

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«КУЗБАССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Т. Ф. ГОРБАЧЕВА»**  
Филиал КузГТУ в г. Прокопьевске

Шальков Антон Владимирович

# **ОСНОВЫ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ И ДИАГНОСТИКИ**

Учебное пособие

Прокопьевск 2021

*Рецензент:*

*д.т.н., профессор кафедры автомобильного транспорта и  
электротехники ТГАСУ*

***В.А. Аметов***

А.В. Шальков / Основы теории надежности и диагностики: учеб. пособие // Гос. учреждение Кузбас. гос. техн. ун-т. – Прокопьевск, 2021. – 81 с.

В учебном пособии приведены рекомендации к проведению практических занятий по основным теоретическим вопросам надежности технических систем. Рассматриваются методики определения единичных и комплексных показателей надежности, отказы технологического оборудования, методы расчета сложных систем. Данное пособие содержит большое количество заданий для самостоятельной работы.

Учебное пособие предназначено для студентов всех профилей подготовки по направлению 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов» по курсу «Основы теории надежности и диагностики».

УДК 62-192

© А.В. Шальков, 2021

© Филиал КузГТУ в г. Прокопьевске, 2021

## СОДЕРЖАНИЕ

Определение единичных показателей надежности невосстанавливаемых объектов .....	4
Определение показателей безотказности невосстанавливаемых объектов по статистическим данным	12
Определение единичных и комплексных показателей восстанавливаемых объектов .....	20
Определение показателей надежности объектов при различных законах распределения .....	33
Принципы установления законов распределения случайной величины .....	44
Расчет надежности сложных систем .....	57
Отказы технических систем .....	65
Планирование испытаний на надежность .....	74

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЕДИНИЧНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ОБЪЕКТОВ

## ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Закрепить теоретические знания, полученные в разделе «Единичные показатели надежности» по вопросу «Показатели безотказности».
2. Освоить методику определения показателей безотказности по статистическим данным.
3. Получить практические навыки расчета показателей безотказности на конкретных примерах.

## 1. ПОКАЗАТЕЛИ БЕЗОТКАЗНОСТИ

**Безотказность** – свойство объекта непрерывное сохранять способность выполнять требуемые функции в течение некоторого времени или наработки в заданных режимах и условиях применения.

Показателями безотказности по ГОСТ 27.002-2015, применяемыми к невосстанавливаемым объектам, являются вероятность безотказной работы, гамма-процентная наработка до отказа, средняя наработка до отказа, интенсивность отказов.

**Вероятность безотказной работы  $R(t)$** – вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ объекта не возникнет. Вероятность безотказной работы определяется в предположении, что в начале интервала времени (момент начала исчисления наработки) изделие находится в работоспособном состоянии.

**Гамма-процентная наработка до отказа** – наработка до отказа, в течение которой отказ объекта не возникнет с вероятностью  $\gamma$ , выраженной в процентах.

**Средняя наработка до отказа** – математическое ожидание наработки объекта до отказа.

**Интенсивность отказов** – условная плотность вероятности возникновения отказа объекта, определяемая при условии, что до рассматриваемого момента времени отказ не возник.

В определении показателей безотказности используются следующие временные понятия (не являются показателями надежности):

- наработка – продолжительность или объем работы объекта;

- наработка до отказа – наработка объекта от начала его эксплуатации или от момента его восстановления до отказа;

- наработка до первого отказа – наработка объекта от начала его эксплуатации до первого отказа (частный случай наработки до отказа).

## 2. МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ БЕЗОТКАЗНОСТИ ПО СТАТИСТИЧЕСКИМ ДАННЫМ

Статистическая оценка вероятности безотказной работы на период наработки от 0 до  $t$  определяется по формулам

$$\tilde{R}(t) = 1 - \frac{n(t)}{N}, \quad (1.1)$$

или

$$\tilde{R}(t) = \frac{N(t)}{N} \quad (1.2)$$

где  $N$  – количество объектов, работоспособных в начальный момент времени;  $N(t)$  – количество объектов, работоспособных на момент времени  $t$ ;  $n(t)$  – количество объектов, отказавших на отрезке от 0 до  $t$ .

Статистическая оценка вероятности отказа на соответствующие моменты времени определяется по формуле

$$\tilde{Q}(t) = \frac{n(t)}{N}, \quad (1.3)$$

или

$$\tilde{Q}(t) = 1 - \frac{N(t)}{N}. \quad (1.4)$$

Средняя наработка до отказа по статистическим данным определяется по формуле

$$\tilde{T}_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i, \quad (1.5)$$

Плотность распределения отказов во времени определяем по формуле

$$\tilde{f}(t) = \frac{\Delta n(t)}{N \Delta t} \quad (1.6)$$

Оценку интенсивности отказов можно определить по формуле

$$\tilde{\lambda}(t) = \frac{\Delta n(t)}{(N - n(t)) \Delta t} \quad (1.7)$$

### **3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ**

1. Изучить методику расчета показателей безотказности
2. Дать определение рассматриваемого показателя безотказности
3. Определить исходные данные для расчета показателя безотказности
4. Рассчитать требуемый показатель безотказности по формулам (1.1) - (1.7).
5. Дать характеристику определяемому показателю по соответствующим признакам классификации
6. Ответить на контрольные вопросы.

### **4. ОФОРМЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ**

**Пример 1.1.** На стендовые испытания поставили 60 насосов. Испытания проводились в течение 2000 часов. В ходе испытаний отказало 6 насосов. Определить статистическую оценку вероятности безотказной работы изделий за время 2000 часов.

Решение:

*Вероятность безотказной работы  $R(t)$*  – вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ объекта не возникнет.

Статистическая оценка вероятности безотказной работы определяется по формуле (1.1)

$$\tilde{R}(t) = 1 - \frac{n(t)}{N},$$

где  $N$  – число объектов, работоспособных в начальный момент времени;  $n(t)$  – число объектов, отказавших на отрезке от 0 до  $t$ .

Подставляем исходные данные в формулу (1.1)

$$\tilde{R}(t) = 1 - \frac{n(t)}{N} = 1 - \frac{6}{60} = 0,9.$$

**Ответ.** Вероятность безотказной работы  $\tilde{R}(t) = 0,9$ . Вероятность безотказной работы является:

- показателем безотказности;
- единичным.

**Пример 1.2.** В ходе промысловых испытаний 60 буровых лебедок зафиксированы отказы в следующие периоды наработки  $t_1 = 1210$  ч;  $t_2 = 480$  ч;  $t_3 = 900$  ч;  $t_4 = 700$  ч;  $t_5 = 1900$  ч;  $t_6 = 1100$  ч; остальные буровые лебедки не отказали. Испытания проводились в течение 2000 часов. Найти статистическую оценку среднего значения наработки до первого отказа.

**Решение:**

Средняя наработка до отказа – это математическое ожидание наработки до отказа.

Средняя наработка до отказа по статистическим данным определяется по формуле (1.5)

$$\tilde{T}_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i = \frac{1}{60} (1210 + 480 + 900 + 700 + 1900 + 1100 + 2000 \cdot 54) = 1904,83 \text{ ч}$$

$\sim 1905$  ч

**Ответ:** Средняя наработка до отказа  $T_0 = 1905$  ч. Средняя наработка до первого отказа является:

- показателем безотказности;
- единичным.

**Пример 1.3.** На испытания поставили 200 изделий. За 100 часов работы отказало 25 изделий. За последующие 10 часов отказало еще 7 изделий. Определить статистическую оценку вероятности безотказной работы и вероятности отказа

на моменты времени  $t_1 = 100$  ч и  $t_2 = 110$  ч, оценку плотности распределения отказов и интенсивности отказов в промежуток времени между  $t_1 = 100$  ч и  $t_2 = 110$  ч.

**Решение.** Статистическую оценку вероятности безотказной работы на момент времени  $t_1 = 100$  ч определяем по формуле (1.1)

$$\tilde{R}(100) = 1 - \frac{n(100)}{N} = 1 - \frac{25}{200} = 0,875;$$

Определяем количество отказавших изделий на момент времени  $t_2 = 110$  ч

$$n(110) = n(100) + \Delta n = 25 + 7 = 32 \text{ изд.}$$

и вероятность безотказной работы на момент времени  $t_2 = 110$  ч

$$\tilde{R}(110) = 1 - \frac{n(110)}{N} = 1 - \frac{32}{200} = 0,84.$$

Статистическая оценка вероятности отказа на соответствующие моменты времени определяется по формуле (1.3)

$$\tilde{Q}(100) = \frac{n(100)}{N} = \frac{25}{200} = 0,125,$$

$$\tilde{Q}(110) = \frac{n(110)}{N} = \frac{32}{200} = 0,16.$$

Плотность распределения отказов во времени определяем по формуле (1.6)

$$\tilde{f}(110) = \frac{\Delta n(110)}{N \Delta t} = \frac{7}{200 \cdot 10} = 0,0035 \text{ 1/ч.}$$

Оценку интенсивности отказов можно определить по формуле (1.7)

$$\tilde{\lambda}(110) = \frac{\Delta n(110)}{(N - n(110)) \Delta t} = \frac{7}{(200 - 32) 10} = 0,00417 \text{ 1/ч.}$$

**Ответ:**  $\tilde{R}(100) = 0,875$ ;  $\tilde{R}(110) = 0,84$ ;  $\tilde{Q}(100) = 0,125$ ;  
 $\tilde{Q}(110) = 0,16$ ;  $\tilde{f}(110) = 0,0035 \text{ 1/ч}$ ;  $\tilde{\lambda}(110) = 0,00417 \text{ 1/ч}$ .

Данные показатели являются:

- показателями безотказности;
- единичными.



## 5. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

**Задача 1.1.** На испытание поставлено 200 однотипных изделий. За 2000 ч отказало 50 изделий. За последующие 100 часов отказало ещё 5 изделий. Требуется определить:

1. статистическую оценку вероятности безотказной работы за время работы  $t_1 = 2000$  час и  $t_2 = 2100$  час;

2. статистическую оценку вероятности отказа за время работы  $t_1 = 2000$  час и  $t_2 = 2100$  час;

3. оценку плотности распределения отказов и интенсивности отказов в промежутке времени между  $t_1 = 2000$  час и  $t_2 = 2100$  час.

**Задача 1.2.** На испытание поставлено 100 однотипных изделий. За 4000 часов работы отказало 50 изделий. Определить статистические оценки вероятности безотказной работы и вероятности отказа за время работы 4000 часов.

**Задача 1.3.** На испытание поставлено 100 однотипных изделий. За 4000 часов работы отказало 50 изделий. За последующие 50 часов еще 5 изделий. Дать оценку плотности распределения отказов и интенсивности отказов в промежутке времени между  $t_1 = 4000$  час и  $t_2 = 4050$  час.

**Задача 1.4.** В течение 500 часов работы из 20 буровых насосов отказало 2. За интервал времени 500 – 520 часов отказал еще один буровой насос. Дать оценку плотности распределения отказов и интенсивности отказов в промежутке времени между  $t_1 = 500$  час и  $t_2 = 520$  час.

**Задача 1.5.** На испытание поставлено 2000 подшипников качения. За первые 3000 часов отказало 80 изделий. За интервал времени 3000 – 4000 часов отказало еще 50 подшипников. Требуется определить статистическую оценку вероятности безотказной работы за время 4000 часов.

**Задача 1.6.** В течение 500 часов работы из 20 буровых насосов отказало 2. За интервал времени 500 – 520 часов отказал еще один буровой насос. Требуется определить статистическую оценку вероятности отказа за время 520 часов.

**Задача 1.7.** На испытание поставлено 600 изделий. За время 1200 часов вышло из строя 125 штук изделий. За последующий интервал времени 1200 – 1250 часов вышло из

строая еще 13 изделий. Необходимо определить статистическую оценку вероятности безотказной работы и вероятности отказа за время работы  $t_1 = 1200$  час и  $t_2 = 1250$  час; оценку плотности распределения отказов и интенсивности отказов в промежутке времени между  $t_1 = 1200$  час и  $t_2 = 1250$  час.

**Задача 1.8.** На испытание поставлено 10 однотипных изделий. Получены следующие значения времени безотказной работы:  $t_1 = 580$  час;  $t_2 = 720$  час;  $t_3 = 860$  час;  $t_4 = 550$  час;  $t_5 = 780$  час;  $t_6 = 830$  час;  $t_7 = 910$  час;  $t_8 = 850$  час;  $t_9 = 840$  час;  $t_{10} = 750$  час. Определить статистическую оценку среднего времени безотказной работы изделия.

#### **6. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:**

1. Что такое безотказность?
2. Какие показатели надежности являются показателями безотказности?
3. Что такое вероятность безотказной работы?
4. Что такое вероятность отказа?
5. Как определяются статистические оценки вероятности безотказной работы и вероятности отказа?
6. Как определяется плотность распределения наработки?
7. Что такое интенсивность отказов?
8. Кривая зависимости интенсивности отказа во времени.
9. Дайте определение средней наработки до отказа и средней наработки до первого отказа.

