	5	14	18	8	150	25
6	6	13	17	3	60	26
7	7	11	16	5	70	27
8	8	13	15	6	80	28
9	9	9	14	7	90	29
0	10	10	13	8	100	30
	e	δ	z	v	a	e

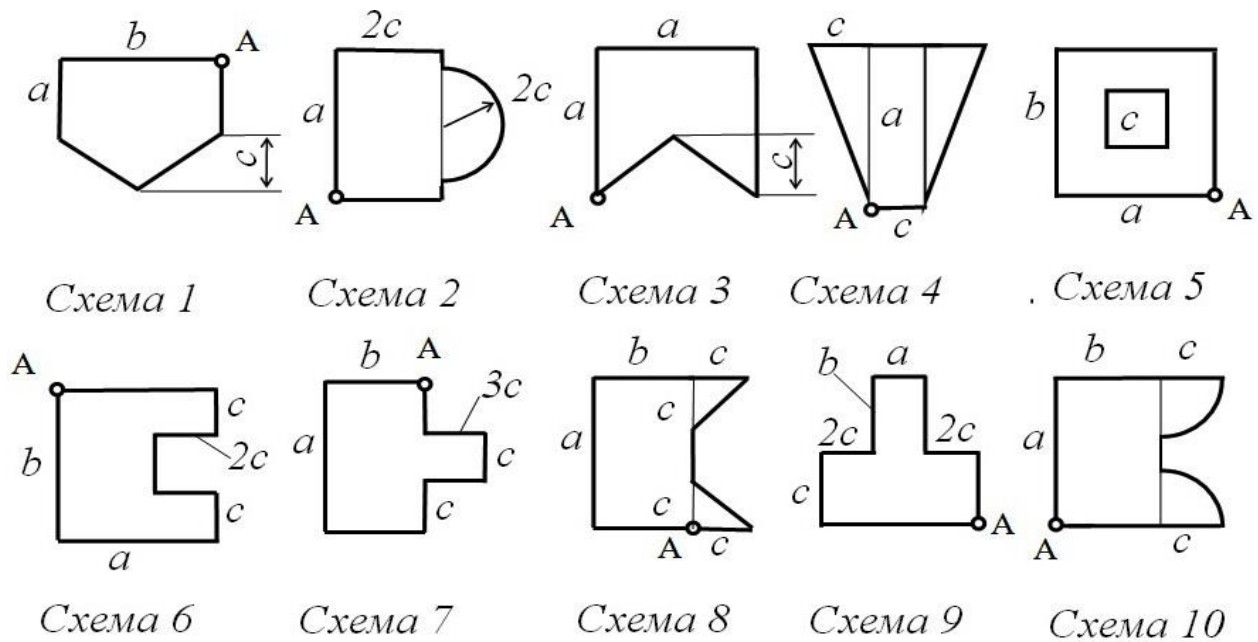


Рисунок 3.1.6

Задача № 5

Стальной стержень длиной сжимается силой P (рис. 3.1.7). Требуется: 1) найти размеры поперечного сечения при допустимом напряжении на простое сжатие $[\sigma]^- = 160$ МПа (расчет производить последовательными приближениями, первое приближение выполнить, задавшись коэффициентом $\varphi = 0,5$); 2) найти критическую силу и коэффициент запаса устойчивости. Данные взять из табл. 3.1.5.

Таблица 3.1.5

№ строки	Схема	l , м	P , кН
1	1	1,5	15
2	2	1,6	70
3	3	1,7	40
4	4	1,8	50
5	5	1,9	60
6	6	2,0	30
7	7	2,1	10
8	8	2,2	100
9	9	2,3	120
0	10	2,5	150
e	d	z	v

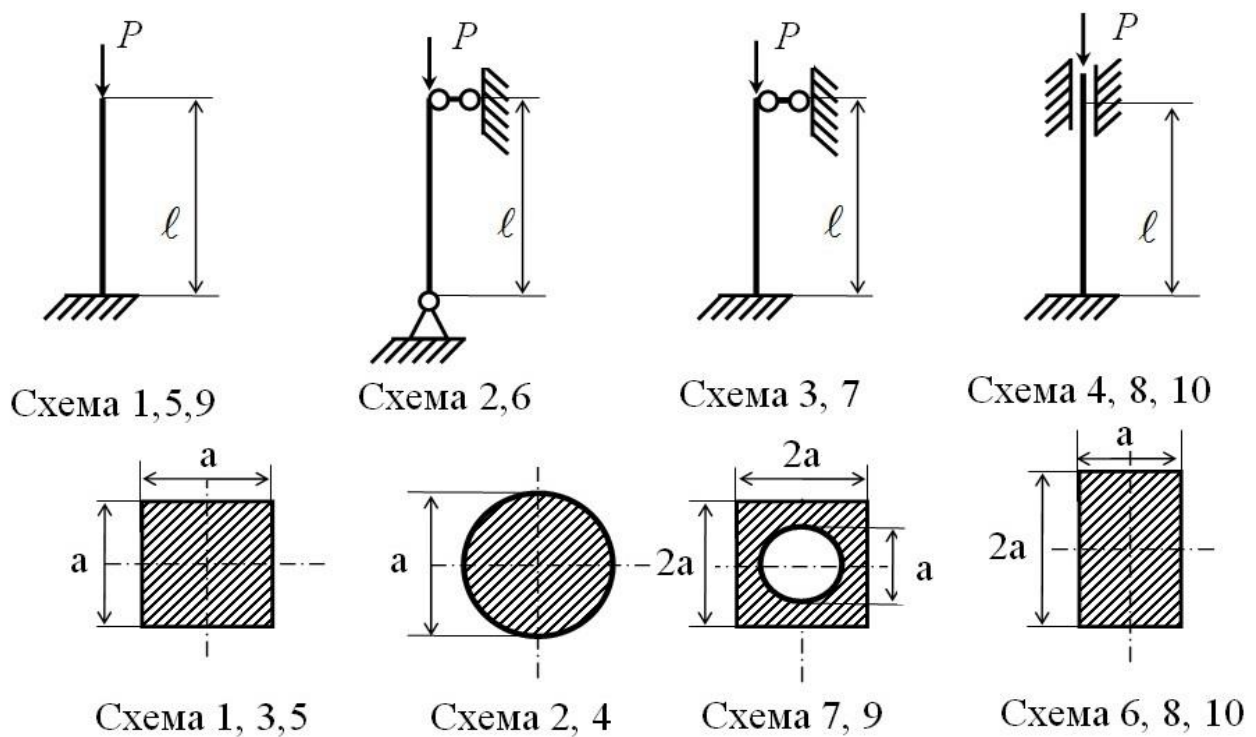


Рисунок 3.1.7

3.2 Примеры оформления отчета по лабораторной работе

Правила оформления лабораторных работ

Каждую лабораторную работу оформляют отдельно на листах формата А4 (210×297 мм) с соблюдением правил ЕСКД черными чернилами или пастой.

***Пример оформления титульного листа отчета
по лабораторной работе***

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Кузбасский государственный технический университет
имени Т. Ф. Горбачева»

Кафедра строительных конструкций,
водоснабжения и водоотведения

Сопротивление материалов

Лабораторная работа № 1

Упругие постоянные материала при растяжении-сжатии

Студент гр. ВВб-161: Иванов И. И.
Преподаватель: Петров П. П.

Кемерово 2018

Общий план оформления лабораторных работ:

- 1) указывают цель данной лабораторной работы;
- 2) приводят список используемого оборудования, приборов и измерительных инструментов;
- 3) излагают кратко общие сведения о свойствах материалов, подлежащих определению, или приводят теоретические формулы и

положения, подвергаемые экспериментальной проверке;

4) показывают наиболее важные для понимания сущности работы рисунки и расчетные схемы;

5) подготавливают протокол испытаний;

6) проводят под руководством учебного мастера или преподавателя испытание материала или лабораторной установки и заносят необходимые данные в протокол испытаний;

7) выполняют обработку экспериментальных данных;

8) проводят необходимые теоретические расчеты;

9) при решении первой основной задачи определяют марку стали или сравнивают полученные характеристики со среднестатистическими данными. При решении второй основной задачи сравнивают между собой опытные и теоретические значения определяемых величин;

10) делают выводы по работе, ориентируясь на поставленную цель.

Вычисление значений физических величин необходимо выполнять, используя Международную систему единиц (СИ).

Цель работы: определение экспериментальным способом упругих постоянных материала – стали ВСтЗсп5: модуля упругости первого рода (модуля продольной упругости, модуля Юнга) и коэффициента Пуассона (коэффициента поперечной деформации).

1. Модуль упругости первого рода (модуль продольной упругости, модуль Юнга)

Модуль упругости первого рода обозначается латинской буквой – « E ».

E – это характеристика жесткости (упругости) материала, показывающая его способность сопротивляться продольному деформированию (растяжению, сжатию) и изгибу. Является константой, применение которой справедливо только в пределах линейных упругих деформаций материала, т. е. в пределах действия закона Гука.

E связывает между собой в формуле закона Гука при растяжении (сжатии) деформации и напряжения $\sigma = E\varepsilon$.

Численные значения E для основных материалов приводятся в справочниках по сопротивлению материалов и справочниках машиностроителя – для стали – $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

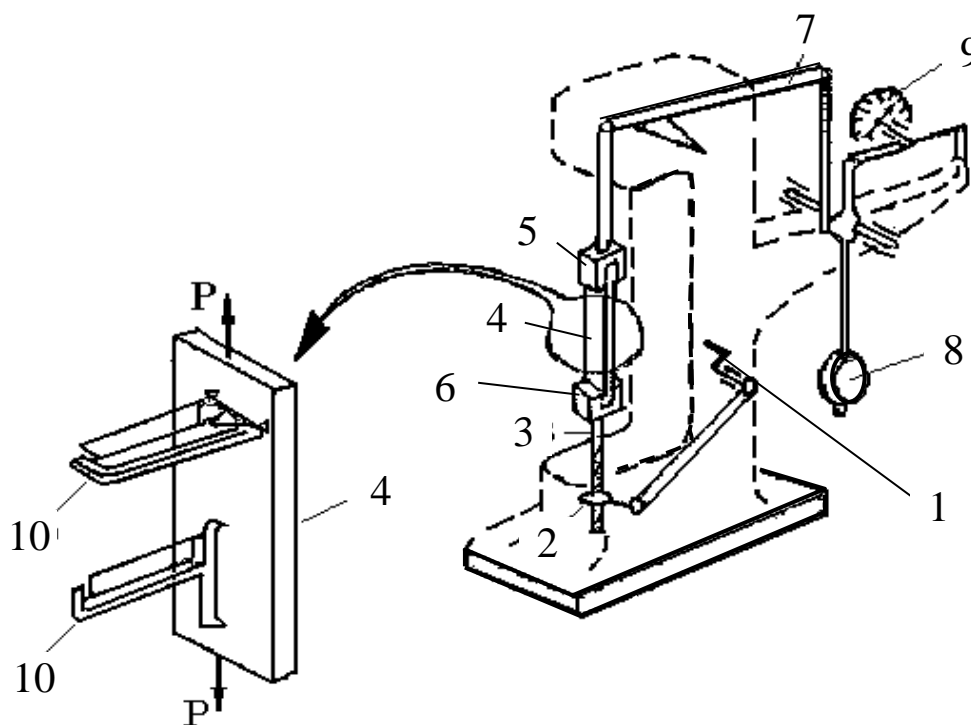
2. Коэффициент Пуассона (коэффициент поперечной деформации)

Коэффициент Пуассона обозначается греческой буквой « μ » (мю), является упругой механической характеристикой материала, определяющей его способность деформироваться в поперечном направлении при продольном приложении нагрузки, и константой для данного материала.

Для большинства материалов численное значение μ приводится в справочниках по сопротивлению материалов и справочниках машиностроителя. Для стали равен $\mu = 0,27 \div 0,31$.

3. Описание испытательного оборудования

В лабораторной работе для растяжения образца используется разрывная машина Р-5 (рис. 3.2.1).



1 – рукоятка; 2 – гайка; 3 – винт; 4 – образец; 5 и 6 – нижний и верхний захваты; 7 – система рычагов; 8 – маятник; 9 – силоизмеритель; 10 – тензометры

Рисунок 3.2.1 – Схема разрывной машины Р-5

Тензометр служит для измерения абсолютных линейных деформаций участка образца, находящегося между опорами тензометра и называемого базой тензометра. Цена деления шкалы тензометра (С) равна 0,001 мм.

В лабораторной работе для повышения точности получаемых

результатов значения E и μ будут определяться по двум участкам испытываемого образца, расположенным на его противоположных гранях.

Приложение к образцу дополнительной нагрузки, равной **ступени нагружения**, должно давать каждый раз одну и ту же величину приращения его длины. Это связано с тем, что растяжение образца в данной лабораторной работе ведется только в пределах упругих свойств материала, в границах действия закона Гука, представляющего собой линейную зависимость между нагрузкой и деформацией. Данное положение позволяет проводить эксперимент многократно, используя в качестве основы постоянную дополнительную нагрузку, равную ступени нагружения – ΔP_i , при равномерном увеличении общей нагрузки.

Для приведения экспериментальной установки в рабочее состояние используется предварительная ступень нагружения – ΔP_0 . Сечение образца прямоугольное (рис. 3.2.2).

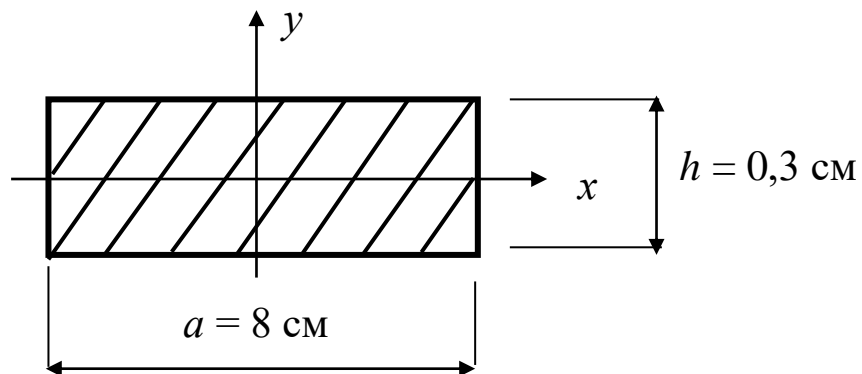


Рисунок 3.2.2 – Сечение испытываемого образца

Площадь сечения образца прямоугольной формы равна

$$F = hb.$$

4. Рабочие формулы для определения модуля упругости первого рода E и коэффициента Пуассона μ

Модуль упругости первого рода определяется из закона Гука:

$$\Delta l = \frac{Nl}{EF} \rightarrow E = \frac{Nl}{\Delta l F} = \frac{\Delta P l_{\text{бт}}}{\Delta l_{\text{бт}} F_{\text{обр}}},$$

где ΔP – приращение силы, прикладываемой к образцу (ступень нагружения), кН; $l_{бт}$ – база продольного тензометра, мм; $\Delta l_{бт}$ – изменение базы продольного тензометра, мм; $F_{обр}$ – площадь сечения образца, мм².

Коэффициент Пуассона определяется по формуле

$$\mu = \left| \frac{\Delta b l}{b \Delta l} \right| = \left| \frac{\Delta b_{бт} l_{бт}}{\Delta l_{бт} b_{бт}} \right|,$$

где $b_{бт}$ – база поперечного тензометра, мм; $\Delta b_{бт}$ – изменение базы поперечного тензометра, мм.

5. Порядок выполнения работы

- 1) $\Delta P_0 = 400$ кг = 4 кН.
- 2) $\Delta P_i = 400$ кг = 4 кН.
- 3) Произвести нагружение образца начальной нагрузкой (0-я ступень) и рабочей нагрузкой (1÷3 рабочие ступени), наблюдая при этом за показаниями тензометров.
- 4) Внести экспериментальные данные в ведомость.