#### **7. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:**

1. Острейковский В.А. Теория надежности: учебник для вузов. – 2-е изд., испр. – М.: Высшая школа, 2008. – 464 с.
2. Лозовая С.Ю. Математические основы надежности горных машин и оборудования [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Лозовая С.Ю. – Электрон. текстовые данные. – Белгород: Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, ЭБС АСВ, 2014. – 218 с. – Режим

доступа: <http://www.iprbookshop.ru/57274>. – ЭБС «IPRbooks», по паролю

3. Горелик А.В. Практикум по основам теории надежности [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Горелик А.В., Ермакова О.П.— Электрон. текстовые данные. – М.: Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте, 2013. – 133 с. –Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/26826>. – ЭБС «IPRbooks», по паролю

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ БЕЗОТКАЗНОСТИ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ОБЪЕКТОВ ПО СТАТИСТИЧЕСКИМ ДАННЫМ

## ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Закрепить теоретические знания, полученные в разделе «Единичные показатели надежности» по вопросу «Показатели безотказности».
2. Освоить методику определения показателей безотказности по статистическим данным надежности неремонтируемых изделий на определенном промежутке времени.
3. Получить практические навыки построения и анализа зависимостей показателей безотказности во времени

## 1. МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ БЕЗОТКАЗНОСТИ НА ОПРЕДЕЛЕННОМ ПРОМЕЖУТКЕ ВРЕМЕНИ

На основе представленных статистических данных провести расчет и анализ показателей надежности серии невосстанавливаемых объектов.

Показатели безотказности определяются для каждого интервала в следующей последовательности:

Определяем количество отказавших деталей нарастающим итогом на конец каждого периода по формуле

$$n(t_{i+1}) = n(t) + \Delta n(t) \quad (2.1)$$

1. Определяем количество работоспособных изделий  $N(t)$  на конец каждого периода по формуле

$$N(t) = N - n(t), \quad (2.2)$$

где  $n(t)$  – количество отказавших изделий на конец рассматриваемого периода за период от 0 до  $t$ .

2. Определяем статистическую оценку вероятности безотказной работы на конец каждого периода по формуле

$$\tilde{R}(t) = 1 - \frac{n(t)}{N} = \frac{N(t)}{N}. \quad (2.3)$$

3. Определяем статистическую оценку вероятности отказа на конец каждого периода по формуле

$$\tilde{Q}(t) = \frac{n(t)}{N}. \quad (2.4)$$

4. Определяем статистическую оценку плотности вероятности отказов по формуле

$$\tilde{f}(t) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{N \Delta t}, \quad (2.5)$$

где  $\Delta n(\Delta t)$  – количество отказавших изделий в данном временном интервале  $\Delta t$ .

5. Определяем значение интенсивности отказов по формуле

$$\tilde{\lambda}(t) = \frac{\Delta n(t)}{(N - n(t)) \Delta t}, \quad (2.6)$$

## 2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Изучить методику расчёта показателей безотказности за определенный промежуток времени
2. Проанализировать условия задачи и определить исходные данные для расчета показателей безотказности
3. Найти статистическую оценку распределения вероятностей отказа  $Q(t)$  и безотказной работы  $R(t)$  во времени.
4. Найти изменение плотности вероятности отказов  $f(t)$  и интенсивности отказов  $\lambda(t)$  по времени.
5. Результаты расчета отразить на графиках.
6. Ответить на контрольные вопросы.

## 3. ОФОРМЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ

**Исходные данные:** Число изделий, поставленных на испытание,  $N = 1000$  изделий. Испытания проводятся в течение 1000 часов. Каждые сто часов определялось количество отказов изделий. Результаты испытаний представлены в таблице 2.1.

**Задание:**

1. Найти статистическую оценку распределения вероятностей отказа  $Q(t)$  и безотказной работы  $R(t)$  во времени.
2. Найти изменение плотности вероятности отказов  $f(t)$  и интенсивности отказов  $\lambda(t)$  по времени.
3. Результаты расчета отразить на графиках.

**Решение.**

Согласно условию задачи длина рассматриваемых периодов  $\Delta t$  равна 100 часам

$$\Delta t = 100 \text{ час.}$$

В начальный период времени изделия должны находиться в работоспособном состоянии и количество отказавших изделий на время  $t=0$  равно 0, следовательно

$$\tilde{R}(0) = 1,0.$$

$$\tilde{Q}(0) = 0.$$

Определяем количество работоспособных изделий на конец первого периода по формуле (2.2)

$$N(100) = N - n(100) = 1000 - 50 = 950 \text{ шт.}$$

Определяем статистическую оценку вероятности безотказной работы на конец каждого периода по формуле (2.3)

$$\tilde{R}(100) = 1 - \frac{n(100)}{N} = \frac{N(100)}{N} = \frac{950}{1000} = 0,95.$$

Определяем количество отказавших деталей нарастающим итогом на конец первого периода по формуле (2.1)

$$n(t_{i+1}) = n(t) + \Delta n(t) = 0 + 50 = 50$$

Определяем статистическую оценку вероятности отказа на конец каждого периода по формуле (2.4)

$$\tilde{Q}(t) = \frac{n(t)}{N} = \frac{50}{1000} = 0,05.$$

Определяем статистическую оценку плотности вероятности отказов по формуле (2.5)

$$\tilde{f}(t) = \frac{\Delta n(t)}{N \Delta t}.$$

Определяем значение интенсивности отказов по формуле (2.6)

$$\tilde{\lambda}(t) = \frac{\Delta n(t)}{(N - n(t))\Delta t}$$

Аналогично проводим расчеты для всех остальных периодов и результаты расчета для удобства сводим в таблицу 2.1

Таблица 2.1

Результаты расчета статистических оценок показателей безотказности

Временной интервал $\Delta t$ , час	Количество отказов за данный интервал $\Delta n(t)$	Количество работоспособных изделий на конец периода $N(t)$	Количество отказавших изделий на конец периода	Вероятность безотказной работы $R(t)$	Вероятность отказа за $Q(t)$	Плотность вероятности отказов $f(t)$ , $\cdot 10^{-2}$	Интенсивность отказов $\lambda(t)$ , $\cdot 10^{-2}$
		1000					
0 – 100	50	950	50	0,95	0,05	0,0005	0,00052632
100 – 200	40	910	90	0,91	0,09	0,0004	0,00043956
200 – 300	20	890	110	0,89	0,11	0,0002	0,00022472
300 – 400	20	870	130	0,87	0,13	0,0002	0,00022989
400 – 500	10	860	140	0,86	0,14	0,0001	0,00011628
500 – 600	70	790	210	0,79	0,21	0,0007	0,00088608
600 – 700	110	680	320	0,68	0,32	0,0011	0,00161765
700 –	280	400	600	0,4	0,6	0,002	0,0070

800						8	0000
800 – 900	250	150	850	0,15	0,85	0,002 5	0,0166 6667
900 – 1000	150	0	1000	0	1	0,001 5	

По данным расчета строим графики зависимости расчетных величин по времени (рисунки 2.1, 2.2, 2.3)

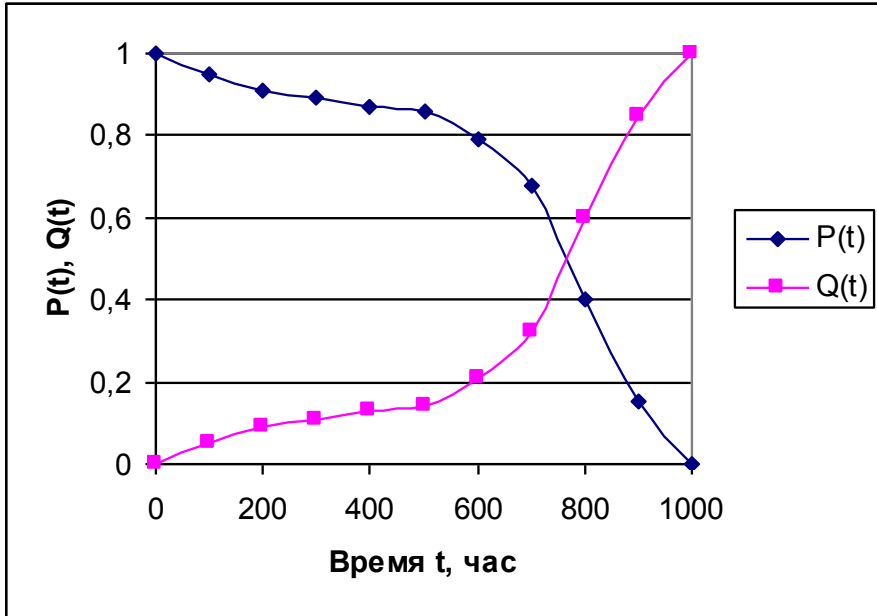
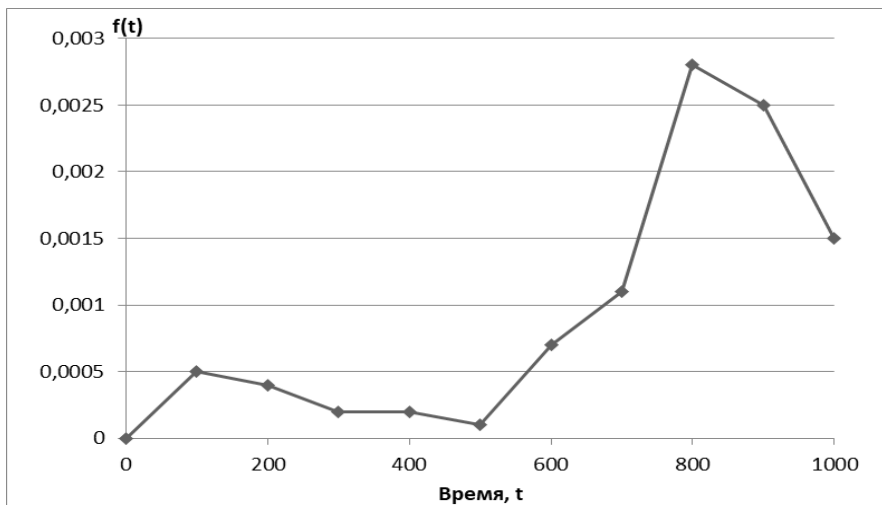
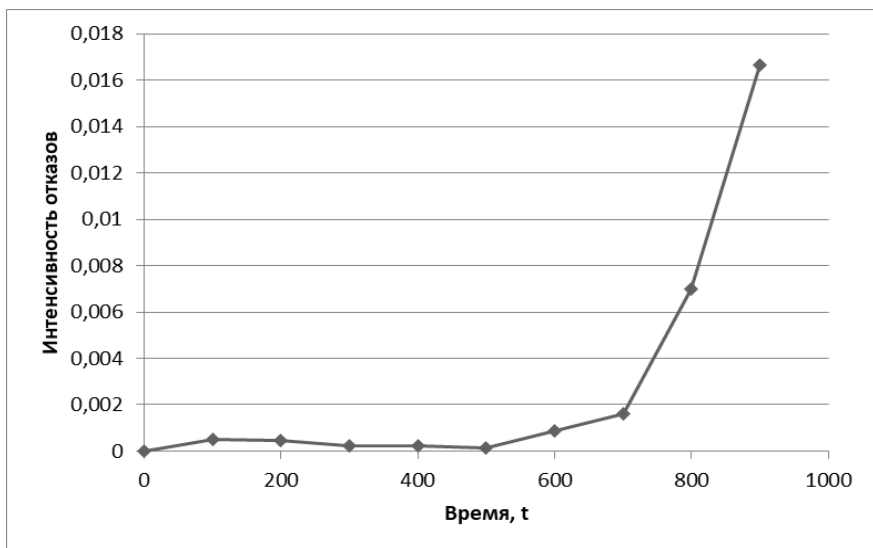


Рисунок 2.1 – График зависимости вероятности безотказной работы и вероятности отказа от времени





*Рисунок 2.2 – График зависимости плотности распределения отказов во времени*



*Рисунок 2.3 – График зависимости интенсивности отказов от времени*

#### 4. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

**Исходные данные:** На испытание поставлено  $N$  изделий. Испытания проводятся в течение 1000 часов. Результаты испытаний представлены в таблице 2.2.

**Задание:**

1. Найти статистическую оценку распределения вероятностей отказа  $Q(t)$  и безотказной работы  $R(t)$  во времени.
2. Найти изменение плотности вероятности отказов  $f(t)$  и интенсивности отказов  $\lambda(t)$  по времени.
3. Результаты расчета отразить на графиках.

Таблица 2.2

Исходные данные для выполнения домашнего задания по практической работе № 2

Номер варианта	Общее количество изделий	Количество отказавших изделий за интервал времени $t_i$ , шт.									
		0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
1	3007	49	99	88	55	59	54	58	86	87	40
2	2379	68	41	37	43	50	28	47	74	77	99
3	2754	75	97	65	55	30	41	40	83	96	82
4	2415	67	56	81	34	40	44	49	57	35	60
5	2785	51	89	98	38	49	57	50	35	92	60
6	2303	63	73	94	26	26	49	48	52	64	87
7	2430	44	62	44	29	48	36	43	49	84	68
8	2337	99	44	75	29	57	41	21	36	46	55
9	2217	66	43	57	39	21	35	51	67	90	58

					5	8	5	0			
10	1940	61	66	71	23	37	22	30			
11	1913	60	50	10	25	36	43	25			
12	2511	72	84	10	37	53	37	52			
13	2460	40	94	40	36	42	54	43			
14	2306	35	80	37	31	57	38	49			
15	1919	37	35	80	34	37	40	21			
16	2406	36	45	90	59	33	39	39			
17	2654	47	68	77	32	58	47	57			
18	2581	83	52	93	43	30	56	34			
19	2554	51	48	58	43	21	59	35			
20	2626	65	99	73	59	22	55	54			

## 5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Свойства функции вероятности безотказной работы?
2. Свойства функции вероятности отказа?
3. Каким образом определяется плотность распределения наработки во времени?
4. Кривая зависимости интенсивности отказа во времени.
5. Кривая плотности распределения отказов во времени.

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЕДИНИЧНЫХ И КОМПЛЕКСНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ОБЪЕКТОВ

## ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Закрепить теоретические знания, полученные в разделах «Единичные показатели надежности» и «Комплексные показатели надежности».
2. Освоить методику определения единичных и комплексных показателей по статистическим данным.
3. Получить практические навыки расчета показателей надежности.