Таблица 3.2.1 – Ведомость экспериментальных данных

№ ступени нагружения	Нагрузка на образец P , кг (кН)	Показания тензометров, дел.							
		продольных				поперечных			
		1		2		3		4	
		λ_1	$\Delta\lambda_1$	λ_2	$\Delta\lambda_2$	λ_3	$\Delta\lambda_3$	λ_4	$\Delta\lambda_4$
0	400 (4)	7	–	26	–	23	–	22	–
1	800 (8)	16	9	34	8	21	–2	20	–2
2	1200 (12)	22	8	42	8	19	–2	18	–2
3	1600 (16)	30	8	46	8	17	–2	16	–2
$\Delta P_i = 400$ (4)		$\Delta\lambda_{\text{прод}}^{\text{ср}} = 8,16$ дел.				$\Delta\lambda_{\text{попер}}^{\text{ср}} = -2$ дел.			

$$\Delta\lambda_{\text{прод}}^{\text{ср}} = \frac{9+8+8+8+8+8}{6} = 8,16 \text{ дел.},$$

$$\Delta\lambda_{\text{попереч}}^{\text{ср}} = \left| \frac{-2-2-2-2-2-2}{6} \right| = 2 \text{ дел.}$$

- 5) Определить средние изменения длины и ширины исследуемых участков образца:

$$\Delta l_{\text{бт}} = \Delta \lambda_{\text{прод}}^{\text{ср}} \times C_{\text{тенз}} = 8,16 \times 0,0001 = 8,16 \times 10^{-4} \text{ см};$$

$$\Delta b_{\text{бт}} = \Delta \lambda_{\text{попер}}^{\text{ср}} \times C_{\text{тенз}} = 2,00 \times 0,0001 = 2,00 \times 10^{-4} \text{ см}.$$

6) Вычислить площадь сечения образца по его размерам (ширина $a = 8$ см, высота $h = 0,3$ см):

$$F_{\text{обр}} = ah = 8 \times 0,3 = 2,4 \text{ см}^2.$$

7) Вычислить модуль продольной упругости

$$E = \frac{\Delta Pl_{\text{бт}}}{\Delta l_{\text{бт}} F_{\text{обр}}} = \frac{4 \times 10}{8,16 \times 10^{-4} \times 2,4} = 2,04 \times 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}.$$

8) Вычислить коэффициент Пуассона

$$\mu = \left| \frac{\Delta b_{\text{бт}} l_{\text{бт}}}{\Delta l_{\text{бт}} b_{\text{бт}}} \right| = \left| \frac{2,00 \times 10^{-4} \times 10}{8,16 \times 10^{-4} \times 8} \right| = 0,31.$$

9) Сравнить теоретические и практические значения

$$p_E = \frac{|n_{\text{теор}}| - |n_{\text{прак}}|}{|n_{\text{теор}}|} 100\% = \frac{2,1 \times 10^4 - 2,04 \times 10^4}{2,04 \times 10^4} \times 100\% \\ = 2,9\% < 5\%.$$

$$p_\mu = \frac{|n_{\text{теор}}| - |n_{\text{прак}}|}{|n_{\text{теор}}|} 100\% = \frac{0,31 - 0,31}{0,31} \times 100\% = 0.$$

Вывод: допускаемые значения расхождений в результатах эксперимента ($< 5\%$) свидетельствуют о том, что изученной методикой можно пользоваться для определения упругих постоянных материала.

3.3 Примеры оформления расчетно-графических работ

Возможные масштабы:

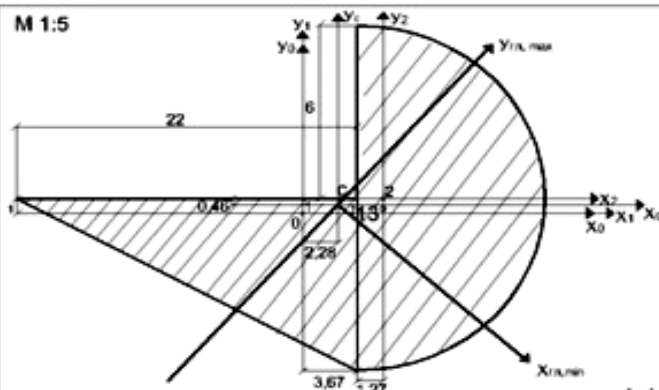
M(1:1, 1:2, 1:3, 2:1, 3:1)

Заполненность > 85%

The diagram shows a rectangular frame for a technical drawing. The overall width is 132 and the height is 20. In the bottom right corner, there is a title block table with a total width of 132. The table is divided into columns with widths 20, 35, 15, 40, and 28. The first column is for the author's name, the second for the checker's name, the third for the date, the fourth for the department, and the fifth for the drawing number. The table is further divided into rows for the author, checker, and department information.

132				
20	35	15	40	28
8	Название РГР			Шифр
7	Чертил	ФИО	Дата	КузГТУ
7	Проверил	ФИО	Подпись	Кафедра СКВиВ
				Группа

M 1:5



1. Геометрические характеристики частей составного сечения.

1). Прямоугольный треугольник:

$b = 22 \text{ см.}; c = 6 \text{ см.}$

$$F_1 = \frac{1}{2} * b * c = \frac{1}{2} * 22 * 6 = 66 \text{ см}^2;$$

$$J_{x1} = \frac{b^3 * c^3}{36} = \frac{22^3 * 6^3}{36} = 132 \text{ см}^4;$$

$$J_{y1} = \frac{c^3 * b^3}{36} = \frac{6^3 * 22^3}{36} = 1774,67 \text{ см}^4;$$

$$J_{x1y1} = -\frac{b^2 * c^2}{24} = \frac{22^2 * 6^2}{24} = -726 \text{ см}^4$$

2). Полукруг $r = 6 \text{ см.}$

$$F_2 = \frac{\pi * d^2}{8} = 0,393 * 12^2 = 56,59 \text{ см}^2;$$

$$J_{x2} = 0,11 * d^4 = 0,11 * 12^4 = 142,56 \text{ см}^4;$$

$$J_{y2} = 0,0246 * 12^4 = 150,1 \text{ см}^4;$$

$$J_{x2y2} = 0 \text{ см}^4 \text{ (для симметричного сечения).}$$

2. Центр тяжести составного сечения.

X_0, Y_0 - вспомогательные оси.

$X_1 = 0 \text{ см.}$

$Y_1 = 0 \text{ см.}$

$X_2 = 3,67 + 1,27 = 4,94 \text{ см.}$

$Y_2 = 1 \text{ см.}$

$X_0 = \frac{F_1 * X_1 + F_2 * X_2}{F_1 + F_2} = \frac{66 * 0 + 56,59 * 4,94}{66 + 56,59} = 2,28 \text{ см.}$

$Y_0 = \frac{F_1 * Y_1 + F_2 * Y_2}{F_1 + F_2} = \frac{66 * 0 + 56,59 * 1}{66 + 56,59} = 0,46 \text{ см}$

3. Осевые моменты инерции составного сечения.

$a_1 = -0,54 \text{ см.}$

$a_2 = 0,46 \text{ см.}$

$b_1 = -2,28 \text{ см.}$

$b_2 = 3,67 - 2,28 + 1,27 = 2,66 \text{ см.}$

$$J_{x0} = J_1 + F_1 * a_1^2 + J_2 + F_2 * a_2^2 =$$

$$= 132 + 66 * (-0,54)^2 + 142,56 + 56,59 * 0,46^2 =$$

$$= -151,25 + 154,53 = 305,78 \text{ см}^4;$$

$$J_{y0} = J_1 + F_1 * b_1^2 + J_2 + F_2 * b_2^2 =$$

$$= 1774,67 + 66 * (-2,28)^2 + 150,1 +$$

$$+ 56,59 * 2,66^2 = 21117,76 + 550,51 =$$

$$= 2668,27 \text{ см}^4.$$

4. Центробежный момент инерции составного сечения.

$$J_{x0y0} = J_{x1y1} + F_1 * a_1 * b_1 + J_{x2y2} + F_2 * a_2 * b_2 =$$

$$= -726 + 66 * (-0,54) * (-2,28) + 0 +$$

$$+ 56,59 * (0,46) * 2,66 = -644,74 + 69,24 =$$

$$= -575,5 \text{ см}^4.$$

5. Положение главных осей инерции составного сечения.

$$\tan 2\alpha = \frac{2 * J_{x0y0}}{J_{x0} - J_{y0}} = \frac{2 * (-575,5)}{305,78 - 2668,27} =$$

$$= \frac{-1151}{-2362,49} = -0,49;$$

$2\alpha = 26,04^\circ;$

$\alpha = 13,02^\circ.$

6. Главные моменты инерции составного сечения.

$$J_{\min} = \frac{J_{x0} + J_{y0}}{2} - \frac{1}{2} * \sqrt{(J_{x0} - J_{y0})^2 + 4 * J_{x0y0}^2};$$

$$J_{\min} = \frac{305,78 + 2668,27}{2} - \frac{1}{2} * \sqrt{(305,78 - 2668,27)^2 +$$

$$+ 4 * (-575,5)^2} = 2801,01 \text{ см}^4;$$

$$J_{\max} = \frac{J_{x0} + J_{y0}}{2} + \frac{1}{2} * \sqrt{(J_{x0} - J_{y0})^2 + 4 * J_{x0y0}^2};$$

$$J_{\max} = \frac{305,78 + 2668,27}{2} + \frac{1}{2} * \sqrt{(305,78 - 2668,27)^2 +$$

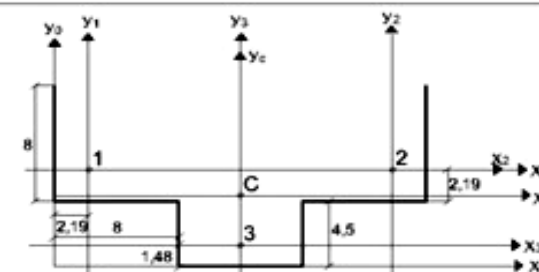
$$+ 4 * (-575,5)^2} = 173,05 \text{ см}^4.$$

7. Проверка:

$$J_{\max} + J_{\min} = J_{x0} + J_{y0};$$

$$2801,01 + 173,05 = 305,78 + 2668,27;$$

$$2974,06 = 2974,06.$$



1. Геометрические характеристики частей составного сечения.

1). Равнобокий уголок: 80x6.

$F_1 = 9,38 \text{ см}^2;$

$J_{x1} = 57 \text{ см}^4;$

$J_{y1} = 57 \text{ см}^4;$

$$J_{x1y1} = \frac{(I_{\max} - I_{\min})}{2} = \frac{90,4 - 23,5}{2} = -33,45 \text{ см}^4$$

2). Равнобокий уголок: 80x6.

$F_2 = 9,38 \text{ см}^2;$

$J_{x2} = 57 \text{ см}^4;$

$J_{y2} = 57 \text{ см}^4;$

$$J_{x2y2} = \frac{(I_{\max} - I_{\min})}{2} = \frac{90,4 - 23,5}{2} = 33,45 \text{ см}^4$$

3). Швеллер №8

$F_3 = 9,91 \text{ см}^2;$

$J_{x3} = 17,8 \text{ см}^4;$

$J_{y3} = 99,9 \text{ см}^4;$

$J_{x3y3} = 0 \text{ см}^4.$

2. Центр тяжести составного сечения.

X_0, Y_0 - вспомогательные оси.

$X_1 = 2,19 \text{ см.}; X_2 = 12 \text{ см.}$

$Y_1 = 6,69 \text{ см.}; Y_2 = 1,48 \text{ см.}$

$X_3 = 21,81 \text{ см.}$

$Y_3 = 6,69 \text{ см.}$

$X_0 = \frac{F_1 * X_1 + F_2 * X_2 + F_3 * X_3}{F_1 + F_2 + F_3} =$

$$= \frac{9,38 * 2,19 + 9,38 * 12 + 9,91 * 21,81}{9,38 + 9,38 + 9,91} = 6 \text{ см.}$$

$Y_0 = \frac{F_1 * Y_1 + F_2 * Y_2 + F_3 * Y_3}{F_1 + F_2 + F_3} =$

$$= \frac{9,38 * 6,69 + 9,38 * 1,48 + 9,91 * 6,69}{9,38 + 9,38 + 9,91} = 4,89 \text{ см.}$$

3. Осевые моменты инерции составного сечения.

$a_1 = 2,58 \text{ см.}$

$a_2 = 2,58 \text{ см.}$

$a_3 = -4,89 \text{ см.}$

$b_1 = -9,81 \text{ см.}$

$b_2 = 9,81 \text{ см.}$

$b_3 = 0 \text{ см.}$

$$J_{x0} = J_1 + F_1 * a_1^2 + J_2 + F_2 * a_2^2 + J_3 +$$

$$+ F_3 * a_3^2 = 57 + 9,38 * (2,58)^2 + 57 +$$

$$+ 9,38 * (2,58)^2 + 17,8 +$$

$$+ 9,91 * (-4,89)^2 = 493,65 \text{ см}^4;$$

$$J_{y0} = J_1 + F_1 * b_1^2 + J_2 + F_2 * b_2^2 + J_3 +$$

$$+ F_3 * b_3^2 = 57 + 9,38 * (-9,81)^2 + 57 +$$

$$+ 9,38 * (9,81)^2 + 99,9 * 0 =$$

$$= 1919,38 \text{ см}^4.$$

4. Центробежный момент инерции составного сечения.

$J_{x1y1} = -33,45 \text{ см}^4;$

$J_{x2y2} = 33,45 \text{ см}^4;$

$J_{x3y3} = 0 \text{ см}^4;$

$J_{x0y0} = J_{x1y1} + F_1 * a_1 * b_1 + J_{x2y2} +$

$F_2 * a_2 * b_2 + J_{x3y3} + F_3 * a_3 * b_3 =$

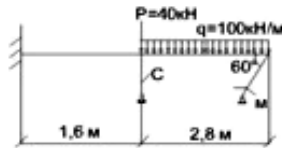
$= -33,45 + (2,58) * (-9,81) * (9,38) +$

$+ 33,45 + (2,58) * (9,81) * (9,38) +$

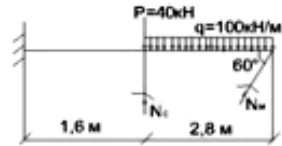
$+ 0 + (-4,89) * 0 = 0 \text{ см}^4, \text{ так как}$

$Y_0 - \text{ось симметрии.}$

Геометрические характеристики составного сечения			А-302
Чертеж	Иванов А. А.		КузТУ
Проверка	Курочкин В.		Кафедра СВМВ
			СД-131



А. Расчет на внешнюю нагрузку.
1. Статика. План сил.

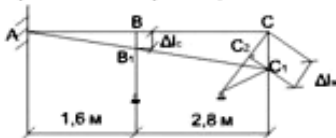


$$-P \cdot 1,6 + N_c \cdot 1,6 - q \cdot 2,8 \cdot (1,6 + 1,4) + N_m \cdot \sin 60^\circ \cdot 4,4 = 0;$$

$$-1,6 \cdot 40 + 1,6 \cdot N_c - 8,4 \cdot 100 + 3,83 \cdot N_m = 0;$$

$$N_c + 2,39 \cdot N_m = 565. \textcircled{1}$$

2. Геометрия. План перемещений.



$\Delta ACC_1 \Delta ABB_1$

$$\sin 60^\circ = \frac{\Delta lc}{CC_1};$$

$$\frac{BB_1}{CC_1} = \frac{AB}{AC} = \frac{a}{a+b};$$

$$CC_1 = \frac{\Delta lm}{\sin 60^\circ};$$

$$\Delta lc = \frac{\Delta lm \cdot \sin 60^\circ}{1,6};$$

$$\Delta lc \cdot 0,87 \cdot 4,4 = \Delta lm \cdot 1,6;$$

$$\Delta lm = \frac{\Delta lc \cdot 0,87 \cdot 4,4}{1,6};$$

$$\Delta lm = 2,4 \cdot \Delta lc. \textcircled{2}$$

3. Физика. Закон Гука.

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot F};$$

$$\Delta lm = \Delta lc \cdot 2,4;$$

$$\frac{N_c \cdot l_c}{E \cdot F_c} = 2,4 \cdot \frac{N_m \cdot l_m}{E \cdot F_m};$$

$$F_c = \frac{F_m}{3};$$

$$\frac{1,9 \cdot N_c}{1 \cdot 10^{-4}} = 2,4 \cdot \frac{1,3 \cdot N_m}{2 \cdot 10^{-4} \cdot 3};$$

$$1,9 \cdot N_c = \frac{2,4 \cdot 1,3 \cdot N_m}{0,6};$$

$$N_m = 2,74 \cdot N_c. \textcircled{3}$$

4. Синтез $\textcircled{1} \rightarrow \textcircled{3}$

$$N_c + 2,39 \cdot N_m = 565;$$

$$N_m = 2,74 \cdot N_c;$$

$$N_c + 2,39 \cdot 2,74 \cdot N_c = 565;$$

$$N_c = 7,55 = 565;$$

$$N_c = 74,83 \text{ кН};$$

$$N_m = 205 \text{ кН}.$$

5. Подбор сечений.

$$F_c \geq \frac{N_c}{\sigma_c} = \frac{74,83 \cdot 10^3}{120} \geq 0,62 \cdot 10^3 \text{ м}^2;$$

$$F_m \geq \frac{N_m}{\sigma_m} = \frac{205 \cdot 10^3}{42} \geq 4,9 \cdot 10^3 \text{ м}^2;$$

$$\frac{F_c}{F_m} = \frac{0,62 \cdot 10^3}{4,9 \cdot 10^3} = \frac{1}{8};$$

$$F_m = \frac{1}{8} \cdot F_c = \frac{4,9 \cdot 10^3}{8} = 1,63 \cdot 10^3 \text{ м}^2;$$

$$F_m = 3 \cdot F_c = 3 \cdot 0,62 \cdot 10^3 \text{ м}^2 \text{ (не подходит).}$$

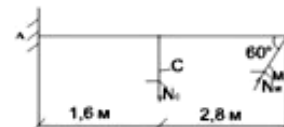
6. Напряжение в стержнях.

$$\sigma_c = \frac{N_c}{F_c} = \frac{74,83}{1,63} = 45,9 \text{ МПа} \quad \text{сжат}; \textcircled{-}$$

$$\sigma_m = \frac{N_m}{F_m} = \frac{205}{4,9} = 41,8 \text{ МПа} \quad \text{сжат}. \textcircled{-}$$

В. Температурный расчет. $\Delta t = 20^\circ$

1. Статика. План сил.



$$m_a = 0;$$

$$-N_c \cdot 1,6 + N_m \cdot \sin 60^\circ \cdot 4,4 = 0;$$

$$N_c \cdot 1,6 = N_m \cdot 0,87 \cdot 4,4;$$

$$N_c = N_m \cdot 3,83;$$

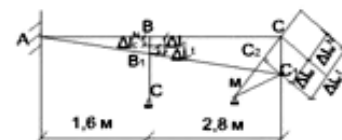
$$N_c = l_m \cdot F_m \cdot 3,83;$$

$$F_m = 3 \cdot F_c;$$

$$l_c \cdot F_c = l_m \cdot 3 \cdot F_c \cdot 3,83;$$

$$l_c = 11,49 \cdot l_m. \textcircled{1}$$

2. Геометрия. План перемещений.



$$\Delta lc = \Delta lc' + \Delta lc''$$

$$\Delta lm = \Delta lm' - \Delta lm''$$

3. Физика. Закон Гука.

$$\Delta lm = 2,4 \cdot \Delta lc;$$

$$\Delta l = \alpha \cdot \Delta t \cdot \Delta l;$$

$$l_m \cdot \alpha \cdot \Delta t - l_c \cdot \alpha \cdot \Delta t = 2,4 \cdot (\alpha \cdot \Delta t \cdot l_c + l_c \cdot \alpha \cdot \Delta t);$$

$$1,65 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 1,9 - l_c \cdot 1,9 \cdot 10^{-6} = 2,4 \cdot (20 \cdot 1,3 \cdot 10^{-6} + l_c \cdot 2,4);$$

$$62,7 - l_c \cdot 1,9 = 78 + l_c \cdot 3,12;$$

$$3,12 \cdot l_c + 1,9 \cdot l_c = -15,3. \textcircled{2}$$

4. Синтез $\textcircled{1} \rightarrow \textcircled{3}$

$$l_c = 11,49 \cdot l_m$$

$$3,12 \cdot l_c + 1,9 \cdot l_c = -15,3$$

$$3,12 \cdot 11,49 \cdot l_m + 1,9 \cdot l_m = -15,3;$$

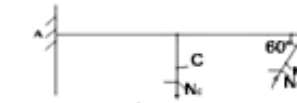
$$37,7 \cdot l_m = -15,3;$$

$$l_m = -0,4 \text{ МПа (не сжат, а растянут)}; \textcircled{+}$$

$$l_c = -4,6 \text{ МПа (не растянут, а сжат)}; \textcircled{-}$$

С. Монтажный расчет. $\Delta = 100 \cdot 10^{-6} \text{ м}$

1. Статика. План сил.



$$m_a = 0;$$

$$l_c = 11,49 \cdot l_m. \textcircled{1}$$

2. Геометрия. План перемещений.



$$\Delta lm = (\Delta - \Delta lc) \cdot 2,4. \textcircled{2}$$

3. Физика. Закон Гука.

$$\Delta l = l_c \cdot \alpha \cdot \Delta;$$

$$l_m \cdot \alpha \cdot \Delta = 2,4 \cdot (\Delta - l_c \cdot \alpha \cdot \Delta);$$

$$l_m \cdot \alpha \cdot \Delta = 2,4 \cdot (\Delta - l_c \cdot \alpha \cdot \Delta);$$

$$1,9 \cdot l_m = 240 - 1,56 \cdot l_c;$$

$$1,9 \cdot l_m + 1,56 \cdot l_c = 240. \textcircled{3}$$

4. Синтез $\textcircled{1} \rightarrow \textcircled{3}$

$$l_c = 11,49 \cdot l_m;$$

$$1,9 \cdot l_m + 1,56 \cdot l_c = 240;$$

$$1,9 \cdot l_m + 1,56 \cdot 11,49 \cdot l_m = 240;$$

$$19,8 \cdot l_m = 240;$$

$$l_m = 12,12 \text{ МПа};$$

$$l_c = 11,49 \cdot 12,12 = 139,2 \text{ МПа};$$

$$l_m = 12,12 \text{ МПа};$$

$$l_c = 139,2 \text{ МПа}.$$

Д. Суммарные напряжения.

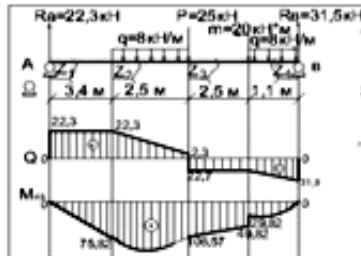
$$\sigma_c = \sigma_c' + \sigma_c'' + \sigma_c''' = -45,9 + (-4,6) + 139,2 =$$

$$= 88,7 \text{ МПа, [I] стержень прочен};$$

$$\sigma_m = \sigma_m' + \sigma_m'' + \sigma_m''' = -41,8 + (-0,4) + 12,12 =$$

$$= -30,08 \text{ МПа, [I] стержень прочен}.$$

Статическое неопределенно-шарнирно-стержневое изделие			А-595
Чертеж	Иванов А.А.	Кузнецов	
Проверка	Климова И.В.	Климова И.В.	Стр-131



1. Опорные реакции.
 $R_a=22,3 \text{ кН}$
 $R_b=31,5 \text{ кН}$
 $R_c=31,5 \text{ кН}$

2. Эюра Q.
 1 унц: $0 \leq Z_1 \leq 3,4 \rightarrow Q_{Z_1}^A = 22,3 \text{ кН}$
 2 унц: $0 \leq Z_2 \leq 2,5 \rightarrow Q_{Z_2}^B = R_a - q \cdot Z_2; Q_{Z_2}^B = 22,3 - 8 \cdot Z_2$
 3 унц: $0 \leq Z_3 \leq 2,5 \rightarrow Q_{Z_3}^C = R_a - q \cdot Z_3 - P = -22,7 \text{ кН}$
 4 унц: $0 \leq Z_4 \leq 1,1 \rightarrow Q_{Z_4}^D = R_a - P + q \cdot Z_4; Q_{Z_4}^D = -1,1 \text{ кН}$

3. Эюра Mиз.
 1 унц: $0 \leq Z_1 \leq 3,4 \rightarrow M_{Z_1}^A = R_a \cdot Z_1; M_{Z_1}^A = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}$
 $M_{Z_1}^A = 75,0 \text{ кН} \cdot \text{м}$
 2 унц: $0 \leq Z_2 \leq 2,5 \rightarrow M_{Z_2}^B = R_a \cdot Z_2 - q \cdot Z_2 \cdot Z_2 / 2$
 $M_{Z_2}^B = 106,57 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_{Z_2}^B = 49,82 \text{ кН} \cdot \text{м}$
 3 унц: $0 \leq Z_3 \leq 2,5 \rightarrow M_{Z_3}^C = R_a \cdot Z_3 - q \cdot Z_3 \cdot Z_3 / 2 - P \cdot Z_3$
 $M_{Z_3}^C = 106,57 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_{Z_3}^C = 49,82 \text{ кН} \cdot \text{м}$
 4 унц: $0 \leq Z_4 \leq 1,1 \rightarrow M_{Z_4}^D = R_a \cdot Z_4 - P \cdot Z_4 + q \cdot Z_4 \cdot Z_4 / 2$
 $M_{Z_4}^D = 1,1 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_{Z_4}^D = 0,6 \text{ кН} \cdot \text{м}$

4. Подбор сечений.
 $W_x = \frac{M_{max}}{\sigma_{allow}} = \frac{106,57}{160} \geq 666 \text{ см}^3$

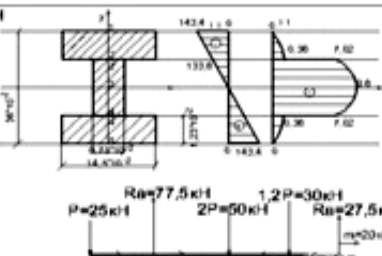
5. Эюра $\tau_{из}$ в сечении, где $M_{из} = 106,57 \text{ кН} \cdot \text{м}$
 $Q = 22,7 \text{ кН}; S_x = 423 \text{ см}^3; J_x = 13380 \text{ см}^4$
 $\tau_{из} = \frac{Q \cdot S_x}{J_x \cdot b} = \frac{22,7 \cdot 423}{13380 \cdot 10} = 0,72 \text{ МПа}$
 $\tau_{из} = 0,72 \text{ МПа}$

1. Опорные реакции.
 $R_a=77,5 \text{ кН}; R_b=27,5 \text{ кН}$

2. Эюра Q.
 1 унц: $0 \leq Z_1 \leq 3,4 \rightarrow Q_{Z_1}^A = 77,5 \text{ кН}$
 2 унц: $0 \leq Z_2 \leq 2,5 \rightarrow Q_{Z_2}^B = 77,5 - 8 \cdot Z_2$
 3 унц: $0 \leq Z_3 \leq 2,5 \rightarrow Q_{Z_3}^C = 77,5 - 8 \cdot Z_3 - 12 \cdot Z_3$
 4 унц: $0 \leq Z_4 \leq 1,1 \rightarrow Q_{Z_4}^D = 77,5 - 8 \cdot Z_4 - 12 \cdot Z_4$

3. Эюра Mиз.
 1 унц: $0 \leq Z_1 \leq 3,4 \rightarrow M_{Z_1}^A = R_a \cdot Z_1; M_{Z_1}^A = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}$
 $M_{Z_1}^A = 266,75 \text{ кН} \cdot \text{м}$
 2 унц: $0 \leq Z_2 \leq 2,5 \rightarrow M_{Z_2}^B = R_a \cdot Z_2 - q \cdot Z_2 \cdot Z_2 / 2$
 $M_{Z_2}^B = 114,06 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_{Z_2}^B = 49,82 \text{ кН} \cdot \text{м}$
 3 унц: $0 \leq Z_3 \leq 2,5 \rightarrow M_{Z_3}^C = R_a \cdot Z_3 - q \cdot Z_3 \cdot Z_3 / 2 - 12 \cdot Z_3 \cdot Z_3$
 $M_{Z_3}^C = 114,06 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_{Z_3}^C = 49,82 \text{ кН} \cdot \text{м}$
 4 унц: $0 \leq Z_4 \leq 1,1 \rightarrow M_{Z_4}^D = R_a \cdot Z_4 - q \cdot Z_4 \cdot Z_4 / 2 - 12 \cdot Z_4 \cdot Z_4$
 $M_{Z_4}^D = 1,1 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_{Z_4}^D = 0,6 \text{ кН} \cdot \text{м}$

4. Подбор сечений.
 $W_x = \frac{M_{max}}{\sigma_{allow}} = \frac{266,75}{160} \geq 1668 \text{ см}^3$



1. Опорные реакции.
 $R_a=77,5 \text{ кН}$
 $R_b=27,5 \text{ кН}$
 $R_c=27,5 \text{ кН}$

2. Эюра Q.
 1 унц: $0 \leq Z_1 \leq 3,4 \rightarrow Q_{Z_1}^A = 77,5 \text{ кН}$
 2 унц: $0 \leq Z_2 \leq 2,5 \rightarrow Q_{Z_2}^B = 77,5 - 8 \cdot Z_2$
 3 унц: $0 \leq Z_3 \leq 2,5 \rightarrow Q_{Z_3}^C = 77,5 - 8 \cdot Z_3 - 12 \cdot Z_3$
 4 унц: $0 \leq Z_4 \leq 1,1 \rightarrow Q_{Z_4}^D = 77,5 - 8 \cdot Z_4 - 12 \cdot Z_4$

3. Эюра Mиз.
 1 унц: $0 \leq Z_1 \leq 3,4 \rightarrow M_{Z_1}^A = R_a \cdot Z_1; M_{Z_1}^A = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}$
 $M_{Z_1}^A = 266,75 \text{ кН} \cdot \text{м}$
 2 унц: $0 \leq Z_2 \leq 2,5 \rightarrow M_{Z_2}^B = R_a \cdot Z_2 - q \cdot Z_2 \cdot Z_2 / 2$
 $M_{Z_2}^B = 114,06 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_{Z_2}^B = 49,82 \text{ кН} \cdot \text{м}$
 3 унц: $0 \leq Z_3 \leq 2,5 \rightarrow M_{Z_3}^C = R_a \cdot Z_3 - q \cdot Z_3 \cdot Z_3 / 2 - 12 \cdot Z_3 \cdot Z_3$
 $M_{Z_3}^C = 114,06 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_{Z_3}^C = 49,82 \text{ кН} \cdot \text{м}$
 4 унц: $0 \leq Z_4 \leq 1,1 \rightarrow M_{Z_4}^D = R_a \cdot Z_4 - q \cdot Z_4 \cdot Z_4 / 2 - 12 \cdot Z_4 \cdot Z_4$
 $M_{Z_4}^D = 1,1 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_{Z_4}^D = 0,6 \text{ кН} \cdot \text{м}$

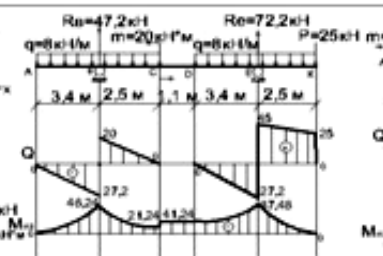
4. Подбор сечений.
 $W_x = \frac{M_{max}}{\sigma_{allow}} = \frac{266,75}{160} \geq 1668 \text{ см}^3$

1. Опорные реакции.
 $R_a=47,2 \text{ кН}; R_b=72,2 \text{ кН}$

2. Эюра Q.
 $Q_A=0 \text{ кН}; Q_B^A=0 \text{ кН}; Q_C^B=-20 \text{ кН}; Q_D^C=-20 \text{ кН}; Q_E^D=-47,2 \text{ кН}; Q_F^E=-47,2 \text{ кН}$