## 1. ЕДИНИЧНЫЕ И КОМПЛЕКСНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ

*Восстанавливаемый объект* – объект, восстановление работоспособного состояния которого предусмотрено документацией.

*Безотказность* – свойство объекта непрерывное сохранять способность выполнять требуемые функции в течение некоторого времени или наработки в заданных режимах и условиях применения.

Показателями безотказности для восстанавливаемых объектов по ГОСТ 27.002-2015 являются вероятность безотказной работы, гамма-процентная наработка до отказа, средняя наработка до отказа, средняя наработка между отказами, гамма-процентная наработка между отказами, интенсивность отказов, параметр потока отказов, средний и стационарный параметр потока отказов.

*Гамма-процентная наработка между отказами* – наработка между отказами, в течение которой отказ объекта не возникнет с вероятностью  $\gamma$ , выраженной в процентах.

*Средняя наработка между отказами* – математическое ожидание наработки объекта между отказами.

*Параметр потока отказов* (мгновенный) – предел отношения вероятности возникновения отказа восстанавливаемого объекта за достаточно малый интервал времени к длительности этого интервала, стремящейся к нулю.

**Средний параметр потока отказов** – среднее значение мгновенного параметра потока отказов за данный интервал времени.

**Стационарный параметр потока отказов** – предел мгновенного параметра потока отказов при стремлении рассматриваемого момента времени к бесконечности.

**Долговечность** – свойство объекта, заключающееся в его способности выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях использования, технического обслуживания и ремонта до достижения предельного состояния.

Показателями долговечности по ГОСТ 27.002-2015 являются гамма-процентный ресурс, средний ресурс, гамма-процентный срок службы, средний срок службы.

**Гамма-процентный ресурс** – суммарная наработка, в течение которой объект не достигнет предельного состояния, с вероятностью  $\gamma$ , выраженной в процентах.

**Средний ресурс** – математическое ожидание ресурса.

**Гамма-процентный срок службы** – календарная продолжительность эксплуатации, в течение которой объект не достигнет предельного состояния, с вероятностью  $\gamma$ , выраженной в процентах.

**Средний срок службы** – математическое ожидание срока службы.

**Ремонтопригодность** – свойство объекта, заключающееся в приспособленности к поддержанию и восстановлению работоспособного состояния путем технического обслуживания и ремонта.

**Восстанавливаемость** – свойство объекта, заключающееся в его способности восстанавливаться после отказа без ремонта.

Показателями ремонтпригодности и восстанавливаемости по ГОСТ 27.002-2015 являются вероятность восстановления, среднее время восстановления, гамма-процентное время восстановления, среднее время до восстановления, гамма-процентное время до восстановления, интенсивность восстановления.

**Вероятность восстановления** – вероятность того, что время (до) восстановления работоспособного состояния объ-

екта не превысит заданное значение. Вероятность восстановления может относиться как к времени восстановления, так и к времени до восстановления.

*Среднее время восстановления* – математическое ожидание времени восстановления.

*Среднее время до восстановления* – математическое ожидание времени до восстановления.

*Гамма-процентное время восстановления* – время, в течение которого восстановление работоспособности объекта будет осуществлено с вероятностью  $\gamma$ , выраженной в процентах.

*Гамма-процентное время до восстановления* – длительность времени до восстановления, которая не будет превышена с вероятностью  $\gamma$ , выраженной в процентах.

*Интенсивность восстановления* – условная плотность вероятности восстановления работоспособного состояния объекта, определенная для рассматриваемого момента времени при условии, что до этого момента восстановление не было завершено.

**Сохраняемость** – свойство объекта сохранять способность к выполнению требуемых функций после хранения и (или) транспортирования при заданных сроках и условиях хранения и (или) транспортирования.

Показателями сохраняемости по ГОСТ 27.002-2015 являются: гамма-процентный срок сохраняемости, средний срок сохраняемости.

*Гамма-процентный срок сохраняемости* – срок сохраняемости, достигаемый объектом с заданной вероятностью  $\gamma$ , выраженной в процентах.

*Средний срок сохраняемости* – математическое ожидание срока сохраняемости.

**Готовность** – свойство объекта, заключающееся в его способности находиться в состоянии, в котором он может выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания и ремонта в предположении, что все необходимые внешние ресурсы обеспечены. Показатели готовности не являются единичными

показателями, так как готовность представляет собой совокупность свойств.

Комплексными показателями по ГОСТ 27.002-2015 являются коэффициент готовности, коэффициент оперативной готовности, коэффициент технического использования, коэффициент сохранения эффективности.

*Коэффициент готовности* – вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в данный момент времени. При расчетах мгновенного (нестационарного) коэффициента готовности могут исключаться планируемые периоды, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается.

*Средний коэффициент готовности* – среднее значение мгновенного коэффициента готовности за данный промежуток времени.

*Стационарный коэффициент готовности* – предел мгновенного коэффициента готовности при стремлении рассматриваемого момента времени к бесконечности.

*Коэффициент неготовности* – вероятность того, что объект окажется в неработоспособном состоянии в данный момент времени. При расчетах мгновенного (нестационарного) коэффициента неготовности могут исключаться планируемые периоды, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается.

*Средний коэффициент готовности* – среднее значение мгновенного коэффициента готовности за данный промежуток времени.

*Стационарный коэффициент готовности* – предел мгновенного коэффициента готовности при стремлении рассматриваемого момента времени к бесконечности.

*Коэффициент оперативной готовности* – вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в данный момент времени и, начиная с этого момента, будет работать безотказно в течение заданного интервала времени.

*Коэффициент технического использования* – отношение математического ожидания суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии за некоторый период эксплуатации к математическому ожиданию суммар-

ного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии и простоев, обусловленных техническим обслуживанием и ремонтом за тот же период.

*Коэффициент сохранения эффективности* – отношение значения показателя эффективности использования объекта по назначению за определенную продолжительность эксплуатации к номинальному значению этого показателя, вычисленному при условии, что отказы объекта в течение того же периода не возникают.

При определении показателей используются следующие временные понятия:

- наработка между отказами – наработка объекта между двумя следующими друг за другом отказами;

- ресурс – суммарная наработка объекта от начала его эксплуатации или ее возобновления после ремонта до момента достижения предельного состояния;

- срок службы – календарная продолжительность эксплуатации от начала эксплуатации объекта или ее возобновления после ремонта до момента достижения предельного состояния;

- срок сохраняемости – календарная продолжительность хранения и/или транспортирования объекта, в течение которой он сохраняет работоспособное состояние;

- время восстановления – время, затрачиваемое непосредственно на выполнение операций по восстановлению объекта;

- время до восстановления – время от момента отказа до восстановления работоспособного состояния.

## **2. МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПО СТАТИСТИЧЕСКИМ ДАННЫМ**

Методика расчета показателей безотказности рассматривается на практическом занятии № 1.

Средний ресурс определяется по формуле



$$T_p = \frac{\sum_{i=1}^N T_{pi}}{N}, \quad (3.1)$$

где  $T_{pi}$  – ресурс  $i$ -го изделия,  $N$  – количество объектов, поставленных на испытания или эксплуатацию.

Для нахождения гамма-процентного ресурса необходимо найти такое значение суммарной наработки, вероятность которой равна  $\gamma$ , выраженной в процентах, исходя из условия

$$P(T_{p\gamma}) = \frac{\gamma}{100}, \quad (3.2)$$

Значения среднего срока службы и гамма-процентного срока службы определяются аналогично.

Статистическая оценка среднего времени восстановления вычисляется по формуле

$$T_b = \frac{\sum_{i=1}^m T_{bi}}{m}, \quad (3.3)$$

где  $T_{bi}$  – время восстановления  $i$ -го изделия,  $m$  – количество восстановлений рассматриваемых объектов.

Коэффициент готовности  $K_r$  определяется по формуле

$$K_r = \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{\left( \sum_{i=1}^N t_i + \sum_{i=1}^N \tau_i \right)}, \quad (3.4)$$

где  $t_i$  – наработка на отказ  $i$ -го объекта,  $\tau_i$  – время восстановления  $i$ -го объекта,  $N$  – количество рассматриваемых объектов.

Коэффициент технического использования определяется по формуле

$$K_{т.и} = \frac{T_0}{T_0 + \tau_{ТО} + \tau_p + \tau_B}, \quad (3.5)$$

где  $T_0$  – суммарная наработка объекта,  $\tau_{ТО}$  – время планового технического обслуживания,  $\tau_p$  – время, затрачиваемое на плановый ремонт,  $\tau_B$  – время, затраченное на внеплановые восстановления.

### 3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Изучить методику расчета единичных и комплексных показателей
2. Дать определение рассматриваемого показателя
3. Определить исходные данные для расчета показателя
4. Рассчитать требуемый показатель по формулам (3.1) - (3.5).
5. Дать характеристику определяемому показателю по четырем признакам классификации
6. Ответить на контрольные вопросы.

### 4. ОФОРМЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ

**Пример 3.1.** На промысловые испытания поставлено 3 буровых насоса. В ходе испытаний у первого насоса было зафиксировано 144 отказа, у второго – 160 отказов, у третьего – 157 отказов. Суммарная наработка на отказ для первого насоса составила 3250 часов, для второго – 3600 часов, для третьего – 2800 часов. Определить среднюю наработку до отказа и средний ресурс бурового насоса.

**Решение.** Средняя наработка до отказа определяется по формуле (1.5)

$$\hat{T}_{cp} = \frac{t_{\text{сум}}}{n(t_{\text{сум}})} = \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{\sum_{i=1}^N m_i} = \frac{3250 + 3600 + 2800}{144 + 160 + 157} = 20,9 \text{ час.}$$

Средний ресурс определяем по формуле (3.1)

$$T_p = \frac{\sum_{i=1}^N T_{pi}}{N} = \frac{3250 + 3600 + 2800}{3} = 3216,7 \text{ час.}$$

**Ответ.** Средняя наработка до отказа равна  $\hat{T}_{cp} = 20,9 \text{ час}$ , данный показатель является:

- показателем безотказности;
- единичным, так как характеризует только одно свойство – безотказность.

Средний ресурс равен  $T_p = 3216,7$  час, данный показатель является:

- показателем долговечности;
- единичным, так как характеризует только одно свойств – долговечность.

**Пример 3.2.** На испытания поставлено 500 изделий. Результаты определения ресурса представлены в таблице 1.4. По данным испытаний определить гамма-процентный ресурс для  $\gamma = 95 \%$ ,  $90 \%$  и  $80 \%$ .

Таблица 3.1

Результаты испытаний изделий

№№	Интервал времени, час	Количество отказавших изделий n(t)
1	0 – 100	24
2	100 – 200	29
3	200 – 300	35
4	300 – 400	15
5	400 – 500	16
6	500 – 600	20
7	600 – 700	35
8	700 – 800	57
9	800 – 900	133
10	900 – 1000	136

**Решение.** Для определения гамма-процентного ресурса необходимо найти значение наработки, вероятность которой равна 0,95; 0,90; 0,80, согласно формуле

$$P(T_{\gamma}) = \frac{\gamma}{100}$$

Определим количество работоспособных изделий и вероятность безотказной работы на конец каждого временного интервала, результаты расчета сведены в таблицу 3.2.

Таблица 3.2

## Результаты расчета

№ №	Интервал времени, час	Количество отказавших изделий $n(t)$	Количество работоспособных изделий $N(t)$ к концу периода	Вероятность безотказной работы $P(t)$
1	0 – <b>100</b>	24	476	<b>0,952</b>
2	100 – <b>200</b>	29	447	<b>0,894</b>
3	200 – 300	35	412	0,824
4	300 – <b>400</b>	15	397	<b>0,794</b>
5	400 – 500	16	381	0,762
6	500 – 600	20	361	0,722
7	600 – 700	35	326	0,652
8	700 – 800	57	269	0,538
9	800 – 900	133	136	0,272
10	900 – 1000	136	0	0

По представленному расчету вероятностям 0,95; 0,90 и 0,80 соответствуют значения наработки равные 100, 200 и 400 часов соответственно (выделены в таблице 3.2).

**Ответ:** гамма-процентные ресурсы равны  $T_{p95} = 100$  часов;  $T_{p90} = 200$  часов;  $T_{p80} = 400$  часов, показатели являются:

- показателем долговечности;
- единичным, так как характеризует только одно свойство – долговечность.

**Пример 3.3.** В результате наблюдений за работой буровой лебедки получены следующие данные о времени, затраченном на смену тормозных лент, в часах: 2,5; 1,8; 1,8; 2,6;

0,8; 1,2; 0,6; 2,0; 1,6; 3,2. Всего 10 наблюдений. Определить среднее время восстановления буровой лебедки.

**Решение:** Статистическая оценка среднего времени восстановления вычисляется по формуле (3.3)

$$T_{\text{в}} = \frac{\sum_{i=1}^m T_{\text{в}i}}{m} = \frac{2,5+1,8+1,8+2,6+0,8+1,2+0,6+2,0+1,6+3,2}{10} = \frac{18,1}{10} = 1,81 \text{ ч}$$

аса,

**Ответ:** среднее время восстановления равно  $T_{\text{в}} = 1,81 \text{ часа}$ , показатель является:

- показателем ремонтпригодности;
  - единичным, так как характеризует только одно свойств
- ремонтпригодность.

**Пример 3.4.** Определить коэффициент готовности системы при среднем времени восстановления равном 2 часа и средней наработке на отказ равной 100 часов.

**Решение:** Среднее значение коэффициента готовности  $K_{\text{г}}$  вычисляются по формуле (3.4)

$$K_{\text{г}} = \sum_{i=1}^N t_i / \left( \sum_{i=1}^N t_i + \sum_{i=1}^N \tau_i \right) = \frac{100}{100 + 2} = \frac{100}{102} = 0,984.$$

**Ответ:** Коэффициент готовности равен  $K_{\text{г}} = 0,984$ .

- показателем готовности;
- комплексным, так как характеризует безотказность, ремонтпригодность и готовность.