3. Эюра Mиз.
 $M_A=0 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_B^A=-20 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_C^B=-20 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_D^C=-20 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_E^D=-181,24 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_F^E=-299,24 \text{ кН} \cdot \text{м}$

4. Подбор сечений.
 $W_x = \frac{M_{max}}{\sigma_{allow}} = \frac{299,24}{160} \geq 1871 \text{ см}^3$



1. Опорные реакции.
 $R_a=47,2 \text{ кН}$
 $R_b=72,2 \text{ кН}$
 $R_c=47,2 \text{ кН}$

2. Эюра Q.
 $Q_A=0 \text{ кН}; Q_B^A=0 \text{ кН}; Q_C^B=-20 \text{ кН}; Q_D^C=-20 \text{ кН}; Q_E^D=-47,2 \text{ кН}; Q_F^E=-47,2 \text{ кН}$

3. Эюра Mиз.
 $M_A=0 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_B^A=-20 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_C^B=-20 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_D^C=-20 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_E^D=-181,24 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_F^E=-299,24 \text{ кН} \cdot \text{м}$

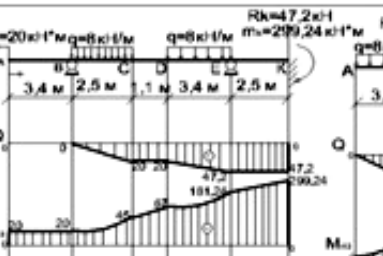
4. Подбор сечений.
 $W_x = \frac{M_{max}}{\sigma_{allow}} = \frac{299,24}{160} \geq 1871 \text{ см}^3$

1. Опорные реакции.
 $R_a=45,7 \text{ кН}; R_b=14,3 \text{ кН}; R_c=46 \text{ кН}$

2. Эюра Q.
 $Q_A=0 \text{ кН}; Q_B^A=0 \text{ кН}; Q_C^B=-8 \cdot 3,4 = -27,2 \text{ кН}; Q_D^C=-27,2 + 45,7 = 18,5 \text{ кН}; Q_E^D=18,5 - 8 \cdot 8 = -46,5 \text{ кН}; Q_F^E=18,5 - 8 \cdot 14,3 = -92,5 \text{ кН}$

3. Эюра Mиз.
 $M_A=0 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_B^A=0 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_C^B=-8 \cdot 3,4 \cdot 1,7 = -46,24 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_D^C=-8 \cdot 3,4 \cdot 4,2 + R_b \cdot 3,4 = -111,6 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_E^D=-8 \cdot 3,4 \cdot 7,6 + R_b \cdot 7,6 + R_c \cdot 3,6 = 15,52 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_F^E=-8 \cdot 3,4 \cdot 11,1 + R_b \cdot 11,1 + R_c \cdot 6,45 = -111,6 \text{ кН} \cdot \text{м}$

4. Подбор сечений.
 $W_x = \frac{M_{max}}{\sigma_{allow}} = \frac{111,6}{160} \geq 697,5 \text{ см}^3$



1. Опорные реакции.
 $R_a=45,7 \text{ кН}$
 $R_b=14,3 \text{ кН}$
 $R_c=46 \text{ кН}$

2. Эюра Q.
 $Q_A=0 \text{ кН}; Q_B^A=0 \text{ кН}; Q_C^B=-8 \cdot 3,4 = -27,2 \text{ кН}; Q_D^C=-27,2 + 45,7 = 18,5 \text{ кН}; Q_E^D=18,5 - 8 \cdot 8 = -46,5 \text{ кН}; Q_F^E=18,5 - 8 \cdot 14,3 = -92,5 \text{ кН}$

3. Эюра Mиз.
 $M_A=0 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_B^A=0 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_C^B=-8 \cdot 3,4 \cdot 1,7 = -46,24 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_D^C=-8 \cdot 3,4 \cdot 4,2 + R_b \cdot 3,4 = -111,6 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_E^D=-8 \cdot 3,4 \cdot 7,6 + R_b \cdot 7,6 + R_c \cdot 3,6 = 15,52 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_F^E=-8 \cdot 3,4 \cdot 11,1 + R_b \cdot 11,1 + R_c \cdot 6,45 = -111,6 \text{ кН} \cdot \text{м}$

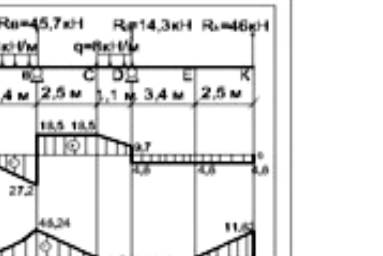
4. Подбор сечений.
 $W_x = \frac{M_{max}}{\sigma_{allow}} = \frac{111,6}{160} \geq 697,5 \text{ см}^3$

1. Опорные реакции.
 $R_a=45,7 \text{ кН}; R_b=14,3 \text{ кН}; R_c=46 \text{ кН}$

2. Эюра Q.
 $Q_A=0 \text{ кН}; Q_B^A=0 \text{ кН}; Q_C^B=-8 \cdot 3,4 = -27,2 \text{ кН}; Q_D^C=-27,2 + 45,7 = 18,5 \text{ кН}; Q_E^D=18,5 - 8 \cdot 8 = -46,5 \text{ кН}; Q_F^E=18,5 - 8 \cdot 14,3 = -92,5 \text{ кН}$

3. Эюра Mиз.
 $M_A=0 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_B^A=0 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_C^B=-8 \cdot 3,4 \cdot 1,7 = -46,24 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_D^C=-8 \cdot 3,4 \cdot 4,2 + R_b \cdot 3,4 = -111,6 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_E^D=-8 \cdot 3,4 \cdot 7,6 + R_b \cdot 7,6 + R_c \cdot 3,6 = 15,52 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_F^E=-8 \cdot 3,4 \cdot 11,1 + R_b \cdot 11,1 + R_c \cdot 6,45 = -111,6 \text{ кН} \cdot \text{м}$

4. Подбор сечений.
 $W_x = \frac{M_{max}}{\sigma_{allow}} = \frac{111,6}{160} \geq 697,5 \text{ см}^3$



1. Опорные реакции.
 $R_a=45,7 \text{ кН}$
 $R_b=14,3 \text{ кН}$
 $R_c=46 \text{ кН}$

2. Эюра Q.
 $Q_A=0 \text{ кН}; Q_B^A=0 \text{ кН}; Q_C^B=-8 \cdot 3,4 = -27,2 \text{ кН}; Q_D^C=-27,2 + 45,7 = 18,5 \text{ кН}; Q_E^D=18,5 - 8 \cdot 8 = -46,5 \text{ кН}; Q_F^E=18,5 - 8 \cdot 14,3 = -92,5 \text{ кН}$

3. Эюра Mиз.
 $M_A=0 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_B^A=0 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_C^B=-8 \cdot 3,4 \cdot 1,7 = -46,24 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_D^C=-8 \cdot 3,4 \cdot 4,2 + R_b \cdot 3,4 = -111,6 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_E^D=-8 \cdot 3,4 \cdot 7,6 + R_b \cdot 7,6 + R_c \cdot 3,6 = 15,52 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_F^E=-8 \cdot 3,4 \cdot 11,1 + R_b \cdot 11,1 + R_c \cdot 6,45 = -111,6 \text{ кН} \cdot \text{м}$

4. Подбор сечений.
 $W_x = \frac{M_{max}}{\sigma_{allow}} = \frac{111,6}{160} \geq 697,5 \text{ см}^3$

1. Опорные реакции.
 $R_a=45,7 \text{ кН}; R_b=14,3 \text{ кН}; R_c=46 \text{ кН}$

2. Эюра Q.
 $Q_A=0 \text{ кН}; Q_B^A=0 \text{ кН}; Q_C^B=-8 \cdot 3,4 = -27,2 \text{ кН}; Q_D^C=-27,2 + 45,7 = 18,5 \text{ кН}; Q_E^D=18,5 - 8 \cdot 8 = -46,5 \text{ кН}; Q_F^E=18,5 - 8 \cdot 14,3 = -92,5 \text{ кН}$

3. Эюра Mиз.
 $M_A=0 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_B^A=0 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_C^B=-8 \cdot 3,4 \cdot 1,7 = -46,24 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_D^C=-8 \cdot 3,4 \cdot 4,2 + R_b \cdot 3,4 = -111,6 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_E^D=-8 \cdot 3,4 \cdot 7,6 + R_b \cdot 7,6 + R_c \cdot 3,6 = 15,52 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_F^E=-8 \cdot 3,4 \cdot 11,1 + R_b \cdot 11,1 + R_c \cdot 6,45 = -111,6 \text{ кН} \cdot \text{м}$

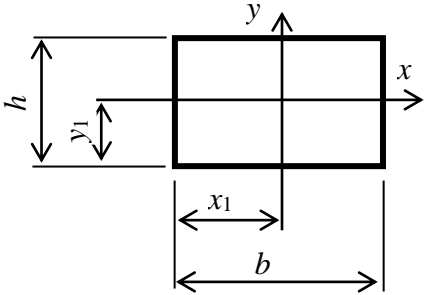
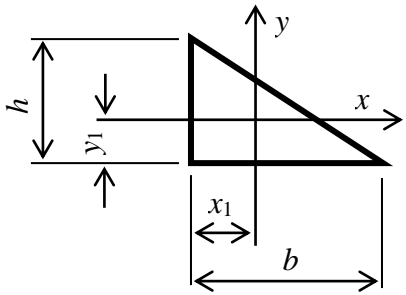
4. Подбор сечений.
 $W_x = \frac{M_{max}}{\sigma_{allow}} = \frac{111,6}{160} \geq 697,5 \text{ см}^3$

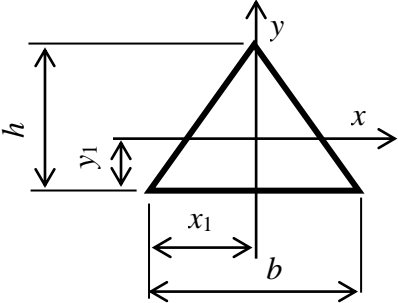
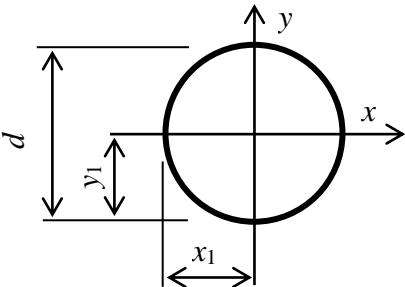
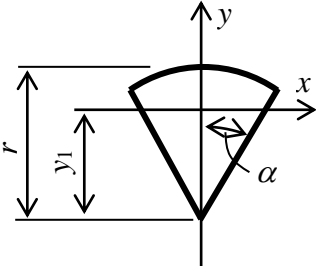
Поперечный срез		А-100	
Число	Исполн. А. А.	Курсы	Курсов
Полосы	Кузнецов В. В.	Кафедра	ОС-0
		Стр. 131	

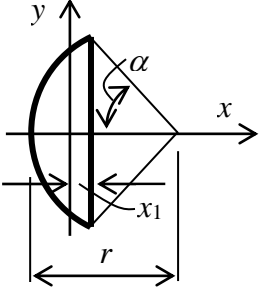
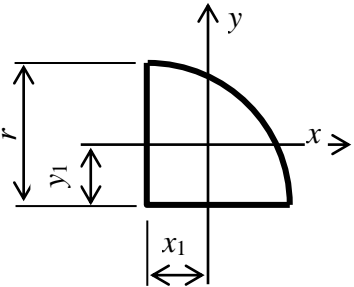
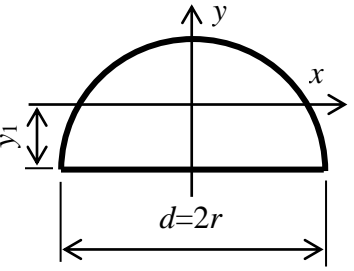
3.4 Справочные данные

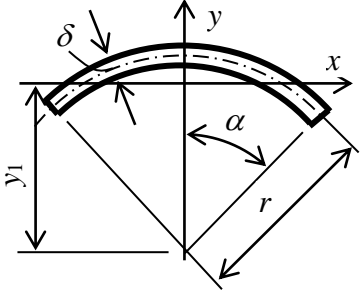
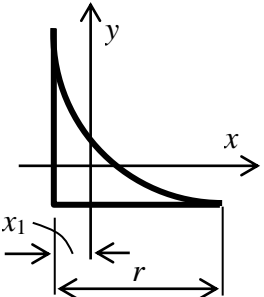
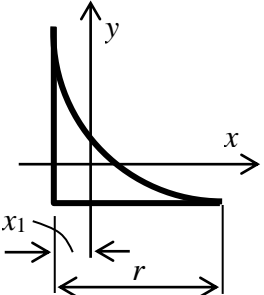
3.4.1 Геометрические характеристики сечений

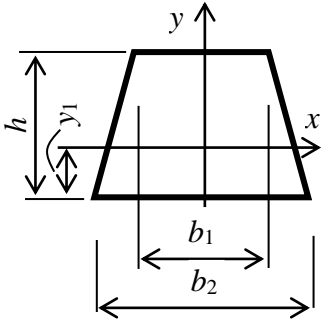
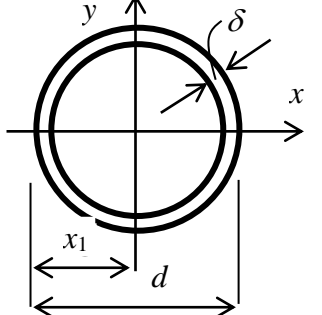
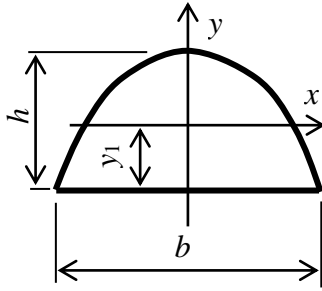
3.4.1.1 Геометрические характеристики простых фигур

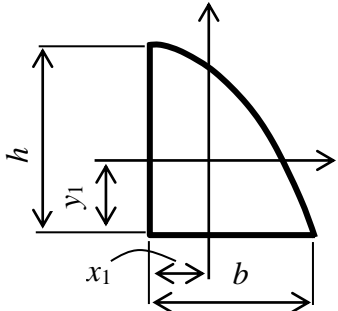
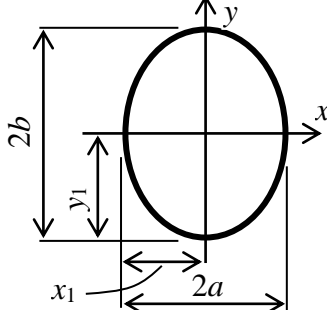
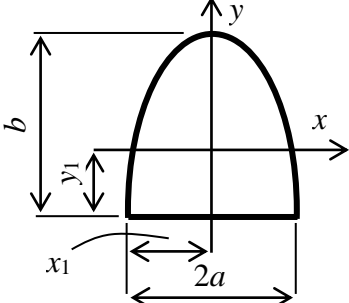
Фигура	Эскиз	Площадь сечения F	Моменты инерции I_x, I_y, I_{xy}	Координаты крайних точек
1	2	3	4	5
Прямоугольник		$F = bh$	$I_x = \frac{bh^3}{12}; \quad I_y = \frac{b^3h}{12}; \quad I_{xy} = 0$	$x_1 = \frac{b}{2}$ $y_1 = \frac{h}{2}$
Прямоугольный треугольник		$F = \frac{bh}{2}$	$I_x = \frac{bh^3}{36}; \quad I_y = \frac{b^3h}{36}; \quad I_{xy} = -\frac{b^2h^2}{72}$	$x_1 = \frac{b}{3}$ $y_1 = \frac{h}{3}$

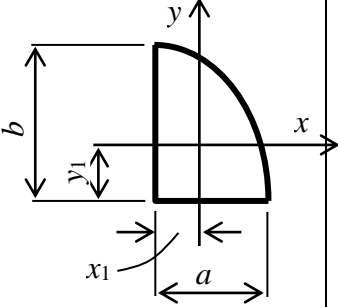
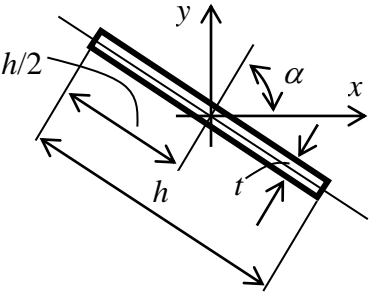
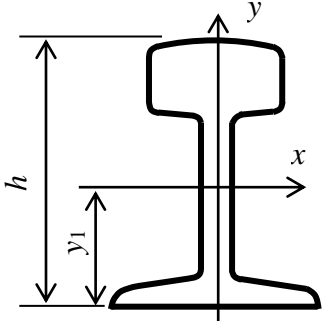
1	2	3	4	5
Равнобедренный треугольник		$F = \frac{bh}{2}$	$I_x = \frac{bh^3}{36}; I_y = \frac{b^3h}{48}; I_{xy} = 0$	$x_1 = \frac{b}{2}$ $y_1 = \frac{h}{3}$
Круг		$F = \frac{\pi d^2}{4}$	$I_x = I_y = \frac{\pi d^4}{64}; I_{xy} = 0$	$x_1 = y_1 = r$
Сектор круга		$F = \alpha r^2$ <p>α – в рад</p>	$I_x = \frac{r^4}{8} \left(2\alpha + \sin 2\alpha - \frac{32 \sin^2 \alpha}{9\alpha} \right);$ $I_y = \frac{r^4}{8} (2\alpha - \sin 2\alpha);$ $I_{xy} = 0$	$y_1 = \frac{2r}{3} \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha}$

1	2	3	4	5
Сегмент круга		$F = \frac{r^2}{2} (2\alpha - \sin 2\alpha)$	$I_x = \frac{r^4}{8} (2\alpha - \sin 2\alpha + 4 \cos \alpha \sin^3 \alpha);$ $I_y = \frac{r^4}{8} (2\alpha - \sin 2\alpha - \frac{4}{3} \cos \alpha \sin^3 \alpha);$ $I_{xy} = 0$	$x_1 = r \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{\sin^3 \alpha}{2\alpha - \sin 2\alpha} - \cos \alpha \right)$
Четверть круга		$F = 0,785r^2$	$I_x = I_y = 0,0549r^4$ $I_{xy} = -0,0165r^4$	$x_1 = y_1 = 0,424r$
Половина круга		$F = 0,393d^2$	$I_x = 0,11r^4;$ $I_y = 0,393r^4;$ $I_{xy} = 0$	$y_1 = 0,424r$

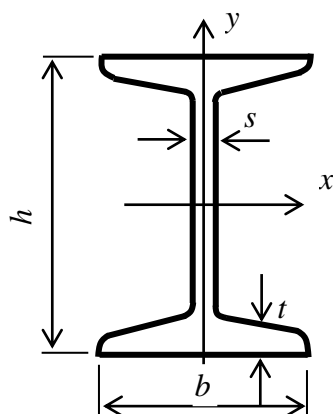
1	2	3	4	5
Сектор тонкост. кольца		$F = 2r\alpha\delta$	$I_x = 0,5\delta r^3(2\alpha + \sin 2\alpha - 4\frac{\sin^2 \alpha}{\alpha});$ $I_y = 0,5\delta r^3(2\alpha - \sin 2\alpha);$ $I_{xy} = 0$	$y_1 = r\frac{\sin \alpha}{\alpha}$
Круговой треугольник		$F = 0,265r^2$	$I_x = I_y = 0,00755r^4;$ $I_{xy} = -0,00755r^4$	$x_1 = 0,223r$
Круговой треугольник		$F = 0,265r^2$	$I_x = I_y = 0,00755r^4;$ $I_{xy} = -0,00755r^4$	$x_1 = 0,223r$

1	2	3	4	5
Равнобедренная трапеция		$F = \frac{h(b_1 + b_2)}{2}$	$I_x = \frac{h^3(6b_1^2 + 6b_1b_0 + b_0^2)}{36(2b_1 + b_0)}$ $I_y = \frac{h(b_2^4 - b_1^4)}{48(b_2 - b_1)}; \text{ при } b_0 = b_2 - b_1$	$y_1 = \frac{h}{3} \cdot \frac{b_2 + 2b_1}{b_2 + b_1}$
Тонкостенное кольцо		$F = \pi\delta d$	$I_x = I_y = \frac{\pi\delta d^3}{8}$ $I_{xy} = 0$	$x_1 = y_1 = 0,5d = r$
Параболический сегмент		$F = \frac{2bh}{3}$	$I_x = \frac{8bh^3}{175}$ $I_y = \frac{hb^3}{30}$ $I_{xy} = 0$	$y_1 = \frac{2h}{5}$

1	2	3	4	5
Параболический полуsegment		$F = \frac{2bh}{3}$	$I_x = \frac{2bh^3}{175}$ $I_y = \frac{19b^3h}{480}$ $I_{xy} = -\frac{b^2h^2}{60}$	$x_1 = \frac{3b}{8}$ $y_1 = \frac{2h}{5}$
Эллипс		$F = \pi ab$	$I_x = \frac{\pi ab^3}{4}$ $I_y = \frac{\pi a^3 b}{4}$ $I_{xy} = 0$	$x_1 = a$ $y_1 = b$
Эллиптический segment		$F = \frac{\pi ab}{2}$	$I_x = 0,090 ab^3;$ $I_y = \frac{\pi a^3 b}{8};$ $I_{xy} = 0$	$x_1 = a;$ $y_1 = 0,424b$

1	2	3	4	5
Четверть эллипса		$F = \frac{\pi ab}{4}$	$I_x = 0,0549ab^3;$ $I_y = 0,0549a^3b;$ $I_{xy} = -0,0165a^2b^2$	$x_1 = 0,424a;$ $y_1 = 0,424b$
Тонкая полоса ($t < 0,1h$)		$F = ht$	$I_x = \frac{th^3}{12} \cos^2 \alpha;$ $I_y = \frac{th^3}{12} \sin^2 \alpha;$ $I_{xy} = -\frac{th^3}{24} \sin 2\alpha$	
Рельс железнодорож. (приближенно)		$F \approx 0,238h^2$	$I_x \approx 0,032h^4$	$y_1 \approx 0,5h$

3.4.1.2 Двутавры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8239-89)

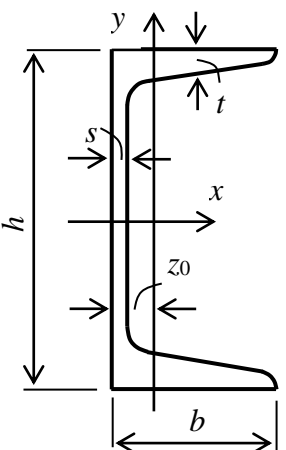


h – высота двутавра;
 b – ширина полки;
 s – толщина стенки;
 t – средняя толщина полки;
 I – момент инерции;

W – момент сопротивления;
 S – статический момент
 половины сечения;
 F – площадь поперечного
 сечения.

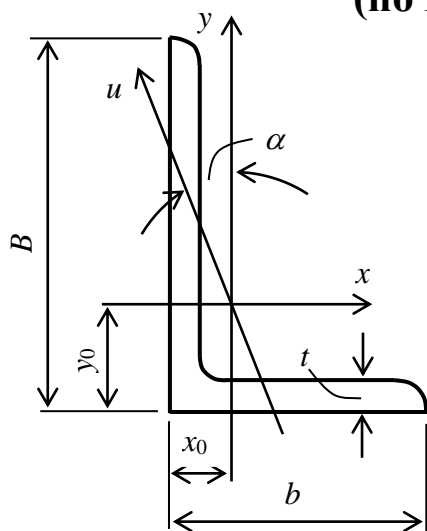
Номер	Размеры, мм				F , см ²	I_x , см ⁴	W_x , см ³	S_x , см ³	I_y , см ⁴	W_y , см ³
	h	b	s	t						
1	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	23	17,9	6,49
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	33,7	27,9	8,72
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	46,8	41,9	11,5
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	62,3	58,6	14,5
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	81,4	82,6	18,4
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	104	115	23,1
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	131	157	28,6
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	163	198	34,5
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	210	260	41,5
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	268	337	49,9
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	339	419	59,9
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	423	516	71,1
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	545	667	86,1
45	450	160	9,0	14,2	84,7	27696	1231	708	808	101
50	500	170	10,0	15,2	100,0	39727	1589	919	1043	123
55	550	180	11,0	16,5	118,0	55962	2035	1181	1356	151
60	600	190	12,0	17,8	138,0	76806	2560	1491	1725	182

3.4.1.3 Швеллеры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8240-97)

	<p>h – высота швеллера; b – ширина полки; s – толщина стенки; t – средняя толщина полки; F – площадь сечения; W – момент сопротивления сечения при изгибе;</p>	<p>S – статический момент половины сечения; z_0 – расстояние от центра тяжести до наружной грани стенки; I – момент инерции</p>
---	---	--

Номер швеллера	Размеры, мм				F , см ²	I_x , см ⁴	W_x , см ³	S_x , см ³	I_y , см ⁴	W_y , см ³	z_0 , см
	h	b	s	t							
5	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,1	5,59	5,61	2,75	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	9,00	8,70	3,68	1,24
8	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	23,30	12,80	4,75	1,31
10	100	46	4,5	7,6	10,90	174,0	34,8	20,40	20,40	6,46	1,44
12	120	52	4,8	7,8	13,30	304,0	50,6	29,60	31,20	8,52	1,54
14	140	58	4,9	8,1	15,60	491,0	70,2	40,80	45,40	11,00	1,67
16	160	64	5,0	8,4	18,10	747,0	93,4	54,10	63,30	13,80	1,80
16a	160	68	5,0	9,0	19,50	823,0	103,0	59,40	78,80	16,40	2,00
18	180	70	5,1	8,7	20,70	1090,0	121,0	69,80	86,00	17,00	1,94
18a	180	74	5,1	9,3	22,20	1190,0	132,0	76,10	105,00	20,00	2,13
20	200	76	5,2	9,0	23,40	1520,0	152,0	87,80	113,00	20,50	2,07
22	220	82	5,4	9,5	26,70	2110,0	192,0	110,00	151,00	25,10	2,21
24	240	90	5,6	10,0	30,60	2900,0	242,0	139,00	208,00	31,60	2,42
27	270	95	6,0	10,5	35,20	4160,0	308,0	178,00	262,00	37,30	2,47
30	300	100	6,5	11,0	40,50	5810,0	387,0	224,00	327,00	43,60	2,52
33	330	105	7,0	11,7	46,50	7980,0	484,0	281,00	410,00	51,80	2,59
36	360	110	7,5	12,6	53,40	10820,0	601,0	350,00	513,00	61,70	2,68
40	400	115	8,0	13,5	61,50	15220,0	761,0	444,00	642,00	73,40	2,75

3.4.1.4 Уголки стальные горячекатаные неравнополочные (по ГОСТ 8510-86)



B – ширина большой полки;
 b – ширина малой полки;
 t – толщина полок;
 F – площадь сечения;
 I – момент инерции;
 x_0, y_0 – расстояния от центра тяжести до наружных граней полок

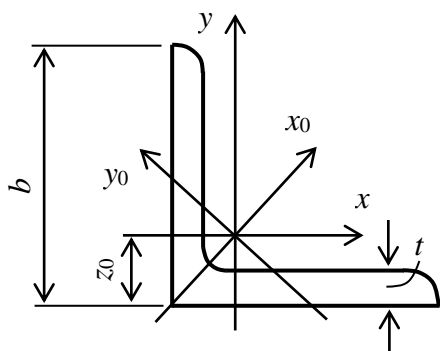
Номер уголка	Размеры, мм			$F, \text{см}^2$	$I_x, \text{см}^4$	$I_y, \text{см}^4$	$I_{u, \min}, \text{см}^4$	$ I_{xy} , \text{см}^4$	$x_0, \text{см}$	$y_0, \text{см}$	$tg \alpha$
	B	b	t								
2,5/1,6	25	16	3	1,16	0,70	0,22	0,13	0,22	0,42	0,86	0,392
3/2	30	20	3	1,43	1,27	0,45	0,26	0,43	0,51	1,00	0,427
			4	1,86	1,61	0,56	0,34	0,54	0,54	1,04	0,421
3,2/2	32	20	3	1,49	1,52	0,46	0,28	0,47	0,49	1,08	0,382
			4	1,94	1,93	0,57	0,35	0,59	0,53	1,12	0,374
4/2,5	40	25	3	1,89	3,06	0,93	0,56	0,96	0,59	1,32	0,385
			4	2,47	3,93	1,18	0,71	1,22	0,63	1,37	0,281
			5	3,03	4,73	1,41	0,86	1,44	0,66	1,41	0,374
4/3	40	30	4	2,67	4,18	2,01	1,09	1,68	0,78	1,28	0,544
			5	3,28	5,04	2,41	1,33	2,00	0,82	1,32	0,539
4,5/2,8	45	28	3	2,14	4,41	1,32	0,72	1,38	0,64	1,47	0,382
			4	2,80	5,68	1,69	1,02	1,77	0,68	1,51	0,379
5/3,2	50	32	3	2,42	6,18	1,99	1,18	2,01	0,72	1,60	0,469
			4	3,17	7,98	2,56	1,52	2,59	0,76	1,65	0,401
5,6/3,6	56	36	4	3,58	11,37	3,79	2,19	3,74	0,84	1,82	0,406
			5	4,41	13,82	4,48	2,65	4,50	0,88	1,87	0,404
6,3/4,0	63	40	4	4,04	16,33	5,16	3,07	5,25	0,91	2,03	0,397
			5	4,98	19,91	6,26	3,73	6,41	0,95	2,08	0,396
			6	5,90	23,31	7,29	4,36	7,44	0,99	2,12	0,393
			8	7,68	29,60	9,15	5,58	9,27	1,07	2,20	0,386
6,5/5	65	50	5	5,56	22,41	12,08	6,41	9,77	1,26	2,00	0,576
			6	6,60	27,46	14,12	7,52	11,46	1,30	2,04	0,575
			7	7,62	31,32	16,05	8,68	12,94	1,34	2,08	0,571
			8	8,62	35,00	18,88	9,65	13,61	1,37	2,12	0,570
7/4,5	70	45	5	5,59	27,76	9,05	5,34	9,12	1,05	2,28	0,406