**Пример 3.5.** Определить коэффициент технического использования, если известно, что система эксплуатируется в течение 1 года, годовой фонд времени системы составляет 8760 часов. Время проведения ежегодного техосмотра составляет 20 суток, суммарное время, затраченное на ремонтные работы, составляет 20 часов.

**Решение:** Коэффициент технического использования определяется по формуле (3.5)

$$K_{т.и} = \frac{T_0}{T_0 + \tau_{т.и} + \tau_p + \tau_B} = \frac{8760 - (20 \cdot 24 + 20)}{(8760 - (20 \cdot 24 + 20)) + (20 \cdot 24 + 20)} = 0,943$$

**Ответ:** Коэффициент технического использования равен  $K_{т.и} = 0,943$ , показатель является:

- показателем готовности;
- комплексным, так как характеризует безотказность, ремонтпригодность и готовность.

## 5. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

**Задача 3.1.** На промышленные испытания поставлено 3 насоса. В ходе испытаний у первого насоса было зафиксировано 37 отказа, у второго – 29 отказов, у третьего – 48 отказов. Суммарная наработка на отказ для первого насоса составила 3100 часов, для второго – 2200 часов, для третьего – 2700 часов. Определить среднюю наработку на отказ.

**Задача 3.2.** На эксплуатацию поставлено 250 изделий. На моменты времени  $t_1 - t_7$  зафиксировано определенное количество отказов (таблица 3.3). Остальные изделия не отказали. Определить средний ресурс.

*Таблица 3.3*

$t_i$ , час	50	100	150	200	250	300	350
$n(t_i)$	5	8	11	15	21	31	9

**Задача 3.3.** На промышленные испытания поставлено 3 насоса. В ходе испытаний у первого насоса было зафиксировано 37 отказа, у второго – 29 отказов, у третьего – 48 отказов. Суммарная наработка до отказа для первого насоса составила 3100 часов, для второго – 2200 часов, для третьего – 2700 часов. Определить средний ресурс насоса.

**Задача 3.4.** Длительность проведения технического обслуживания для бурового насоса составляет 45 часов. Межремонтный цикл составляет 2335 часов. Определить коэффициент готовности бурового насоса.

**Задача 3.5.** Какую длительность восстановления работоспособности должен иметь объект с межремонтным циклом

2000 часов, чтобы коэффициент готовности объекта составлял 0,95.

**Задача 3.6.** Определить среднее время восстановления компрессора, если на проведение 5 мелких ремонтов было затрачено 30,5 часа.

**Задача 3.7.** Годовое время работы одной буровой лебедки составляет 3500 часов. За год проводится 4 технических обслуживания продолжительностью 65 часов каждое и 1 средний ремонт продолжительностью 360 часов. Определить коэффициент технического использования буровой лебедки.

**Задача 3.8.** По данным задачи 3.7 определить коэффициент готовности буровой лебедки.

**Задача 3.9.** В ходе наблюдений за работой турбобура были зафиксированы отказы в следующие моменты времени: 110, 167, 284, 365, 512, 650 часов работы. Определить среднюю наработку между отказами турбобура.

**Задача 3.10.** По данным задачи 3.9 определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа за 300 и 600 часов работы.

### **5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:**

1. дайте определение средней наработки до отказа и средней наработки на отказ;
2. какие показатели используются при определении долговечности;
3. как определяются средний и гамма-процентный ресурс;
4. как определяются средний и гамма-процентный срок службы;
5. дайте характеристику показателям ремонтпригодности: вероятности восстановления, интенсивности восстановления, среднему сроку восстановления;
6. дайте характеристику показателям сохраняемости: среднему сроку сохраняемости, гамма-процентному сроку сохраняемости;
7. приведите определение и дайте характеристику коэффициенту готовности;

8. приведите определение и дайте характеристику коэффициенту оперативной готовности;
9. приведите определение и дайте характеристику коэффициенту технического использования;
10. приведите определение и дайте характеристику коэффициенту сохранения эффективности.

## **6. ЛИТЕРАТУРА:**

1. Острейковский В.А. Теория надежности: учебник для вузов. – 2-е изд., испр. – М.: Высшая школа, 2008. – 464 с.



# **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ОБЪЕКТОВ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ЗАКОНАХ РАСПРЕДЕ- ЛЕНИЯ**

## **ЦЕЛЬ РАБОТЫ:**

1. Закрепить теоретические знания, полученные в разделе «Математический аппарат теории надежности».
2. Освоить методику нахождения показателей надежности, подчиняющихся различным законам распределения.
3. Получить практические навыки расчета показателей надежности, которые подчиняются различным законам распределения, на конкретных примерах.

## **1. ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕ- ЛИЧИН**

При решении задач надежности могут использоваться следующие законы распределения: нормальный закон распределения, логарифмически нормальный закон, экспоненциальный закон распределения, распределение Вейбулла и другие.

Нормальный закон распределения является наиболее универсальным, так как он является предельным законом, к которому приближаются другие законы распределения при часто встречающихся типичных условиях.

Нормальному закону распределения подчиняется ряд показателей надежности – суммарная наработка восстанавливаемых изделий до капитального ремонта, время восстановления ремонтируемых изделий и т.п. Для многих восстанавливаемых и невосстанавливаемых изделий наработка на отказ подчиняется нормальному закону.

Закон нормального распределения используется для описания постепенных отказов, когда распределение времени безотказной работы в начале имеет низкую плотность, затем максимальную и далее плотность снижается, т.е. нормальным распределением описывают наработки на отказ элементов и систем вследствие их износа и старения.

Закон экспоненциального распределения случайных величин широко применяется при расчетах надежности элементов электроники. Этот закон описывает надежность работы изделия в период его нормальной эксплуатации, для случая, когда интенсивность отказа величина постоянная, постепенные отказы еще не проявляются и надежность характеризуется внезапными отказами. Отказы вследствие законов старения (коррозии, усталости, изнашивания) не являются внезапными, поэтому данный закон распределения в этом случае применять не рекомендуется.

Экспоненциальным распределением можно описывать время безотказной работы различных изделий: сложных технических систем, эксплуатируемых в период приработки и до появления постепенных отказов; с большим числом последовательно соединенных элементов, если каждый из элементов в отдельности не оказывает влияния на отказы других элементов системы.

В теории надежности используется для описания наработки до отказа и наработки на отказ деталей и узлов в период наступления усталости материала, отказов вследствие изнашивания, отказов подшипников качения и наработки между отказами сложных технических систем, а также процессов восстановления.

В большинстве случаев данное распределение описывает наработку системы с резервированием, время восстановления, а также распределение отказов вследствие износа.

Распределение Вейбулла наиболее широко используется при определении надежности механических систем по результатам эксплуатации или испытаний. Используется при описании усталостной прочности стали, а значит, может быть использовано и для описания изнашивания вследствие многоциклового фрикционной усталости поверхностных слоев деталей машин. Данное распределение является двухпараметрическим универсальным т. к. при изменении параметров оно в пределе может описывать процессы нормального, логарифмически нормального, экспоненциального и др. распределений.

## 2. МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

Непрерывная случайная величина  $X$  имеет нормальный закон распределения (закон Гаусса) с параметрами  $a$  и  $\sigma^2$ , если ее плотность вероятности определяется зависимостью:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad (4.1)$$

где  $a$  – математическое ожидание случайной величины  $M(X)$ ;

$\sigma^2$  – дисперсия  $D(X)$  случайной величины.

Математическое ожидание случайной величины при нормальном законе распределения

$$M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (4.2)$$

Дисперсия случайной величины  $X$

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-a)^2 f(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-a)^2 \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (4.3)$$

Функция распределения случайной величины  $X$  при нормальном законе, определяется по формуле

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right] dx \quad (4.4)$$

Данный интеграл в классе элементарных функций не вычисляется, его можно выразить через функцию Лапласа  $\Phi(x)$  по формуле

$$F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right), \quad (4.5)$$

где  $\Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)$  – функция Лапласа, вычисляемая по таблицам (Приложение 1):

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (4.6)$$

Заменяя случайную величину  $X$  на время  $t$ , вероятность отказа и вероятность безотказной работы можно определить по формулам

$$Q(t) = 0,5 + \Phi\left(\frac{t - M(X)}{\sigma}\right), \quad (4.7)$$

$$R(t) = 0,5 - \Phi\left(\frac{t - M(X)}{\sigma}\right). \quad (4.8)$$

Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал  $[t_1, t_2]$  составит

$$R(t_1 \leq t \leq t_2) = \frac{1}{2} \left[ \Phi\left(\frac{t_1 - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{t_2 - a}{\sigma}\right) \right]. \quad (4.9)$$

Непрерывная случайная величина  $X$  имеет показательный (экспоненциальный) закон распределения с параметром  $\lambda > 0$  с плотностью вероятности

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

Функция распределения случайной величины  $X$ , распределенной по показательному (экспоненциальному) закону определяется по формулам

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (4.11)$$

Математическое ожидание

$$M(X) = \frac{1}{\lambda}. \quad (4.12)$$

Дисперсия

$$D(X) = \frac{1}{\lambda^2}. \quad (4.13)$$

Для экспоненциального распределения математическое ожидание случайной величины равно среднему квадратическому отклонению

$$M(X) = \sigma_x = \frac{1}{\lambda} \quad (4.14)$$

Экспоненциальное распределение является частным случаем распределения Вейбулла и гамма-распределения.

Вероятность безотказной работы и отказа определяется по формуле

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda dt} = e^{-\lambda t}, \quad (4.15)$$

$$Q(t) = 1 - e^{-\int_0^t \lambda dt} = 1 - e^{-\lambda t}. \quad (4.16)$$

Плотность распределения при распределении Вейбулла выражается зависимостью

$$f(x) = \alpha \lambda x^{\alpha-1} e^{-\lambda x^\alpha}, \quad (4.17)$$

где  $\alpha$  – параметр формы кривой распределения;  $\lambda$  – параметр масштаба.

При  $\alpha=1$  экспоненциальное распределение является частным случаем распределения Вейбулла.

Интегральная функция распределения для закона Вейбулла

$$F(x) = 1 - e^{(-\lambda x^\alpha)}. \quad (4.18)$$

Математическое ожидание

$$M(x) = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)}{\lambda^{\frac{1}{\alpha}}}, \quad (4.19)$$

и среднее квадратическое отклонение, соответственно

$$\sigma_{(t)} = \sqrt{\frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)^2}{\lambda^{\frac{2}{\alpha}}}} \quad (4.20)$$

где  $\Gamma$  - гамма-функция.

### 3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Изучить методику расчета показателей надежности, подчиняющихся основным законам распределения

2. Определить исходные данные для расчета показателя и закон распределения случайной величины
3. Рассчитать требуемый показатель по формулам (4.1) - (4.20).
4. Ответить на контрольные вопросы.

#### 4. ОФОРМЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ

**Пример 4.1.** По результатам наблюдений за работой средняя наработка на отказ равна 2000 часов, среднеквадратическое отклонение 400 часов. Определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа для значения наработок 1000, 2500 и 3000 часов, закон распределения отказов – нормальный.

**Решение:** Определяем значение квантили нормированного нормального распределения  $U_p$  по формуле (4.5) и соответствующей ей функции Лапласа.

Для наработки 1000 часов квантиль и функция нормированного нормального распределения соответственно

$$U_p = \frac{t - M_t}{\sigma_t} = \frac{1000 - 2000}{400} = -2,5 ;$$

$$\Phi(U_p) = \Phi(-2,5) = -0,4938.$$

Для наработки 2500 часов

$$U_p = \frac{t - M_t}{\sigma_t} = \frac{2500 - 2000}{400} = 1,25 ;$$

$$\Phi(U_p) = \Phi(1,25) = 0,3944 .$$

Для наработки 3000 часов

$$U_p = \frac{t - M_t}{\sigma_t} = \frac{3000 - 2000}{400} = 2,5 ;$$

$$\Phi(U_p) = \Phi(2,5) = 0,4938 .$$

Вероятность безотказной работы для показателей, подчиняемых закону нормального распределения, определяем по формуле (4.8):

$R(t) = 0,5 - \Phi(U_p) = 0,5 + 0,4938 = 0,9938$  – при наработке 1000 часов;

$R(t) = 0,5 - \Phi(U_p) = 0,5 - 0,3944 = 0,1056$  – при наработке 2500 часов;

$R(t) = 0,5 - \Phi(U_p) = 0,5 - 0,4938 = 0,0062$  – при наработке 3000 часов.

Вероятность отказа определяем по формуле (4.7):

$Q(t) = 0,5 + \Phi(U_p) = 0,5 - 0,4938 = 0,062$  – при наработке 1000 часов;

$Q(t) = 0,5 + \Phi(U_p) = 0,5 + 0,3944 = 0,8944$  – при наработке 2500 часов;

$Q(t) = 0,5 + \Phi(U_p) = 0,5 + 0,4938 = 0,9938$  – при наработке 3000 часов.

**Ответ:** при наработке 1000 часов:  $R(1000) = 0,9938$ ;  $Q(1000) = 0,062$ ; при наработке 2500 часов:  $R(2500) = 0,1056$ ;  $Q(2500) = 0,8944$ ; при наработке 3000 часов  $R(3000) = 0,0062$ ;  $Q(3000) = 0,9938$ .

**Пример 4.2.** На испытания установлено 100 изделий. Средняя наработка на отказ составила 600 часов, коэффициент вариации ресурса 0,1. Определить количество отказавших изделий при наработке 720 часов.