Окончание 3.4.1.4

Номер уголка	Размеры, мм			$F, \text{см}^2$	$I_x, \text{см}^4$	$I_y, \text{см}^4$	$I_{u,\min}, \text{см}^4$	$ I_{xy} , \text{см}^4$	$x_0, \text{см}$	$y_0, \text{см}$	$tg\alpha$
	B	b	t								
7,5/5	75	50	5	6,11	34,81	12,47	7,24	12,00	1,17	2,39	0,436
			6	7,25	40,92	14,60	8,48	14,10	1,21	2,44	0,435
			7	8,37	46,77	16,61	9,69	16,18	1,25	2,48	0,435
			8	9,47	52,38	18,52	10,87	17,80	1,29	2,52	0,430
8/5	80	50	5	6,36	41,64	12,68	7,57	13,20	1,13	2,60	0,387
			6	7,55	48,98	14,85	8,88	15,50	1,17	2,65	0,386
8/6	80	60	6	8,15	52,06	25,18	13,61	20,98	1,49	2,47	0,547
			7	9,42	59,61	28,74	15,58	24,01	1,53	2,52	0,546
			8	10,67	66,88	32,15	17,49	26,83	1,57	2,56	0,544
9/5,6	90	56	5,5	7,86	65,28	19,67	11,77	20,54	1,26	2,92	0,384
			6	8,54	70,58	21,22	12,70	22,23	1,28	2,95	0,384
			8	11,18	90,87	27,08	16,29	28,33	1,36	3,04	0,380
10/6,3	100	63	6	9,58	98,29	30,58	18,20	31,50	1,42	3,23	0,393
			7	11,09	112,86	34,99	20,83	36,10	1,46	3,28	0,392
			8	12,57	126,96	39,21	23,38	40,50	1,50	3,32	0,391
			10	15,47	153,95	47,18	28,34	48,60	1,58	3,40	0,387
10/6,5	100	65	7	11,23	114,05	38,32	22,77	38,00	1,52	3,24	0,415
			8	12,73	128,31	42,96	25,24	42,64	1,56	3,28	0,414
			10	15,67	155,52	51,68	30,60	51,18	1,64	3,37	0,410
11/7	110	70	6,5	11,45	142,42	45,61	26,94	46,80	1,58	3,55	0,402
			8	13,93	171,54	54,64	32,31	55,90	1,64	3,61	0,400
12,5/8	125	80	7	14,06	226,53	73,73	43,40	74,70	1,80	4,01	0,407
			8	15,98	225,62	80,95	48,82	84,10	1,84	4,05	0,406
			10	19,70	311,61	100,47	59,33	102,00	1,92	4,14	0,404
			12	23,36	364,79	116,84	69,47	118,00	2,00	4,22	0,400
14/9	140	90	8	18,00	363,68	119,79	70,27	121,00	2,03	4,49	0,411
			10	22,24	444,45	145,54	85,51	147,00	2,12	4,58	0,409
16/10	160	100	9	22,87	605,97	186,03	110,40	194,00	2,24	5,19	0,391
			10	25,28	666,59	204,09	121,16	213,00	2,28	5,23	0,390
			12	30,04	784,22	238,75	142,14	249,00	2,36	5,32	0,388
			14	34,72	897,19	271,60	162,49	282,00	2,43	5,40	0,385
18/11	180	110	10	28,33	952,28	276,37	165,44	295,00	2,44	5,88	0,376
			12	33,69	1122,56	324,09	194,28	348,00	2,52	5,97	0,374
20/12,5	200	125	11	34,87	1449,02	446,36	263,84	465,00	2,79	6,50	0,392
			12	37,89	1568,19	481,93	285,04	503,00	2,83	6,54	0,392
			14	43,87	1800,83	550,77	326,54	575,00	2,91	6,62	0,390
			16	49,77	2026,08	616,66	366,99	643,00	2,99	6,71	0,388

3.4.1.5 Уголки стальные горячекатаные равнополочные

(по ГОСТ 8509-93)



b – ширина полок;
 t – толщина полок;
 F – площадь поперечного сечения;
 I – момент инерции;
 I_{xy} – центробежный момент инерции;
 z_0 – расстояние от центра тяжести до наружной грани полки

Номер уголка	Размеры, мм		F , см ²	I_x , см ⁴	$I_{x0, \max}$, см ⁴	$I_{y0, \min}$, см ⁴	$ I_{xy} $, см ⁴	z_0 , см
	b	t						
2	20	3	1,13	0,40	0,63	0,17	0,23	0,60
		4	1,46	0,50	0,78	0,22	0,28	0,64
2,5	25	3	1,43	0,81	1,29	0,34	0,47	0,73
		4	1,86	1,03	1,62	0,44	0,59	0,76
2,8	28	3	1,62	1,16	1,84	0,48	0,68	0,80
3	30	3	1,74	1,45	2,30	0,60	0,85	0,85
		4	2,27	1,84	2,92	0,77	1,08	0,89
3,2	32	3	1,86	1,77	2,80	0,74	1,03	0,89
		4	2,43	2,26	3,58	0,94	1,32	0,94
3,5	35	3	2,04	2,35	3,72	0,97	1,37	0,97
		4	2,67	3,01	4,76	1,25	1,75	1,01
		5	3,28	3,61	5,71	1,52	2,10	1,05
4	40	3	2,35	3,55	5,63	1,47	2,08	1,09
		4	3,08	4,58	7,26	1,90	2,68	1,13
		5	3,79	5,53	8,75	2,30	3,22	1,17
4,5	45	3	2,65	5,13	8,13	2,12	3,00	1,21
		4	3,48	6,63	10,52	2,74	3,89	1,26
		5	4,29	8,03	12,74	3,33	4,71	1,30
5	50	3	2,96	7,11	11,27	2,95	4,16	1,33
		4	3,89	9,21	14,63	3,80	5,42	1,38
		5	4,80	11,20	17,77	4,63	6,57	1,42
		6	5,69	13,07	20,72	5,43	7,65	1,46
5,6	56	4	4,38	13,10	20,79	5,41	7,69	1,52
		5	5,41	15,97	25,36	6,59	9,41	1,57
6,3	63	4	4,96	18,86	29,90	7,81	11,00	1,69
		5	6,13	23,10	36,80	9,52	13,70	1,74
		6	7,28	27,06	42,91	11,18	15,90	1,78
7	70	4,5	6,20	29,04	465,03	12,04	17,00	1,88
		5	6,86	31,94	50,67	13,22	18,70	1,90
		6	8,15	37,58	59,64	15,52	22,10	1,94
		7	9,42	42,98	68,19	17,77	25,20	1,99
		8	10,67	48,16	76,35	19,97	28,20	2,02

Окончание 3.4.1.5

Номер уголка	Размеры, мм		F , см ²	I_x , см ⁴	$I_{x0, \max}$, см ⁴	$I_{y0, \min}$, см ⁴	$ I_{xy} $, см ⁴	z_0 , см
	b	t						
7,5	75	5	7,39	39,53	62,65	16,41	23,10	2,02
		6	8,78	46,57	73,87	19,28	27,30	2,06
		7	10,15	53,34	84,61	22,07	31,20	2,10
		8	11,50	59,84	94,89	24,80	35,00	2,15
		9	12,83	66,10	104,72	27,48	38,60	2,18
8	80	5,5	8,63	52,68	82,56	21,80	30,90	2,17
		6	9,38	56,97	90,40	23,54	33,40	2,19
		7	10,85	65,31	103,60	26,97	38,30	2,23
		8	12,30	73,36	116,39	30,32	43,00	2,27
9	90	6	10,61	82,10	130,00	33,97	48,10	2,43
		7	12,28	94,30	149,67	38,94	55,40	2,47
		8	13,93	16,36	168,42	43,80	62,30	2,51
10	100	6,5	12,82	122,10	193,46	50,73	71,40	2,68
		7	13,75	130,59	207,01	54,16	76,40	2,71
		8	15,60	147,19	233,46	60,92	86,30	2,75
		10	19,24	178,95	283,83	74,08	110,00	2,83
		12	22,80	208,90	330,95	86,84	122,00	2,91
11	110	14	26,28	237,15	374,98	99,32	138,00	2,99
		7	15,15	175,61	278,54	72,68	106,00	2,96
12,5	125	8	17,20	198,17	314,51	81,83	116,00	3,00
		8	19,69	294,36	466,76	121,98	172,00	3,36
		9	22,00	327,48	520,00	135,88	192,00	3,40
		10	24,33	359,82	571,04	148,59	211,00	3,45
		12	28,89	422,23	670,02	174,43	248,00	3,53
		14	33,37	481,76	763,90	199,62	282,00	3,61
14	140	16	37,77	538,56	852,84	224,29	315,00	3,68
		9	24,72	465,72	739,42	192,03	274,00	3,76
		10	27,33	512,29	813,62	210,96	301,00	3,82
16	160	12	32,49	602,49	956,98	248,01	354,00	3,90
		10	31,43	774,24	1229,10	319,33	455,00	4,30
		11	34,42	844,21	1340,06	347,77	496,00	4,35
18	180	12	37,39	912,89	1450,00	375,78	537,00	4,39
		11	38,80	1216,44	1933,10	499,78	716,00	4,85
20	200	12	42,19	1316,62	2092,78	540,45	776,00	4,89
		12	47,10	1822,78	2896,16	749,40	1073,00	5,37
		13	50,85	1960,77	3116,18	805,35	1156,00	5,42
		14	54,60	2097,00	3333,00	861,00	1236,00	5,46
22	220	16	61,98	2362,57	4860,42	969,74	1393,00	5,54
		14	160,38	2814,36	4470,15	1158,56	1655,00	5,91
25	250	16	68,58	3175,44	5045,37	1305,52	1869,00	6,02
		16	78,40	4717,10	7492,10	1942,09	2775,00	6,75
		18	87,72	5247,24	8336,69	2157,78	3089,00	6,83
		20	96,96	5764,87	9159,73	2370,01	3395,00	6,91
		22	106,12	6270,32	9961,30	2579,04	3691,00	7,00
		25	119,71	7006,39	11125,52	2887,26	4119,00	7,11

3.4.2 Механические характеристики основных конструкционных материалов

Материал (в соответствии с ГОСТ)	Удельный вес γ , кН/м ³	Модуль упругости $E \times 10^{-3}$, МПа	Коэффициент Пуассона μ	Предел пропорциональности $\sigma_{пц}$, МПа	Предел текучести $\sigma_{т}$, МПа	Предел прочности $\sigma_{в}$, МПа	Коэффициент линейного расширения $\alpha \times 10^6$, 1/град
1	2	3	4	5	6	7	8
Углерод. стали обыкн. кач. (ГОСТ 380-60)							
Ст1	78	2,0–2,1	0,24–0,28	–	180	320–400	10–13
Ст2	78	2,0–2,1	0,24–0,28	–	190–220	340–420	10–13
Ст3	78	2,0–2,1	0,24–0,28	210	210–240	360–410	10–13
Ст4	78	2,0–2,1	0,24–0,28	–	240–260	420–520	10–13
Ст5	78	2,0–2,1	0,24–0,28	–	260–280	500–620	10–13
Сталь спец. назначения (ГОСТ 6713-53) Ст3 мостовая	78	2,0–2,1	0,24–0,28		240	380	10–13
Стали качественные (ГОСТ 1050-60)							
10	78,3	1,9	0,24–0,28		210	340–420	11,6–14,6
20	78,2	2,02	0,24–0,28		250	420–500	11,1–14,4
30	78,2	2,02	0,24–0,28		300	500–600	12,6–15,6
40	78,1	2,135	0,24–0,28		340	580–700	12,4–14,6
Легированные стали (ГОСТ 5058-65)							
15ХСНД	78	2,1	0,24–0,28		390–420	640–660	10–13
40Х	78	2,185	0,24–0,28		650–900	730–1050	13,4–14,8
30ХГСА	78	1,98	0,24–0,28		850–1500	1100–1700	11,0

1	2	3	4	5	6	7	8
Серые чугуны (ГОСТ 1412-54)							
СЧ 12	68–71	0,8–1,5	0,23–0,27		–	(+)120,(–)500	10–12
СЧ 18	70–72	0,8–1,5	0,23–0,27		–	(+)180,(–)700	10–12
СЧ 21	72–73	0,85	0,23–0,27		0,75 σ_B	(+)210,(–)950	10–12
СЧ 32	73–74	1,3	0,23–0,27		0,85 σ_B	(+)320,(–)1200	10–12
Алюмин. деформ. сплавы							
Амг2М (магналин)	26,7	0,71	0,3		80	190	23,8
Амг6М (магналин)	26,4	0,71	0,3		150	300	24,7
Д16П (дюралюмин)	27,8	0,71	0,31		290	440	22,7
Медь и медные сплавы							
медь техническая		1,0–1,1	0,31–0,34		60–80	220	16,7
Л68 (латунь мягкая ГОСТ1019-47)	86	1,1	0,36		91	320	19
Л68 (латунь твердая -«-)	86	1,15	0,36		520	660	19
БрА5 (бронза мягкая ГОСТ 493-54)	82	1,0	0,32–0,36		160	380	15,6
Свинец (ГОСТ 3778-65)	113,4	0,15–0,18	0,42			15–18	
Цинк (ГОСТ 3640-47)	71,3	0,53	0,27			64	
Никель (ГОСТ 849-56) тверд. состояние	89	1,8–2,27	0,23	122–260		500–1000	28
Титан ВТ1		1,121	0,32			610	39,7
Стеклопластик (ГОСТ 100087-62)	45	0,18–0,22	0,04–0,63		5–10	(+)330,	13,3–16,3
Текстолиты (ГОСТ 5-52)	14–18,5	0,04–0,10			10	(–)200	8
Оргстекло (ГОСТ 10667-65)	13–14,5	0,03–0,041			280–900	(+)78,	0,45–8,3
Стекло (ГОСТ 10135-62)	11,8-12	0,78–0,85	0,18–0,32		470	(–)190	0,45–8,3
Лед	22-80	0,1				(+)80, (–)95	3,3–4,1
Песчаник	10,0	0,18			78	(+)60, (–)1200	46–120
Кладка из кирпича	25–28	0,027				(+)2, (–)15–40	0,5–15
Бетон классов В5-В15	25–28	0,14–0,24	0,16–0,18			(+)0,4, (–)3–9	50,7
Дерево (15% влажности)	25					(–)5–48	
сосна обыкновенная	4,8–5,4	0,10–0,15	0,49	(//)61		(//)–(+100, (–)45	4–7
ель обыкновенная	4,6	0,11	0,44	(//)56		(//)–(+110, (–)40	10–14
береза обыкновенная	6,4–7,3	0,15–0,18	0,41	(//)34		(//)–(+180, (–)48	
дуб	7,6	0,07–0,15	0,43	(//)45		(//)–(+116, (–)40	

Примечание: специальные знаки обозначают- (+) – растяжение; (–) – сжатие; (//) – нагружение вдоль волокон

3.4.3 Справочные данные для расчета балок

3.4.3.1 Значения фундаментальных функций А. Н. Крылова

ζ	$V_1(\zeta)$	$V_2(\zeta)$	$V_3(\zeta)$	$V_4(\zeta)$	ζ	$V_1(\zeta)$	$V_2(\zeta)$	$V_3(\zeta)$	$V_4(\zeta)$
0,0	1	0	0	0	2,4	-4,0976	-0,1386	1,8461	1,9461
0,1	1,0000	0,1000	0,0050	0,00015	2,5	-4,9128	-0,5885	1,8105	2,1293
0,2	0,9997	0,2000	0,0200	0,0014	2,6	-5,8003	-1,1236	1,7256	2,3065
0,3	0,9987	0,2999	0,0450	0,0045	2,7	-6,7565	-1,7599	1,5827	2,4725
0,4	0,9957	0,3997	0,0800	0,0107	2,8	-7,7759	-2,4770	1,3721	2,6208
0,5	0,9895	0,4990	0,1248	0,0208	2,9	-8,8471	-3,3079	1,0838	2,7443
0,6	0,9784	0,5975	0,1798	0,0360	3,0	-9,9669	-4,2485	0,7069	2,8346
0,7	0,9600	0,6944	0,2444	0,0571	3,1	-11,1119	-5,3023	0,2303	2,8823
0,8	0,9318	0,7891	0,3186	0,0852	3,2	-12,2656	-6,4711	-0,3574	2,8769
0,9	0,8931	0,8804	0,4021	0,1211	3,3	-13,4048	-7,7549	-1,0678	2,8068
1,0	0,8337	0,9668	0,4945	0,1657	3,4	-14,5008	-9,1507	-1,9121	2,6589
1,1	0,7568	1,0465	0,5952	0,2203	3,5	-15,5198	-10,6525	-2,9014	2,4195
1,2	0,6561	1,1173	0,7035	0,2852	3,6	-16,4218	-12,2508	-4,0459	2,0735
1,3	0,5272	1,1767	0,8183	0,3612	3,7	-17,1622	-13,9315	-5,3544	1,6049
1,4	0,3556	1,2217	0,9383	0,4490	3,8	-17,6875	-15,6761	-6,8343	0,9969
1,5	0,1664	1,2486	1,0620	0,5490	3,9	-17,9387	-17,4599	-8,4909	0,2321
1,6	-0,0753	1,2535	1,1873	0,6615	4,0	-17,8498	-19,2524	-10,3265	-0,7073
1,7	-0,3644	1,2319	1,3118	0,7864	4,1	-17,3472	-21,0160	-12,3404	-1,8392
1,8	-0,7060	1,1789	1,4326	0,9237	4,2	-16,3505	-22,7055	-14,5274	-3,1812
1,9	-1,1049	1,0888	1,5464	1,0727	4,3	-14,7722	-24,2669	-16,8773	-4,7501
2,0	-1,5656	0,9558	1,6490	1,2325	4,4	-12,5180	-25,6373	-19,3743	-6,5615
2,1	-2,0923	0,7735	1,7359	1,4019	4,5	-9,4890	-26,7447	-21,9959	-8,6290
2,2	-2,6882	0,5351	1,8018	1,5791	4,6	-5,5791	-27,5057	-24,2117	-10,9638
2,3	-3,3562	0,2335	1,8408	1,7614	4,7	-0,6812	-27,8274	-27,4823	-13,5732

3.4.3.2 Коэффициенты постели основных типов оснований

№ п/п	Материал основания	$K_0 \times 10^{-6}$, кН/м ³
1	Песок свеженасыпанный / Глина мокрая, размягченная	0,001–0,005
2	Песок слежавшийся / Гравий насыпной / Глина влажная	0,005–0,05
3	Песок и гравий, плотно слежавшиеся / Щебень / Глина малой влажности	0,05–0,1
4	Грунт песчано-глинистый, искусственно уплотненный / Глина твердая	0,1–0,2
5	Известняк, песчаник, мерзлота	0,2–1,0
6	Кирпич, бутовая кладка	4,0–6,0
7	Бетон, железобетон	8,0–15,0
8	Твердая скала	1,0–15,0
9	Искусственное свайное основание	0,05–0,15

3.4.4 Справочные данные для расчетов на устойчивость

3.4.4.1 Данные для применения решения Ф. С. Ясинского

Формулы Ф. С. Ясинского: для материалов по пп. 1–5 $\sigma_{кр} = a - b\lambda$;
для чугуна $\sigma_{кр} = a - b\lambda + c\lambda^2$

№ п/п	Материал	$\lambda_{пред}$	λ_0	a , МПа	b , МПа	c , МПа
1	Стали Ст2, Ст3	100	40	310	1,14	
2	Сталь Ст5	100		464	3,26	
3	Сталь 40	90		321	1,16	
4	Кремнистая сталь	100		589	3,82	
5	Дерево (сосна)	110	0	29,3	0,194	
6	Чугун	80	776	12,0	0,053	

3.4.4.2 Значения коэффициента продольного изгиба

λ	Стали				Серые чугуны		Алюминиевые сплавы		Кладка каменная	Железо-бетон	Бетон тяжел.	Дерево (сос-на)
	Ст	Ст5 НЛ-1	НЛ-2(15ХСНД)	СПК	СЧ 12	СЧ 21	АМг6м (магнал.)	Д16Т (дюралюм.)				
0	1,00	1,00	1,0	1,00	1,00	1,00	1,000	1,000	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,98	0,97	0,97	0,95	0,973	0,999	0,99	1,00	1,00	0,99
20	0,97	0,95	0,95	0,95	0,91	0,87	0,945	0,998	0,96	1,00	0,96	0,97
30	0,95	0,92	0,93	0,91	0,81	0,75	0,917	0,835	0,91	1,00	0,90	0,93
40	0,92	0,89	0,90	0,87	0,69	0,60	0,870	0,700	0,85	1,00	0,84	0,87
50	0,89	0,86	0,83	0,83	0,57	0,43	0,770	0,568	0,78	1,00	0,76	0,80
60	0,86	0,82	0,78	0,79	0,44	0,32	0,685	0,465	0,72	0,83	0,70	0,71
70	0,81	0,76	0,71	0,72	0,34	0,23	0,603	0,353	0,65	0,73	0,63	0,61
80	0,75	0,70	0,63	0,65	0,26	0,18	0,530	0,269	0,58	0,64	0,57	0,49
90	0,69	0,62	0,54	0,55	0,20	0,14	0,465	0,212	0,53	0,57	0,51	0,38
100	0,60	0,51	0,45	0,43	0,16	0,12	0,415	0,172	0,48	0,52	0,45	0,31
110	0,52	0,43	0,39	0,35			0,365	0,142	0,43			0,25
120	0,45	0,38	0,33	0,30			0,327	0,119	0,38			0,22
130	0,40	0,32	0,29	0,26			0,296	0,101	0,35			0,18
140	0,36	0,28	0,26	0,23			0,265	0,087	0,32			0,16
150	0,32	0,26	0,23	0,21			0,235	0,076	0,29			0,14
160	0,29	0,24	0,21	0,19								0,12
170	0,26	0,21	0,19	0,17								0,11
180	0,23	0,19	0,17	0,15								0,10
190	0,21	0,17	0,15	0,14								0,09
200	0,19	0,16	0,14	0,13								0,08

3.4.5 Справочные данные для расчетов на многоцикловую усталость

3.4.5.1 Сведения о характеристиках усталости материалов

3.4.5.1.1 Значения коэффициента чувствительности к асимметрии цикла ψ

σ_B , МПа	350–550	520–750	700–1000	1000–1200	1200–1400
ψ_σ , изгиб и растяжение	0	0,05	0,10	0,20	0,25
ψ_τ , кручение	0	0	0,05	0,10	0,15

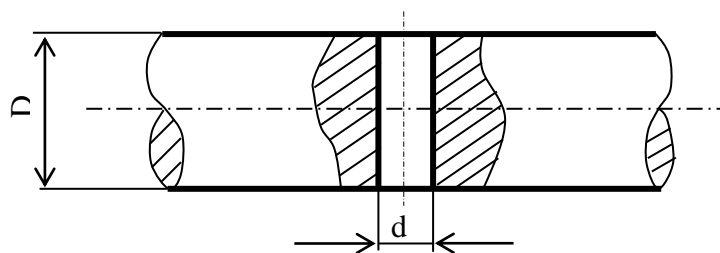
3.4.5.1.2 Основные механические характеристики сталей для изготовления валов

Вид стали	№ п/п	Марка стали	Предел прочности σ_B , МПа	Предел текучести σ_T , МПа	Предел выносливости при изгибе	Предел выносливости при кручении	Предел выносливости при растяжении
Углеродистые маргеновские стали	1	Ст3	(400-500)/470	(230-250)/240	$\sigma_{-1} = 0,33\sigma_B + 70$	$\tau_{-1} = 0,53\sigma_{-1}$	$\sigma_{-1P} = 0,71\sigma_{-1}$
	2	Ст4	(420-520)/480	(240-260)/250			
	3	Ст5	(500-620)/580	(270-290)/280			
	4	Ст6	(600-720)/630	(300-320)/310			
	5	Ст7	Не менее 700	(330-350)/340			
Углеродистые качественные маргеновские стали	6	Сталь 20	(400-540)/510	260	$\sigma_{-1} = 0,33\sigma_B + 70$	$\tau_{-1} = 0,53\sigma_{-1}$	$\sigma_{-1P} = 0,71\sigma_{-1}$
	7	Сталь 25	(480-580)/550	280			
	8	Сталь 30	(520-620)/580	300			
	9	Сталь 35	(560-660)/620	320			
	10	Сталь 40	(600-720)/660	340			
	11	Сталь 45	(640-760)/700	360			

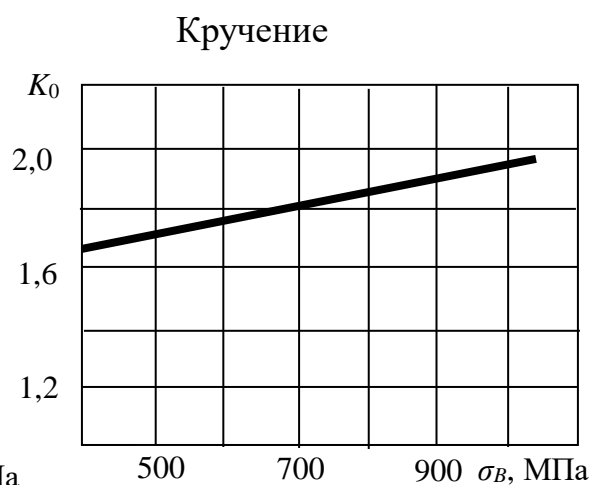
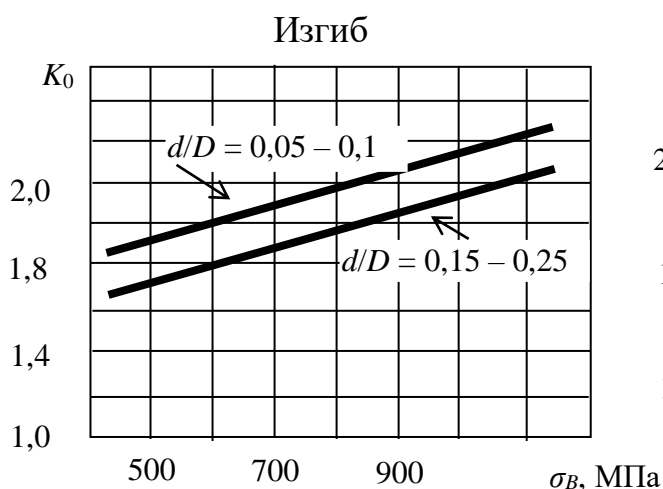
Вид стали	№ п/п	Марка стали	Предел прочности σ_B , МПа	Предел текучести σ_T , МПа	Предел выносливости при изгибе	Предел выносливости при кручении	Предел выносливости при растяжении
	12	Сталь 50	(680-800)/730	380			
	13	Сталь 55	(710-830)/760	400			
	14	Сталь 60	(730-850)/780	420			
	15	Сталь 65	(760-880)/800	430			
	16	Сталь 70	(780-900)/820	440			
Углерод.-марганц. качеств. стали	17	15Г	500	250	$\sigma_{-1} = 0,31\sigma_B + 70$	$\tau_{-1} = 0,54\sigma_{-1}$	$\sigma_{-1P} = 0,73\sigma_{-1}$
	18	20Г	520	280			
	19	30Г	620	320			
	20	40Г	700	360			
	21	45Г	770	380			
	22	50Г	800	400			
	23	15Г2	560	210			
	24	20Г2	610	340			
Углер.-марг. кач. ст.	25	30Г2	700	400	$\sigma_{-1} = 0,31\sigma_B + 70$	$\tau_{-1} = 0,54\sigma_{-1}$	$\sigma_{-1P} = 0,73\sigma_{-1}$
	26	35Г2	780	420			
	27	40Г2	820	460			
	28	45Г2	880	490			
Легированные стали	29	50Г2	910	520	$\sigma_{-1} = 0,30\sigma_B + 70$	$\tau_{-1} = 0,58\sigma_{-1}$	$\sigma_{-1P} = 0,77\sigma_{-1}$
	30	20Х	800	650			
	31	30Х	900	750			
	32	35Х	950	800			
	33	40Х	1000	850			
	34	45Х	1050	900			
	35	20ХН	800	650			
	36	40ХН	1000	850			
	37	45ХН	1050	900			
	38	12ХН3А	1000	850			
	39	12Х2Н4А	1200	1000			
	40	20ХН3А	950	800			
	41	20Х2Н4А	1400	1200			
	42	30ХН3А	1100	900			
	43	18ХГТ	1150	950			
	44	30ХГТ	1500	1300			
	45	35ХГТ	1150	950			
	46	40ХГТ	1250	1050			
	47	38ХЮ	950	800			
	48	30ХГС	1100	950			
49	35ХГСА	1400	1050				
50	20ХГР	1000	800				
51	40ХГР	1100	950				

3.4.5.2 Сведения о влиянии различных факторов на величины пределов выносливости

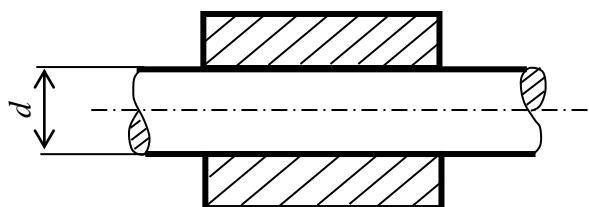
Отверстие



Эффективный коэффициент концентрации



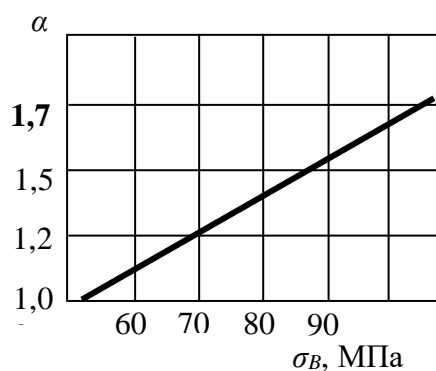
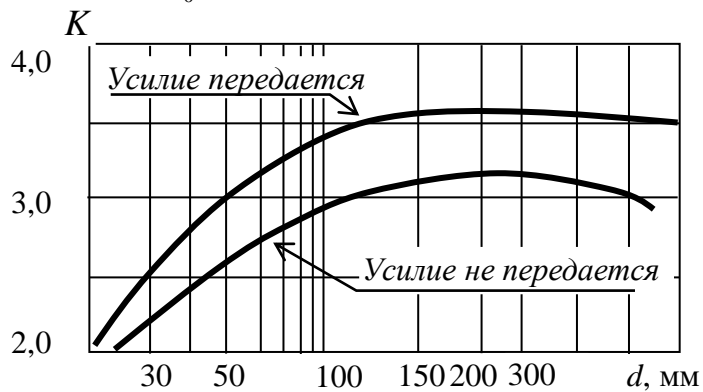
Напрессовка