**Решение.** Так как коэффициент вариации равен 0,1 – закон распределения наработки нормальный.

Находим среднее квадратичное отклонение, выразив его из формулы

$$v_x = \frac{\sigma_x}{M_x},$$

$$\sigma_x = v_x \cdot M_x = 0,1 \cdot 600 = 60$$

Для наработки 720 часов квантиль и функция Лапласа соответственно равны:

$$U_p = \frac{t - M_t}{\sigma_t} = \frac{720 - 600}{60} = 2,0 ;$$

$$\Phi(U_p) = \Phi(2,0) = 0,4772.$$

Вероятность отказа при наработке 720 часов определяем по формуле (4.7):

$$Q(t) = 0,5 + \Phi(U_p) = 0,5 + 0,4772 = 0,9772.$$

Количество отказов при наработке 720 часов равно

$$n(t) = Q(t) \cdot N = 0,9772 \cdot 600 = 586,32 \approx 587 \text{ изд.}$$

**Ответ:** 587 изделий.

**Пример 4.3.** Нарботка на отказ испытываемого изделия подчиняется экспоненциальному закону распределения. Интенсивность отказа системы равна  $\lambda = 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$ . Определить вероятность безотказной работы за время 100 часов работы и среднюю наработку на отказ рассматриваемого изделия.

**Решение:** Вероятность безотказной работы определяется по формуле (4.15)

$$P(t) = e^{-\lambda t} = e^{-4,5 \cdot 10^{-5} \cdot 100} = 0,9955.$$

Математическое ожидание средней наработки на отказ определяем по формуле (4.12)

$$M_t = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{4,5 \cdot 10^{-5}} = 22222,2 \text{ час.}$$

**Ответ:**  $P(t) = 0,9955$ ;  $M_t = 22222,2 \text{ час.}$

## 5. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

**Задача 4.1.** По результатам наблюдений за работой объекта средняя наработка до отказа равна 2000 часов, среднеквадратическое отклонение 400 часов. Определить значения наработок до отказа, которые соответствуют вероятности отказа 0,9; 0,5; 0,005. Закон распределения отказов – нормальный.

**Задача 4.2.** Предельно допустимое значение ресурса составляет 7000 часов, среднее квадратическое отклонение 1000 часов. Определить средний ресурс, вероятность отказа и вероятность безотказной работы при 5000 часах.

**Задача 4.3.** В результате изучения процесса изнашивания клыка роторного экскаватора установлено, что средняя величина износа соответствует 5 мм, дисперсия  $0,01 \text{ мм}^2$ . Какова вероятность того, что найденное значение износа превышает среднее, не более чем на 5 %.



**Задача 4.4.** Средняя наработка на отказ соответствует 1500 часам, коэффициент вариации 0,3. Определить показатели надежности для наработок 1000 часов, 2000 часов, 3000 часов.

**Задача 4.5.** Среднее квадратическое отклонение ресурса равно 400 часам, коэффициент вариации 0,3. Определить показатели надежности для наработок 1000 часов, 2000 часов, 3000 часов.

**Задача 4.6.** На испытания установлено 200 задвижек. Через 1000 часов работы отказало 50 задвижек, через 2000 часов еще 20 задвижек. Определить количество отказавших задвижек в промежутке времени от 1500 часов до 3000 часов работы, если среднее квадратическое отклонение ресурса 500 часов.

**Задача 4.7.** На испытания установлено 100 долот. Через 150 часов работы отказало 50 долот, через 50 часов еще 2 долота. Определить количество отказавших долот в промежутке времени от 200 часов до 250 часов работы, если коэффициент вариации ресурса 0,1.

**Задача 4.8.** Минимальная наработка на отказ составляет 3000 часов, средняя наработка 1200 часов. Определить количество отказавших изделий при наработке 9000 часов и характеристики надежности.

**Задача 4.9.** Определить вероятность отказа изделия при наработке 1500 часов, если коэффициент вариации равен 0,2, нижнее предельно-допустимое значение наработки составляет 2000 часов.

**Задача 4.10.** Предельно допустимое значение наработки на отказ составляет 1600 часов, максимальное значение 2000 часов. Определить вероятность отказа при наработке 1200 часов и характеристики данного распределения.

**Задача 4.11.** Нарботка до отказа изделия подчиняется закону Вейбулла с параметрами  $\alpha=1,5$  и  $\lambda=10^{-4}$  1/час. Определить количественные характеристики надежности изделия за время работы изделия 100 час.

**Задача 4.12.** Вероятность безотказной работы автоматической линии изготовления штоков бурового насоса в течение 120 час равна 0,95. Определить интенсивность отказов

линии для момента времени 120 часов и среднее время безотказной работы. Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности.

**Задача 4.13.** Среднее время безотказной работы автоматической системы управления равно 640 час. Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности. Необходимо определить вероятность безотказной работы в течение 120 часов, частоту отказов для момента времени 120 часов и интенсивность отказов.

**Задача 4.14.** Время исправной работы скоростных шарикоподшипников подчинено закону Вейбулла с параметрами  $\alpha=2,6$  ;  $\lambda = 1,65 \cdot 10^{-7}$  1/час. Требуется вычислить количественные характеристики надежности для времени 150 часов и среднее время безотказной работы шарикоподшипников.

**Задача 4.15.** Определить вероятность безотказной работы и интенсивность отказов прибора при  $t = 1300$  часов работы, если при испытаниях получено значение среднего времени безотказной работы  $M_t=1500$  часов и среднее квадратическое отклонение  $\sigma_t= 100$  час.

## **6. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:**

1. Что представляет собой закон распределения случайной величины?
2. Для расчета каких показателей и технических систем применяется нормальный закон распределения?
3. Расчет показателей надежности, подчиняющихся нормальному закону распределения.
4. Для расчета каких показателей и технических систем применяется экспоненциальный закон распределения?
5. Расчет показателей надежности, подчиняющихся экспоненциальному закону распределения.
6. Для расчета каких показателей и технических систем применяется закон распределения Вейбулла?
7. Расчет показателей надежности, подчиняющихся закону распределения Вейбулла.

8. Для расчета каких показателей и технических систем применяется гамма-распределение?
9. Расчет показателей надежности, подчиняющихся гамма-распределению.
10. Для расчета каких показателей и технических систем применяется логарифмически нормальное распределение?
11. Расчет показателей надежности, подчиняющихся логарифмически нормальному распределению.

## **7. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:**

1. Острейковский В.А. Теория надежности: учебник для вузов. – 2-е изд., испр. – М.: Высшая школа, 2008. – 464 с.

# ПРИНЦИПЫ УСТАНОВЛЕНИЯ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

## ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Закрепить теоретические знания, полученные в разделе «Математический аппарат теории надежности» по вопросу «Принципы установления закона распределения случайной величины».
2. Освоить методику определения показателей надежности по статистическим данным надежности неремонтируемых изделий на определенном промежутке времени.
3. Получить практические навыки по определению закона распределения показателей надежности по статистическим данным

## 1. МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ БЕЗОТКАЗНОСТИ НА ОПРЕДЕЛЕННОМ ПРОМЕЖУТКЕ ВРЕМЕНИ И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

На основе представленных статистических данных провести расчет и анализ показателей надежности серии невосстанавливаемых объектов.

Установление закона распределения случайной величины выполняется в следующей последовательности:

Статистической обработке подвергаются данные об отказах и работоспособности изделий. Вся выборка разбивается на интервалы.

Подсчитываются эмпирические частоты. Строится гистограмма. Число интервалов не должно быть велико, чтобы не усложнять расчеты (растет число уравнений с увеличением числа интервалов), и не должно быть мало, т.к. тогда критерий  $\chi^2_{расч}$  не будет эффективным.

По сгруппированным данным рассчитывают основные параметры:  $\bar{x}$ ,  $s$ ,  $\sigma$ .

Строится гистограмма распределения и эмпирическая функция распределения  $F_x$ .

Выдвигается гипотеза о теоретическом распределении и определяются его параметры.

Рассчитываются показатели надежности – вероятность отказа, вероятность безотказной работы и т.д.

Проверяется гипотеза о согласии статистического (эмпирического) распределения с теоретическим по  $\chi^2_{расч}$  критерию или другому.

Строятся графики вероятности безотказной работы, вероятности отказа, интенсивности отказов по теоретическим зависимостям.

Формулируются выводы по работе.

## 2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Исходные данные:

Таблица 5.1

Данные об отказах оборудования

№ объекта	Время на-блюдения	Время отказа, час	Число отказов
1	1150	155, 291, 340, 396, 900, 1145	6
2	1990	90, 180, 460, 853, 1761, 1987	6
3	3020	420, 930, 1213, 1916, 2005, 2774, 3015	7
4	3600	300, 830, 1430, 1933, 2247, 2968, 3220, 3561	8
5	2250	301, 610, 1700, 1900, 2100, 2250	6
6	3000	68, 415, 888, 1231, 1717, 1917, 2090, 2967	8
7	2898	87, 211, 715, 1600, 1903, 2115, 2344, 2898	8
8	2050	60, 280, 395, 470, 850, 1050, 2000	7
9	1350	50, 158, 484, 945, 1120, 1300	6
10	2550	81, 240, 793, 1145, 1781, 1973, 2005, 2500	8

Задание:

1. Установить закон распределения наработки на отказ объекта
2. Построить теоретические зависимости показателей надежности

Решение.

Получение простого статистического ряда

Определяем наработку до отказа по всем объектам. Для этого из каждого последующего времени возникновения отказа вычитаем предыдущее. Для удобства расчетов данные представляем в виде таблицы.

Выстраиваем полученные данные в порядке возрастания. Находим максимальное и минимальное значение из полученного простого статистического ряда.

Таблица 5.2

Нахождение значений наработки на отказ

№ из- делия	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8
1	155	136	49	56	504	245		
2	90	90	280	393	908	226		
3	420	510	283	703	89	769	241	
4	300	530	600	503	314	721	252	341
5	301	309	1090	200	200	150		
6	68	347	473	343	486	200	173	877
7	87	124	504	885	303	212	229	554
8	60	220	115	75	380	200	950	
9	50	108	326	461	175	180		
10	81	159	553	352	636	192	32	495

$$T_{\min} = 32 \text{ ч}$$

$$T_{\max} = 1090 \text{ ч}$$

Определяем диапазон значений или амплитуду статического ряда.

$$\xi = T_{\max} - T_{\min} = 1090 - 32 = 1058 \text{ ч}$$

Обработка статистического ряда.

Количество данных равно 70. Определяем количество интервалов.

$$N = 70$$

$$k = \sqrt{N} = \sqrt{70} \approx 8$$

Определяем длину интервала

$$\Delta T = \frac{\xi}{k} = \frac{1058}{8} = 132,25 \approx 140 \text{ ч}$$

Рассчитываем частоту и накопленную частоту по всем интервалам. Данные сводим в таблицу 5.3.

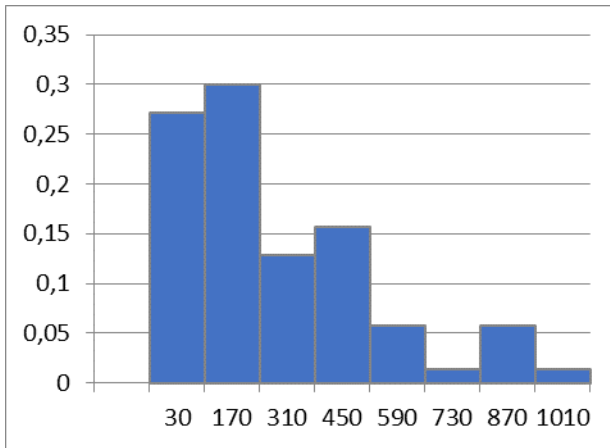
Строим гистограммы по полученным значениям частоты и накопленной частоты.

На основе анализа формы гистограммы по полученным значениям частоты и накопленной частоты можно выдвинуть сложную гипотезу, что наработка на отказ подчиняется закону Вейбулла.