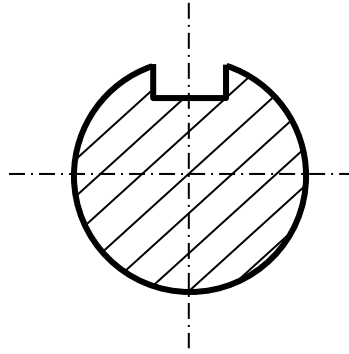
Эффективный коэффициент концентрации

Поправочный коэффициент

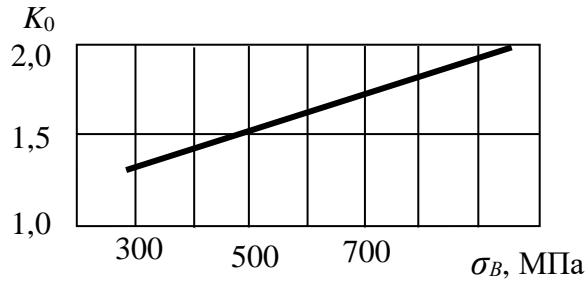
$$K = \alpha K_0$$



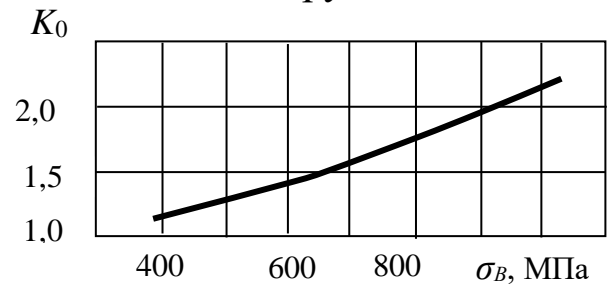
Шпоночный паз



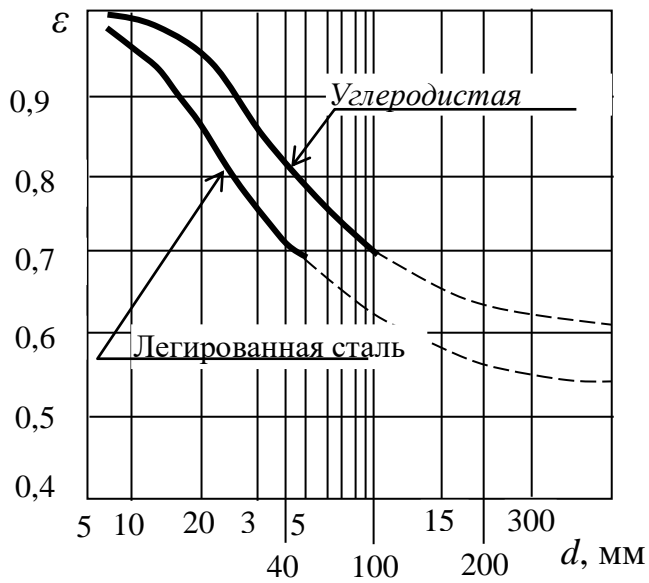
Изгиб



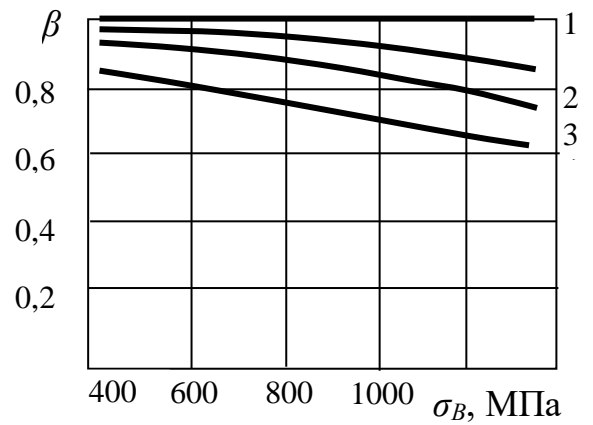
Кручение



Масштабный фактор

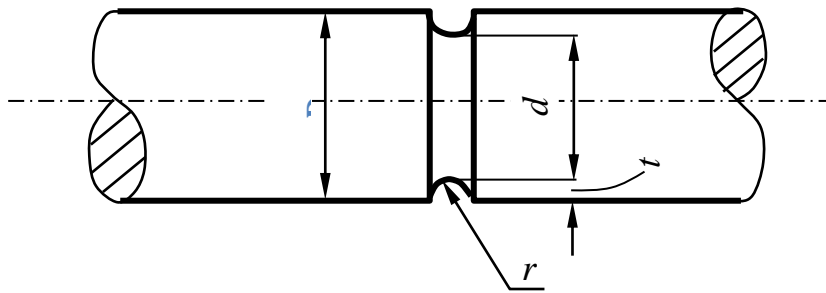


Поверхностный фактор



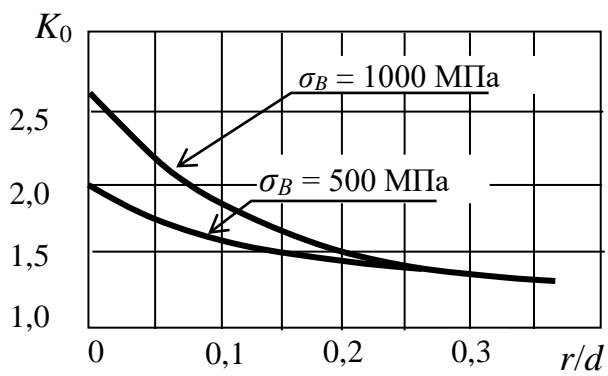
- 1 – тщательное полирование
- 2 – грубое полирование
- 3 – тонкое шлифование
- 4 – грубое шлифование

Проточка



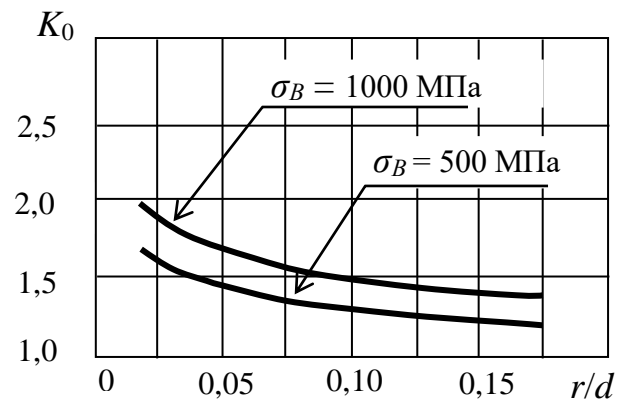
Эффективный коэффициент концентрации

Изгиб



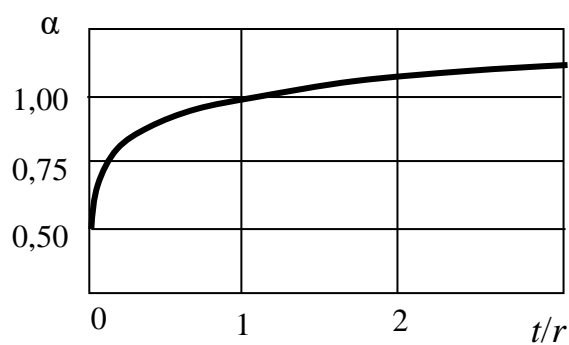
для $t/r = 1$

Кручение

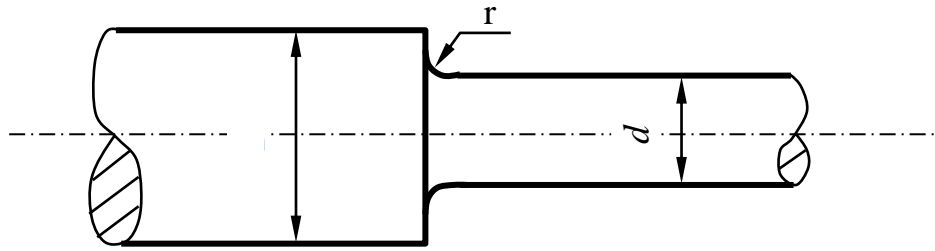


Поправочный коэффициент

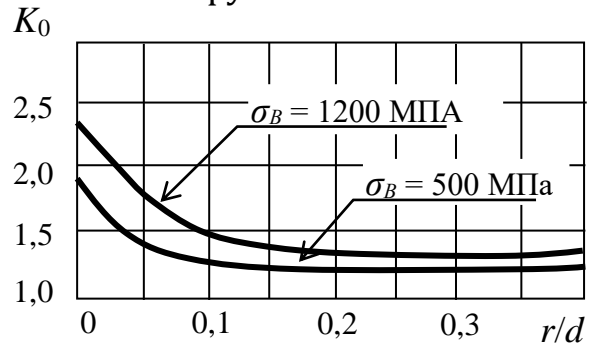
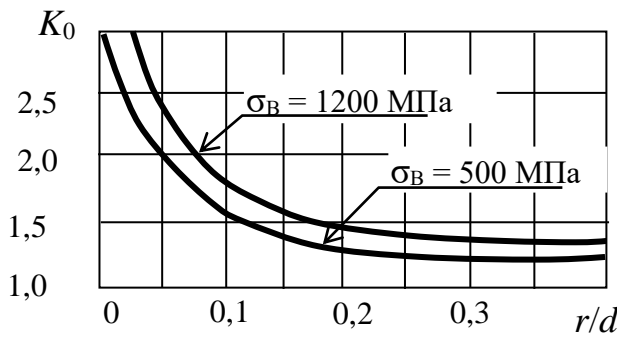
$$K = 1 + \alpha(K_0 - 1)$$



Галтель

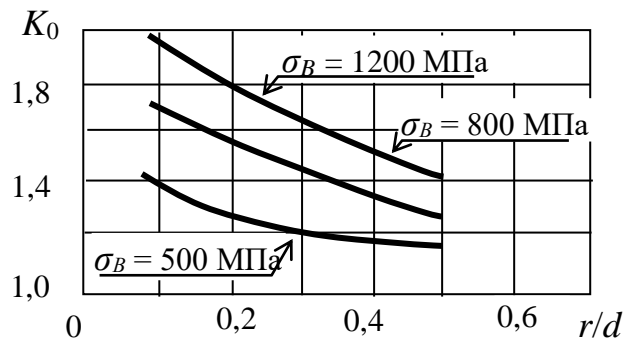


Эффективный коэффициент концентрации
Изгиб Кручение



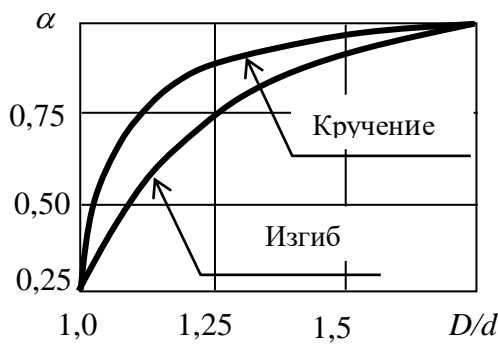
Растяжение

Для $D/d = 2$

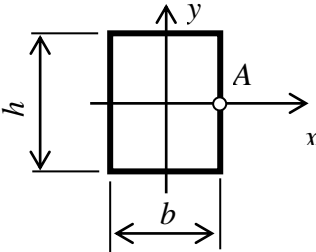
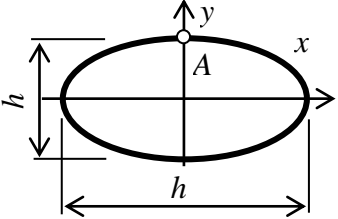
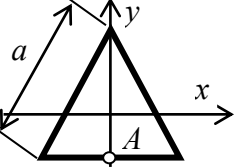


Поправочный коэффициент

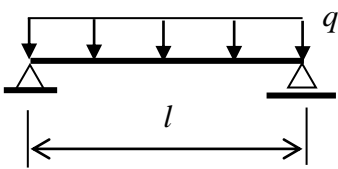
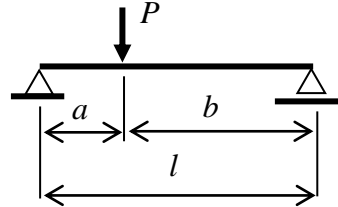
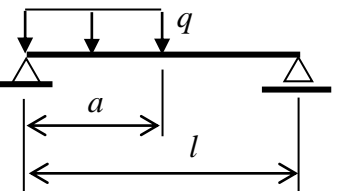
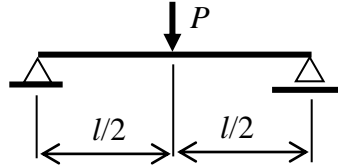
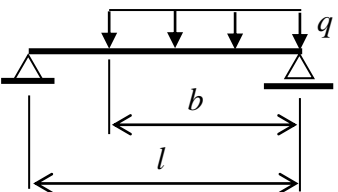
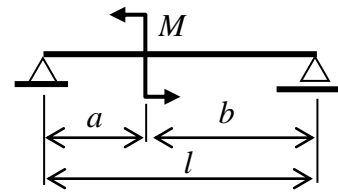
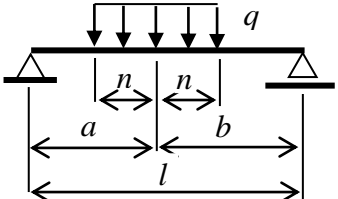
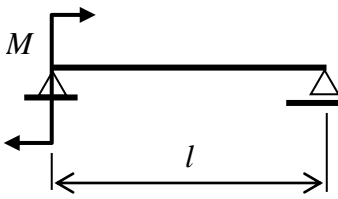
$$K = 1 + \alpha(K_0 - 1)$$



3.4.6 Расчетные характеристики поперечных сечений при кручении

Эскиз сечения	Момент инерции при кручении I_K	Момент сопротивления при кручении W_K	Примечания																																				
<p>Прямоугольник</p> 	$I_K = \alpha hb^3$	$W_K = \beta hb^2$	<p style="text-align: center;">Значения коэффициентов α и β</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>h/b</th> <th>1,00</th> <th>1,50</th> <th>1,75</th> <th>2,00</th> <th>2,50</th> <th>3,00</th> <th>4,00</th> <th>6,00</th> <th>8,00</th> <th>10,0</th> <th>∞</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>α</td> <td>0,141</td> <td>0,196</td> <td>0,214</td> <td>0,229</td> <td>0,249</td> <td>0,263</td> <td>0,281</td> <td>0,299</td> <td>0,307</td> <td>0,313</td> <td>0,333</td> </tr> <tr> <td>β</td> <td>0,208</td> <td>0,231</td> <td>0,239</td> <td>0,246</td> <td>0,256</td> <td>0,267</td> <td>0,282</td> <td>0,299</td> <td>0,307</td> <td>0,313</td> <td>0,333</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Максимальные напряжения возникают в точке A, расположенной посередине длинной стороны</p>	h/b	1,00	1,50	1,75	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0	∞	α	0,141	0,196	0,214	0,229	0,249	0,263	0,281	0,299	0,307	0,313	0,333	β	0,208	0,231	0,239	0,246	0,256	0,267	0,282	0,299	0,307	0,313	0,333
h/b	1,00	1,50	1,75	2,00	2,50	3,00	4,00	6,00	8,00	10,0	∞																												
α	0,141	0,196	0,214	0,229	0,249	0,263	0,281	0,299	0,307	0,313	0,333																												
β	0,208	0,231	0,239	0,246	0,256	0,267	0,282	0,299	0,307	0,313	0,333																												
<p>Эллипс</p> 	$I_K = \frac{\pi hb}{64} \cdot (h^2 + b^2)$	$W_K = \frac{\pi b^2 h}{16}$	<p style="text-align: center;">Максимальное напряжение возникает в точке A</p>																																				
<p>Равносторонний треугольник</p> 	$I_K = \frac{\sqrt{3}a^4}{80}$	$W_K = \frac{a^3}{20}$	<p style="text-align: center;">Максимальное напряжение возникает в точке A</p>																																				

3.4.7 Формулы для расчета элементарных балок

Схема нагружения	Угол поворота на левой опоре	Угол поворота на правой опоре	Схема нагружения	Угол поворота на левой опоре	Угол поворота на правой опоре
	$\frac{ql^3}{24EJ}$	$\frac{ql^3}{24EJ}$		$\frac{Pab(l+b)}{6EJ}$	$\frac{Pab(l+a)}{6EJ}$
	$\frac{qa^2}{24EJ}(2l-a)^2$	$\frac{qa^2}{24EJ}(2l^2-a^2)$		$\frac{Pl^2}{16EJ}$	$\frac{Pl^2}{16EJ}$
	$\frac{qb^2}{24EJ}(2l^2-b^2)$	$\frac{qb^2}{24EJ}(2l-b)^2$		$\frac{M}{6EJ}(l^2-3b^2)$	$\frac{M}{6EJ}(3a^2-l^2)$
	$\frac{qnb}{3EJ}(l^2-b^2-n^2)$	$\frac{qna}{3EJ}(l^2-a^2-n^2)$		$\frac{Ml}{3EJ}$	$\frac{Ml}{6EJ}$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Паначев, И. А. Сопротивление материалов [Текст] : учебное пособие / И. А. Паначев, Г. В. Широколов, Ю. Ф. Глазков ; ГОУ ВПО «Кузбас. гос. техн. ун-т». – Кемерово, 2010. – 208 с. – Доступна электронная версия:

<http://library.kuzstu.ru/meto.php?n=90680&type=utchposob:common>

2. Паначев, И. А. Лабораторный практикум по сопротивлению материалов / И. А. Паначев, М. Ю. Насонов; ФГБОУ ВПО «Кузбас. гос. техн. ун-т им. Т. Ф. Горбачева». – Кемерово, 2011. – 220 с. – Доступна электронная версия:

<http://library.kuzstu.ru/meto.php?n=90703&type=utchposob:common>

3. Александров, А. В. Сопротивление материалов: учеб. для студентов вузов / А. В. Александров, В. Д. Потапов, Б. П. Державин. – Москва : Высш. шк., 2007. – 560 с.

4. Степин, П. А. Сопротивление материалов / П. А. Степин. – Москва : Высш. шк., 2010. – 314 с.

5. Афанасьев, А. М. Лабораторный практикум по сопротивлению материалов / А. М. Афанасьев, В. А. Марьин. – Москва : Наука, 1975. – 322 с.

**Кузнецов Илья Витальевич
Паначев Иван Андреевич
Глазков Юрий Федорович
Широколобов Георгий Валентинович
Сидельников Сергей Александрович**

**ПРАКТИКУМ
ПО МЕХАНИКЕ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА**

Учебное пособие

Печатается в авторской редакции

Подписано в печать 21.05.2018. Формат 60×84/16
Бумага офсетная. Гарнитура «Times New Roman». Уч.-изд. л. 10,2
Тираж 100 экз. Заказ
КузГТУ. 650000, Кемерово, ул. Весенняя, 28
Издательский центр УИП КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Д. Бедного, 4А