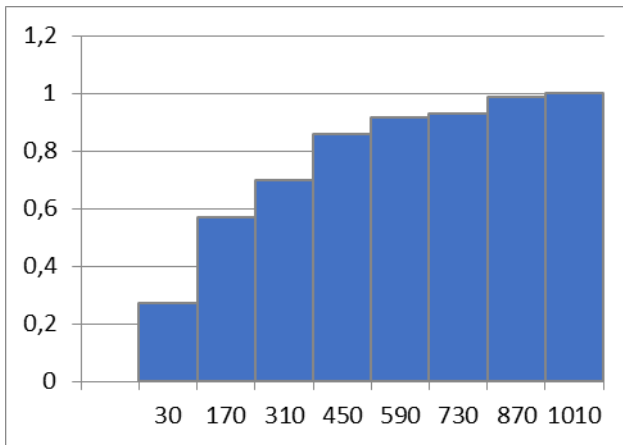
Таблица 5.3

Расчет частоты и накопленной частоты

№ интервала	Начало интервала в час.	Конец интервала в час.	Кол-во изд. отказав. в интервале, $\Delta n_i(\Delta t_i)$	Частота, $\Delta n(\Delta t)/N$	Накопленная частота, $\Sigma(\Delta n(\Delta t)/N)$
1	30	170	19	0,27	0,27
2	170	310	21	0,30	0,57
3	310	450	9	0,13	0,70
4	450	590	11	0,16	0,86
5	590	730	4	0,06	0,91
6	730	870	1	0,01	0,93
7	870	1010	4	0,06	0,99
8	1010	1150	1	0,01	1,00
			$\Sigma=70$	$\Sigma=1,00$	



*Рисунок 5.1 – Гистограмма частоты*



*Рисунок 5.2 – Гистограмма накопленной частоты*

Расчет показателей безотказности по статистическим данным

Определяем количество работоспособных изделий на середину каждого периода по формуле

$$N(t) = N - n(t)$$

Определяем статистическую оценку вероятности безотказной работы на середину каждого периода по формуле

$$\tilde{R}(t) = 1 - \frac{n(t)}{N} = \frac{N(t)}{N}.$$



Определяем количество отказавших деталей нарастающим итогом на середину каждого периода по формуле

$$n(t_{i+1}) = n(t) + \Delta n(t)$$

Определяем статистическую оценку вероятности отказа на середину каждого периода по формуле

$$\tilde{Q}(t) = \frac{n(t)}{N}$$

Определяем статистическую оценку плотности вероятности отказов по формуле

$$\tilde{f}(t) = \frac{\Delta n(t)}{N\Delta t}$$

Результаты расчета для удобства сводим в таблицу 5.4

Таблица 5.4

Расчет показателей безотказности по экспериментальным данным

Начало интервала	Конец интервала	Середина интервала	Количество отказавших изделий в интервале	Количество отказавших изделий на середину интервала	Количество работоспособных изделий на середину интервала	R (t)	Q (t)	f(t)
1	2	3	4	5	6	7	8	9
30	170	100	19	9,5	60,5	0,86	0,14	0,00097
170	310	240	21	29,5	40,5	0,58	0,42	0,00301
310	450	380	9	44,5	25,5	0,36	0,64	0,00454
450	590	520	11	54,5	15,5	0,22	0,78	0,00556
590	730	660	4	62	8	0,11	0,89	0,00633

730	870	800	1	64,5	5,5	0,08	0,92	0,00658
870	1010	940	4	67	3	0,04	0,96	0,00684
1010	1150	1080	1	69,5	0,5	0,01	0,99	0,00709

Строим график зависимости вероятности безотказной работы  $R(t)$  и вероятности отказа  $Q(t)$  по экспериментальным данным.

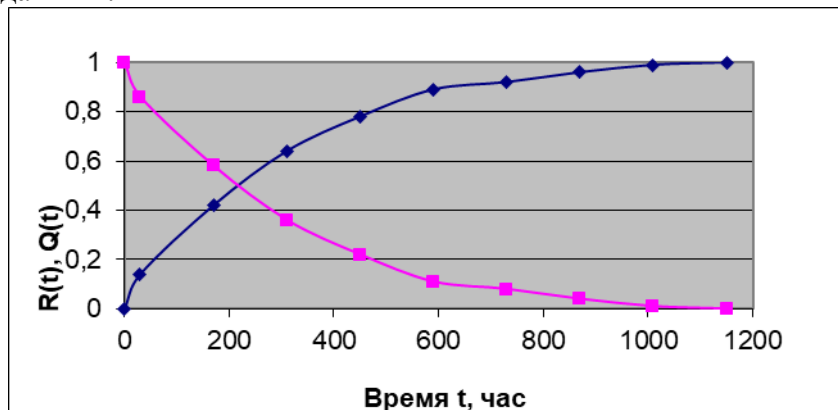


Рисунок 5.3 – График зависимости вероятности безотказной работы и вероятности отказа от времени.

Расчет числовых характеристик наработки до отказа.

Средняя наработка до отказа определяется по формуле:

$$\bar{t} = \frac{\sum n_i \cdot t_{i\text{сеп}}}{N},$$

где  $n_i$  – количество отказов изделий в рассматриваемом интервале;  $t_{i\text{сеп}}$  – середина рассматриваемого интервала.

Таблица 5.5

Промежуточные расчеты средней наработки до отказа

Середина интервала	Количество изделий, отказавших в интервале	$t_{i\text{сеп}} \cdot n_i$	$t_{i\text{сеп}}^2 \cdot n_i$
100	19	1900	190000
240	21	5040	1209600

380	9	3420	1299600
520	11	5720	2974400
660	4	2640	1742400
800	1	800	640000
940	4	3760	3534400
1080	1	1080	1166400
		$\Sigma=24360$	$\Sigma=12756800$

Дисперсия:

$$D = \frac{\sum n_i \cdot t_{icep}^2}{N} - \bar{t}^2 = \frac{12756800}{70} - 348^2 = 61136.$$

$$\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{61136} = 247;$$

$$v = \frac{\sigma}{\bar{t}} = \frac{247}{348} = 0,71.$$

Выбор закона распределения и его параметры.

Выдвигаем гипотезу по закону распределения средней наработки до отказа. Если  $v > 0,5$ , то данная случайная величина подчиняется закону Вейбулла. В данном случае  $0,71 > 0,5$ , следовательно, выбираем закон распределения Вейбулла.

Основная гипотеза  $H_0$  – средняя наработка до отказа подчинена закону Вейбулла.

Основная гипотеза  $H_1$  – средняя наработка до отказа не подчинена закону Вейбулла.

Определяем характеристики закона распределения Вейбулла: коэффициент формы и масштаба. Воспользуемся номограммой на рисунке 5.4.

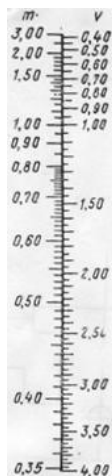


Рисунок 5.4 – Номограмма для определения параметра закона Вейбулла

По рисунку 5.4 определяем параметр  $\alpha$  для соответствующего значения  $v$ , при  $v=0,71$  будет  $\alpha=1,47$ .

Рассчитаем параметр  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{1}{\bar{t}^\alpha} = \frac{1}{348^{1,47}} = 0,0001836$$

Простая гипотеза  $H_0$  – средняя наработка до отказа подчиняется закону Вейбулла с параметрами:  $\alpha=1,47$ ;  $\lambda=0,0001836$ .

Подтверждение гипотезы

Для подтверждения гипотезы используем  $\chi^2$  критерий Пирсона, который характеризует отклонение теоретической кривой от экспериментально наблюдаемой гистограммы

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - n_{i\text{теор}})^2}{n_{i\text{теор}}};$$

При расчете необходимо объединить интервалы с количеством данным менее 5.

Расчет ведем для 8-ти интервалов:

$$n_{imeop} = P_{im} \cdot N, \text{ где}$$

$P_{im}$  – вероятность попадания в интервал от  $t_i$  до  $t_{i+1}$ ;

$$P_{im} = e^{-\lambda t_i} - e^{-\lambda t_{i+1}}$$

Результаты расчета представляем в таблице 5.6.

Таблица 5.6.

Начало интервала	Конец интервала	Середина интервала	Количество изделий отказавших в интервале	$P_{it}$	$n_{it}$	$n_i - n_{it}$	$(n_i - n_{it})^2$	$(n_i - n_{it})^2 / n_{it}$
30	170	100	19	0,294	20,61	-1,61	2,61	0,13
170	310	240	21	0,275	19,28	1,72	2,97	0,15
310	450	380	9	0,198	13,84	-4,84	23,41	1,69
450	590	520	11	0,119	8,30	2,70	7,29	0,88
590	730	660	4	0,063	4,38	-0,38	0,15	0,03
730	870	800	1	0,030	2,09	1,09	1,19	0,57
870	1010	940	4	0,013	0,91	3,09	9,53	10,43
1010	1150	1080	1	0,005	0,37	0,63	0,40	1,07
				$\Sigma = 0,997$				$\Sigma = \chi^2 = 14,95$

$\chi^2$  расчетное равно 14,95.

Сравним  $\chi^2$  расчетное с теоретическим  $\chi^2$  для уровня значимости  $\alpha$  и числа степеней  $r = k - 1 = 8 - 1 = 7$ , где

$k$ —количество интервалов.

В данном случае  $\chi_{\text{теор}}^2(7, 0,01) = 16,622$ .

Так как  $14,95 < 16,622$ , т.е.  $\chi_{\text{расч}}^2 < \chi_{\text{теор}}^2$ , то гипотеза о соответствии наработки до отказа закону Вейбулла с такими параметрами не отвергается.

Расчет показателей безотказности по теоретическим данным

$$M(x) = \bar{t} = \frac{\Gamma(1/\alpha)}{\alpha \cdot \lambda^{1/\alpha}} = \frac{\Gamma(1/1,47)}{1,47 \cdot 0,0001836^{1/1,47}} = 314,86$$

по табл.  $\Gamma(1/1,47) = 1,33$ ;

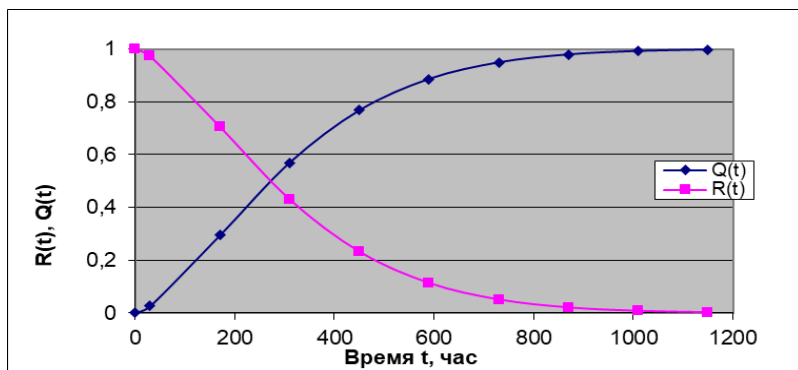
$$D(x) = \frac{2\alpha \cdot \Gamma(2/\alpha) - [\Gamma(1/\alpha)]^2}{\alpha \cdot \lambda^{1/\alpha}} = \frac{2 \cdot 1,47 \cdot 0,89 - [1,33]^2}{1,47 \cdot 0,0001836^{1/1,47}} = 200,68$$

$$f(t) = \alpha \cdot \lambda \cdot t^{\alpha-1} \cdot e^{-\lambda t^\alpha};$$

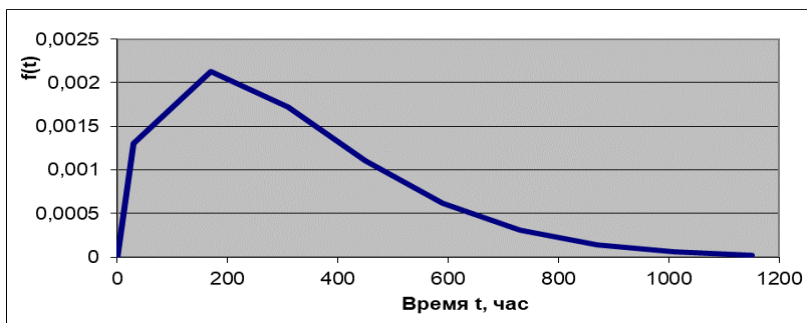
$$R(t) = e^{-\lambda t^\alpha};$$

$$Q(t) = 1 - e^{-\lambda t^\alpha}.$$

$t_i$	$f(t)$	$R(t)$	$Q(t)$
0	0	1	0
30	0,0012990	0,973	0,027
170	0,0021281	0,706	0,294
310	0,0017208	0,430	0,570
450	0,0011079	0,232	0,768
590	0,0006164	0,114	0,886
730	0,0003065	0,051	0,949
870	0,0001389	0,021	0,979
1010	0,0000580	0,008	0,992
1150	0,0000225	0,003	0,997



*Рисунок 5.5 – График теоретической зависимости вероятности безотказной работы и вероятности отказа от времени*



*Рисунок 5.6 – График теоретической зависимости плотности распределения отказов во времени*

### **Контрольные вопросы:**

1. Что такое случайная величина?
2. Какие события являются случайными?
3. Приведите примеры дискретных случайных величин, рассматриваемых в теории надежности.
4. Приведите примеры непрерывных случайных величин, рассматриваемых в теории надежности.
5. Какой вид имеет функция распределения случайной величины?
6. Что такое плотность распределения, математическое ожидание, дисперсия случайной величины,

среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, квантиль, медиана, мода?

7. Что такое статистический ряд?
8. Порядок обработки статистического ряда.
9. Что такое статистическая гипотеза?
10. Для чего применяется критерий согласия?
11. Что такое ошибки первого и второго рода?

**Литература:**

1. Острейковский В.А. Теория надежности: учебник для вузов. – 2-е изд., испр. – М.: Высшая школа, 2008. – 464 с.



# РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

## ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Закрепить теоретические знания, полученные в разделе «Надежность сложных систем».
2. Освоить методику нахождения показателей надежности объектов, представляющих сложные системы.
3. Получить практические навыки расчета показателей надежности сложных систем в зависимости от способа резервирования на конкретных примерах.
4. Получить практические навыки построения систем с резервированием

## 1. ОФОРМЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ

Пример 6.1. Определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа основной системы, состоящей из пяти элементов, если вероятности безотказной работы элементов равны  $P_1(t)=0,98$ ,  $P_2(t)=0,97$ ,  $P_3(t)=0,99$ ,  $P_4(t)=0,98$ ,  $P_5(t)=0,96$ .

Решение: определяем вероятность безотказной работы системы  $P_c(t)$ :

$$P_c(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot \dots \cdot P_5(t) = 0,98 \cdot 0,97 \cdot 0,99 \cdot 0,98 \cdot 0,96 = 0,885$$

вероятность отказа  $Q_c(t)$ :

$$Q_c(t) = 1 - P_c(t) = 1 - 0,885 = 0,115.$$

Ответ:  $P_c(t) = 0,885$   $Q_c = 0,115$ .

Пример 6.2. Определить среднее время безотказной работы системы, если система состоит из трех элементов, среднее время безотказной работы которых равны 400, 200 и 500 часов, закон распределения – экспоненциальный.

Решение: Определим интенсивности отказов элементов:

$$\lambda_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{400} = 0,0025 \text{ 1/час};$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{200} = 0,005 \text{ 1/час};$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{T_3} = \frac{1}{500} = 0,002 \quad 1/\text{час.}$$

Интенсивность отказа системы:

$$\lambda_c = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0,0025 + 0,005 + 0,002 = 0,0095 \quad 1/\text{час.}$$

Наработку до отказа системы:

$$T = \frac{1}{\Lambda} = \frac{1}{0,0095} = 105,3 \text{ час.}$$

**Ответ:**  $T = 105,3 \text{ час.}$

**Пример 6.3.** Система состоит из трёх элементов, вероятность безотказной работы которых в течение 100 часов равны  $P_1(100) = 0,95$ ;  $P_2(100) = 0,99$ ;  $P_3(100) = 0,97$ . Найти среднее время безотказной работы системы, закон распределения – экспоненциальный.

**Решение:** Определим вероятность безотказной работы системы

$$P(100) = P_1(100)P_2(100)P_3(100) = 0,95 \cdot 0,99 \cdot 0,97 = 0,912.$$

Выразим интенсивность отказа системы:

$$\Lambda = -\frac{\ln P(t)}{t} = -\frac{\ln 0,912}{100} = 0,0092.$$

Среднее время безотказной работы системы:

$$T = \frac{1}{\Lambda} = \frac{1}{0,0092} = 1085,6 \text{ час.}$$

**Ответ:**  $T = 1085,6 \text{ час.}$

**Пример 6.4.** Система состоит из 6000 элементов, средняя интенсивность отказов которых  $\lambda_{cp} = 5,4 \cdot 10^{-7}$  1/час. Определить вероятность безотказной работы, вероятность отказа, плотность вероятности времени безотказной работы за время 100 часов, и среднее время безотказной работы.

**Решение:** Интенсивность отказов системы:

$$\Lambda = \sum_{i=1}^n \lambda_i = n\lambda_{cp} = 6000 \cdot 5,4 \cdot 10^{-7} = 3,24 \cdot 10^{-3}.$$

Вероятность безотказной работы:

$$P(t) = \prod_{i=1}^n e^{-\lambda_i t} = e^{-\Lambda t} = e^{-0,00324100} = 0,72$$

Вероятность отказа системы:

$$Q(t) = 1 - P(t) = 1 - 0,72 = 0,28$$

Наработка до отказа системы:

$$T = \frac{1}{\Lambda} = \frac{1}{3,24 \cdot 10^{-3}} = 308,6 \text{ час.}$$

Плотность вероятности времени безотказной работы

$$f(t) = \Lambda \cdot e^{-\Lambda t} = 3,24 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-3,2410^{-3} \cdot 100} = 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ 1/час.}$$

**Пример 6.5.** Система состоит из трех элементов с равной вероятностью безотказной работы равной 0,9. Определить вероятности безотказной работы системы при различных вариантах резервирования.

**Решение:** а) расчет показателей надежности системы без резервирования:

Вероятность безотказной работы системы без резервирования:

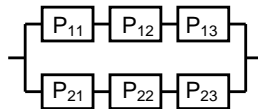
$$P_c(t) = P_i^3(t) = 0,9^3 = 0,729,$$

Вероятность отказа системы без резервирования:

$$Q_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^n P_i(t) = 1 - 0,9^3 = 1 - 0,729 = 0,271$$

б) расчет показателей надежности системы при общем резервировании:

Структурная схема системы с общим резервированием показана на рисунке 6.1.



*Рисунок 6.1 – Схема системы с общим резервированием:*

$P_{11}, P_{12}, P_{13}$  – вероятности безотказной работы элементов основной системы;

$P_{21}, P_{22}, P_{23}$  – вероятности безотказной работы элементов резервной системы

Вероятность отказа системы с общим резервированием:

$$Q_c(t) = Q_{OC}(t) \cdot Q_{PC}(t),$$

где  $Q_{OC}(t)$  – вероятность отказа основной системы;

$Q_{PC}(t)$  – вероятность отказа резервной системы.

Вероятность отказа основной системы определяем:

$$Q_{OC}(t) = 1 - \prod_{i=1}^n P_i(t) = 1 - 0,9^3 = 1 - 0,729 = 0,271.$$

Вероятность отказа резервной системы равна

$$Q_{PC}(t) = 1 - \prod_{i=1}^n P_i(t) = 1 - 0,9^3 = 1 - 0,729 = 0,271.$$

Вероятность отказа системы:

$$Q_c(t) = Q_{OC}(t) \cdot Q_{PC}(t) = 0,271 \cdot 0,271 = 0,073.$$

Вероятность безотказной системы с общим резервированием:

$$P_c(t) = 1 - Q_c(t) = 1 - 0,073 = 0,927.$$

в) расчет показателей надежности системы при поэлементном резервировании:

Структурная схема системы с поэлементным резервированием показана на рисунке 6.2.

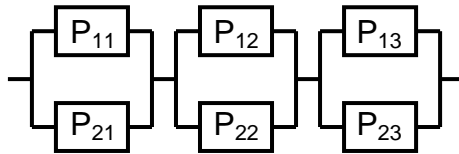


Рисунок 6.2 – Схема системы с поэлементным резервированием:

$P_{11}, P_{12}, P_{13}$  – вероятности безотказной работы основных элементов;

$P_{21}, P_{22}, P_{23}$  – вероятности безотказной работы резервных элементов

Вероятность безотказной работы системы с поэлементным резервированием определяем по формуле (2.6):

$$P_c(t) = P_{11-21}(t) \cdot P_{12-22}(t) \cdot P_{13-23}(t),$$

где  $P_{11-21}(t)$  – вероятность безотказной работы группы из первого основного и резервного элементов;

$P_{12-22}(t)$  – вероятность безотказной работы группы из второго основного и резервного элементов;

$P_{13-23}(t)$  – вероятность безотказной работы группы из третьего основного и резервного элементов.

$$P_{11-21}(t) = 1 - (1 - P_{11}(t)) \cdot (1 - P_{21}(t)) = 1 - (1 - 0,9) \cdot (1 - 0,9) = 1 - 0,01 = 0,99$$

$$P_{12-22}(t) = 1 - (1 - P_{12}(t)) \cdot (1 - P_{22}(t)) = 1 - (1 - 0,9) \cdot (1 - 0,9) = 1 - 0,01 = 0,99$$

$$P_{13-23}(t) = 1 - (1 - P_{13}(t)) \cdot (1 - P_{23}(t)) = 1 - (1 - 0,9) \cdot (1 - 0,9) = 1 - 0,01 = 0,99$$

Вероятность безотказной работы системы с поэлементным резервированием:

$$P_c(t) = P_{11-21}(t) \cdot P_{12-22}(t) \cdot P_{13-23}(t) = 0,99 \cdot 0,99 \cdot 0,99 = 0,97,$$

Так как вероятности безотказной работы групп элементов близки к единице, можно было воспользоваться формулой для приближенного расчёта:

$$P_c(t) = 1 - \sum_{i=1}^n [1 - P_i(t)] = 1 - \sum_{i=1}^3 [1 - 0,99] = 1 - 0,03 = 0,97.$$

Вероятность отказа основной системы определяем по формуле:

$$Q_c(t) = 1 - P_c(t) = 1 - 0,97 = 0,03.$$

**Ответ:** для системы без резервирования:  $P_c(t) = 0,729$ ,  $Q_c(t) = 0,271$ ; для системы с общим резервированием  $P_c(t) = 0,927$ ,  $Q_c(t) = 0,073$ ; для системы с поэлементным резервированием:  $P_c(t) = 0,97$ ,  $Q_c(t) = 0,03$ . Таким образом, максимальная надежность достигается при поэлементном резервировании.

## 2. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

**Задача 6.1.** Определить вероятность безотказной работы системы, состоящей из 500 элементов, если вероятность

безотказной работы каждого элемента в течение времени  $t$  равна  $P(t) = 0,998$ .

**Задача 6.2.** Вероятность безотказной работы системы, состоящей из 150 равнонадежных элементов, в течение времени  $t$  равна  $P_c(t)=0,95$ . Найти вероятность безотказной работы элемента.

**Задача 6.3.** Блок управления состоит из 5000 элементов, средняя интенсивность отказов которых равна  $2,3 \cdot 10^{-6}$  1/час. Определить вероятность безотказной работы в течении  $t = 100$  час и среднее время безотказной работы.

**Задача 6.4.** Система состоит из пяти элементов, среднее время безотказной работы которых равно:  $T_1=104$  час;  $T_2=200$  час;  $T_3=185$  час;  $T_4=350$  час;  $T_5=620$  час. Показатели распределены по экспоненциальному закону. Определить среднее время безотказной работы системы.

**Задача 6.5.** Прибор состоит из пяти блоков. Вероятность безотказной работы каждого блока в течение времени  $t = 50$  час равна:  $P_1(50)=0,98$ ;  $P_2(50)=0,99$ ;  $P_3(50)=0,998$ ;  $P_4(50)=0,975$ ;  $P_5(50)=0,985$ . Справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется найти среднее время безотказной работы прибора.

**Задача 6.6.** Установка состоит из 3000 элементов, средняя интенсивность отказов которых  $3,8 \cdot 10^{-6}$  1/час. Определить вероятность отказа установки в течении  $t = 300$  час и среднее время безотказной работы аппаратуры.

**Задача 6.7.** Объект состоит из 200000 элементов, средняя интенсивность отказов которых  $0,2 \cdot 10^{-6}$  1/час. Определить вероятность безотказной работы системы в течение 240 часов и среднее время безотказной работы.

**Задача 6.8.** Прибор состоит из 5 узлов. Надежность узлов характеризуется вероятностью безотказной работы в течение времени  $t$ , которая равна:  $P_1(t)=0,98$ ;  $P_2(t)=0,99$ ;  $P_3(t)=0,998$ ;  $P_4(t)=0,975$ ;  $P_5(t)=0,985$ . Необходимо определить вероятность безотказной работы прибора.

**Задача 6.9.** Определить количество равнонадежных резервных элементов с вероятностью безотказной работы  $P_1(t)=0,9$ , необходимых для того, чтобы обеспечить вероятность безотказной работы системы равную  $P_c(t)=0,99$ .

**Задача 6.10.** Система состоит из четырех элементов, имеющих интенсивность отказов равную  $\lambda_1 = 2,7 \cdot 10^{-7}$  1/час,  $\lambda_2 = 3,2 \cdot 10^{-7}$  1/час,  $\lambda_3 = 2,1 \cdot 10^{-7}$  1/час,  $\lambda_4 = 4,3 \cdot 10^{-7}$  1/час. Изобразить структурную схему системы и определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа в течение 60 часов при общем резервировании системы.

**Задача 6.11.** Система состоит из четырех элементов, имеющих интенсивность отказов равную  $\lambda_1 = 2,7 \cdot 10^{-7}$  1/час,  $\lambda_2 = 3,2 \cdot 10^{-7}$  1/час,  $\lambda_3 = 2,1 \cdot 10^{-7}$  1/час,  $\lambda_4 = 4,3 \cdot 10^{-7}$  1/час. Изобразить структурную схему системы и определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа в течение 60 часов при поэлементном резервировании системы.

**Задача 6.12.** Система состоит из одного элемента с вероятностью безотказной работы равной 0,93, резервный элемент имеет вероятность безотказной работы 0,95. Определить вероятность безотказной работы системы после замещения основного элемента резервным, сделать вывод.

**Задача 6.13.** Система состоит из трех элементов с вероятностью безотказной работы равной  $P_1(t)=0,9$ ,  $P_2(t)=0,92$ ,  $P_3(t)=0,87$ . Определить вероятности безотказной работы системы при различных вариантах резервирования.

**Задача 6.14.** Определить количество резервных элементов с вероятностью отказа равной 0,05, для того, чтобы вероятность безотказной работы системы была равна  $P_c(t)=0,999$ .

**Задача 6.15** Система состоит из трех элементов с вероятностью безотказной работы равной  $P_1(t)=0,9$ ,  $P_2(t)=0,92$ ,  $P_3(t)=0,87$ . Определить время безотказной работы системы при общем резервировании.

**Задача 6.16** Система состоит из трех элементов с вероятностью безотказной работы равной  $P_1(t)=0,9$ ,  $P_2(t)=0,92$ ,  $P_3(t)=0,87$ . Определить время безотказной работы системы при поэлементном резервировании.

### 3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Дайте характеристику сложной системы.
2. Как рассчитываются показатели надежности системы без резервирования (основной системы)?
3. Что такое резервирование?

4. Какие используются виды резервирования?
5. Дайте определение и характеристику общему и поэлементному резервированию.
6. Дайте определение и характеристику постоянному резервированию и резервированию замещением.
7. Дайте определение и характеристику резервированию с восстановлением и без восстановления.

#### **4. ЛИТЕРАТУРА:**

1. Острейковский В.А. Теория надежности: учебник для вузов. – 2-е изд., испр. – М.: Высшая школа, 2008. – 464 с.
2. Проников А.С. Параметрическая надежность машин. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 560 с.



# ОТКАЗЫ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

## ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Закрепить теоретические знания, полученные в разделе «Надежность сложных систем»
2. Ознакомить с критериями отказов и технических состояний нефтегазового оборудования
3. Привить навыки определения работоспособности объектов и проведения анализа видов, последствий и критичности отказов

## 1. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ АНАЛИЗ ВИДОВ, ПОСЛЕДСТВИЙ И КРИТИЧНОСТИ ОТКАЗОВ ЗАПОРНОЙ АРМАТУРЫ

Анализ видов и последствий отказов (АВПО) – формализованная, контролируемая процедура качественного анализа проекта, технологии изготовления, правил эксплуатации и хранения, системы технического обслуживания и ремонта изделия, заключающаяся в выделении на некотором уровне разукрупнения его структуры возможных (наблюдаемых) отказов разного вида, в прослеживании причинно-следственных связей, обуславливающих их возникновение, и возможных (наблюдаемых) последствий этих отказов на данном и вышестоящих уровнях, а также – в качественной оценке и ранжировании отказов по тяжести их последствий. Анализ видов, последствий и критичности отказов (АВПКО) – процедура АВПО, дополненная оценками показателей критичности анализируемых отказов.

Методика проведения АВПКО:

выявляют возможные виды отказов составных частей и изделия в целом, изучают их причины, механизмы и условия возникновения и развития;

определяют возможные неблагоприятные последствия возникновения выявленных отказов, проводят качественный анализ тяжести последствий отказов и/или количественную оценку их критичности;

составляют и периодически корректируют перечни критических элементов и технологических процессов;

оценивают достаточность предусмотренных средств и методов контроля работоспособности и диагностирования изделий для своевременного обнаружения и локализации его отказов, обосновывают необходимость введения дополнительных средств и методов сигнализации, контроля и диагностирования;

вырабатывают предложения и рекомендации по внесению изменений в конструкцию и/или технологию изготовления изделия и его составных частей, направленные на снижение вероятности и/или тяжести последствий отказов, оценивают эффективность ранее проведенных доработок;

оценивают достаточность предусмотренных в системе технологического обслуживания контрольно-диагностических и профилактических операций, направленных на предупреждение отказов изделий в эксплуатации, вырабатывают предложения по корректировке методов и периодичности технического обслуживания;

анализируют правила поведения персонала в аварийных ситуациях, обусловленных возможными отказами изделий, предусмотренные эксплуатационной документацией, вырабатывают предложения по их совершенствованию или внесению соответствующих изменений в эксплуатационную документацию при их отсутствии;

проводят анализ возможных (наблюдаемых) ошибок персонала при эксплуатации, техническом обслуживании и ремонте изделий, оценивают их возможные последствия, вырабатывают предложения по совершенствованию человеко-машинных интерфейсов и введению дополнительных средств защиты изделий от ошибок персонала, по совершенствованию инструкций по эксплуатации, техническому обслуживанию и ремонту изделий.

### 3. МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Провести анализ видов, последствий и критичности отказов на примере шиберной задвижки, установленной в газораспределительной сети.

По нормативно-технической документации определяем виды отказов и предельных состояний для рассматриваемого объекта.

Критерии предельного состояния и возможные виды их отказов, являющиеся общими для всех типов арматуры, устанавливаются СТО Газпром 2-4.1-212-2008. К ним относятся:

начальная стадия нарушения целостности корпусных деталей (газовая течь);

изменение геометрических форм поверхностей корпусных деталей свыше допустимых как следствие эрозионного и коррозионного разрушений, препятствующих нормальному функционированию арматуры.

К возможным отказам, характерным для всех типов арматуры, относятся:

потеря герметичности по отношению к внешней среде по корпусным деталям, связанная с разрушением;

потеря герметичности по отношению к внешней среде по прокладочным соединениям, уплотнениям и в трубной обвязке;

невыполнение функций «открытия-закрытия»;

потеря герметичности в затворе (сверх допустимых пределов, указанных в эксплуатационной документации).

Критерии отказов шиберных задвижек:

1 Потеря герметичности по отношению к внешней среде по корпусным деталям:

а) разрушение, с выбросом рабочей среды в атмосферу;

б) разрушение уплотнительных поверхностей корпусных деталей;

в) потение, капельная течь.

2 Потеря герметичности по отношению к внешней среде по сальниковому уплотнению:

а) разрушение сальника, с выбросом рабочей среды в атмосферу;

б) потеря герметичности в сальнике, не устранимая подтяжкой.

3 Потеря герметичности по отношению к внешней среде по неподвижным соединениям:

а) разрушение уплотнительного элемента;

б) потеря герметичности, устранимая подтяжкой.

4 Потеря герметичности в затворе сверх допустимых пределов, указанных в эксплуатационной документации.

5 Невыполнение функции «закрыто».

6 Невыполнение функции «открыто».

Критериями предельного состояния задвижек являются: начальная стадия нарушения целостности корпусных деталей (потение, капельная течь);

достижение назначенных показателей;

разрушение основного материала и сварных соединений корпусных деталей;

изменения геометрических размеров и состояния поверхностей внутренних деталей, в том числе и корпусных, влияющих на функционирование задвижек, в результате эрозийного, коррозионного и кавитационного разрушений;

превышение крутящего момента, необходимого для открытия (закрытия) задвижек более чем на 10%, приводящее к срабатыванию муфт ограничения крутящих моментов электропривода.

Критерии предельного состояния электроприводов указаны в нормативно-технической документации на электропривода.

*Для дальнейшего анализа возьмем один из критериев отказа шиберной задвижки – потеря герметичности в затворе сверх допустимых пределов, указанных в эксплуатационной документации в результате газообразного износа уплотнительных поверхностей.*

Установление категории тяжести последствий отказов

Тяжесть последствий отказов устанавливается на основе анализа категории по таблице 7.1.

Таблица 7.1

Категория тяжести последствий отказов	Характеристика тяжести последствий отказов
IV	Отказ, который быстро и с высокой вероятностью может повлечь за собой значительный ущерб для самого объекта и/или окружающей среды, гибель или тяжелые травмы людей, срыв выполнения поставленной задачи
III	Отказ, который быстро и с высокой вероятностью может повлечь за собой значительный ущерб для самого объекта и/или для окружающей среды, срыв выполняемой задачи, но создает пренебрежимо малую угрозу жизни и здоровью людей
II	Отказ, который может повлечь задержку выполнения задачи, снижение готовности и эффективности объекта, но не представляет опасности для окружающей среды, самого объекта и здоровья людей
I	Отказ, который может повлечь снижение качества функционирования объекта, но не представляет опасности для окружающей среды, самого объекта и здоровья людей

Принимаем категорию тяжести II, так как рассматриваемый вид отказа не приводит к значительному ущербу для самого объекта или для окружающей среды.

Определяем тяжесть последствий отказа

Определяем тяжесть последствий по таблице 7.2.

Таблица 7.2

Пример матрицы «Вероятность отказа - тяжесть последствий» для ранжирования отказов при АВПО

Ожидаемая частота возникновения	Тяжесть последствий			
	Катастрофический отказ (категория IV)	Критический отказ (категория III)	Некритический отказ (категория II)	Отказ с пренебрежимо малыми последствиями (категория I)
Частый от-	A	A	A	C

каз				
Вероятный отказ	A	A	B	C
Возможный отказ	A	B	B	D
Редкий отказ	A	B	C	D
Практически невероятный отказ	B	C	C	D

Ранги отказов:

A - обязателен углубленный количественный анализ критичности,

B - желателен количественный анализ критичности,

C - можно ограничиться качественным анализом,

D - анализ не требуется.

Износ затвора является вероятным отказом, поэтому для шибберных задвижек характерен ранг A или B, поэтому необходим количественный анализ критичности.

Анализ качественной оценки частоты отказов

Анализ качественной оценки частоты отказов проводится в соответствии с таблицей 7.3.

Таблица 7.3

Качественные оценки частоты отказов

Виды отказов по частоте	Качественное описание частоты для	
	индивидуального изделия	совокупности изделий
Частый отказ	Вероятно частое возникновение	Наблюдается постоянно
Вероятный отказ	Будет наблюдаться несколько раз за срок службы изделия	Вероятно частое возникновение
Возможный отказ	Возможно одно наблюдение	Наблюдается несколько раз
Редкий отказ	Отказ маловероятен, но возможен хотя бы раз за срок службы	Вполне возможен хотя бы один раз
Практически невероятный отказ	Отказ настолько маловероятен, что вряд ли будет наблюдаться даже один раз за срок службы	Отказ маловероятен, но возможен хотя бы один раз

Износ шибера происходит несколько раз за срок службы изделия, поэтому данный вид отказа является вероятным.

Определение балльных оценок критичности отказов

Критичность отказа  $C$  рассчитывают как произведение  $C = B1 \cdot B2 \cdot B3$ , входящие в которое сомножители оценивают в баллах с использованием таблицы B1.

Таблица 7.4

Оценки вероятностей отказов в баллах B1

Виды отказов по вероятности возникновения за время эксплуатации	Ожидаемая вероятность отказов, оцененная расчетом или экспериментным путем	Оценка вероятности отказа в баллах B1
Отказ практически невероятен	Менее 0,00005	1
Отказ маловероятен	От 0,00005 до 0,001	2
Отказ имеет малую вероятность, обусловленную только точностью расчета	От 0,001 до 0,005	3
Умеренная вероятность отказа	От 0,005 до 0,001	4
Отказы возможны, но при испытаниях или в эксплуатации аналогичных изделий не наблюдались	От 0,001 до 0,005	5
Отказы возможны, наблюдались при испытаниях и в эксплуатации аналогичных изделий	От 0,001 до 0,005	6
Отказы вполне вероятны	От 0,005 до 0,01	7
Высокая вероятность отказов	От 0,01 до 0,10	8
Вероятны повторные отказы	Более 0,11	10

Таблица 7.5

Оценки последствий отказов B2

Описание последствий отказов	Оценка последствий в баллах B2
Отказ не приводит к заметным последствиям, потре-	1

битель, вероятно, не обнаружит наличие неисправности	
Последствия отказа незначительны, но потребитель может выразить неудовольствие его появлением	2-3
Отказ приводит к заметному для потребителя снижению эксплуатационных характеристик и/или к неудобству применения изделия	4-6
Высокая степень недовольства потребителя, изделие не может быть использовано по назначению, но угрозы безопасности отказ не представляет	7-8
Отказ представляет угрозу безопасности людей или окружающей среды	9-10

Таблица 7.6

Оценка вероятности обнаружения отказа до поставки изделия потребителю ВЗ

Виды отказов по вероятности обнаружения до поставки	Вероятность обнаружения отказа, оцененная расчетным или экспертным путем	Оценка вероятности в баллах
Очень высокая вероятность выявления отказа при контроле, сборке, испытаниях	Более 0,95	1
Высокая вероятность выявления отказа при контроле, сборке, испытаниях	От 0,95 до 0,85	2-3
Умеренная вероятность выявления отказа при контроле, сборке, испытаниях	От 0,85 до 0,45	4-6
Высокая вероятность поставки потребителю дефектного изделия	От 0,45 до 0,25	7-8
Очень высокая вероятность поставки потребителю дефектного изделия	Менее 0,25	9-10

Критичность отказа  $C=4 \cdot (7-8) \cdot 1=28-32$



Оформление рабочего листа для проведения АВПО  
 Оформление производится по форме, представленной в  
 таблице 7.7 и таблице 7.8.

Таблица 7.7

Форма рабочего листа для проведения АВПО

Код эле- мен- та (фун- кции)	На- имено- вание эле- мента (функ- ции)	Вид (описа- ние) отказа	Возмож- ные причи- ны отказа	Последствия отказа			Спо- собы и сред- ства обна- руже- ния лока- лиза- ции отказа	Реко- мнда- ции по преду- ждению (сниже- нию инию)	Кате- гория по тяже- сти послед- ствий отказа
				на рас- сматри- ваемом уровне	на выше- стоящем уровне	на уровне изделия			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Затвор ши- берной задвиг- ки	Износ уплот- нитель- ной поверх- ности	Газоаб- разив- ное изна- шивание и изна- шивание при трении металл по ме- таллу	Потеря перека- чивае- мого продук- та	Нарушение работоспо- собности газорас- предели- тельной системы	Потеря работо- способ- ности	Диаг- нос- тика утеч- ки среды	Свое- времен- ное вы- явление отказа	А или В

#### 4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Какие признаки положены в основу классификации отказов?
2. Дайте определения постепенным и внезапным отказам.
3. Приведите классификацию отказов по причинам возникновения.
4. Какие законы используются для построения модели постепенных отказов?
5. Какие законы используются при построении модели внезапных отказов?
6. Какие отказы характерны для деталей и узлов нефтегазового оборудования?

# ПЛАНИРОВАНИЕ ИСПЫТАНИЙ НА НАДЕЖНОСТЬ

## ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Закрепить теоретические знания, полученные в разделе «Испытания на надежность»
2. Ознакомить с видами испытаний на надежность
3. Привить навыки разработки плана проведения испытаний на надежность;
4. Получить практические навыки обработки результатов испытаний.

## 1. ПРИМЕРЫ СОСТАВЛЕНИЯ ПЛАНОВ ИСПЫТАНИЙ

**Пример 8.1.** Определить число изделий, которое необходимо поставить на испытания или получить число отказов в процессе испытаний, чтобы подтвердить оценки параметров, соответствующие требованиям технического задания. Исходные данные для планирования испытаний:  $\alpha=0,2$ ;  $\beta=0,1$ ;  $T_0=200$  ч;  $T_0/T_1=1,9$ . Экспоненциальный закон распределения работки для фиксированного объема.

### Решение.

По значению  $T_0/T_1=1,9$  из таблицы для  $\chi^2$ -распределения и заданным значениям  $\alpha=0,2$ ;  $\beta=0,1$  находим  $\chi_{0,8}^2=16,31$ ;  $\chi_{0,1}^2=30,8$ ;  $2n=22$ . Следовательно, объем выборки равен  $n=11$ .

Если в результате испытаний до появления одиннадцатого отказа полученное опытное значение работки до отказа  $t$  удовлетворяет условию

$$t \geq \frac{T_0 \chi_{0,1}^2(22)}{22} = \frac{200 \cdot 16,31}{22} = 148 \text{ ч},$$

то надежность проверяемой партии изделий соответствует требованиям ТЗ. Отсюда суммарное время испытаний должно быть равно:

$$S_n = tn = 148 \cdot 11 = 1628 \text{ ч}.$$

**Пример 8.2.** Определить число насосных агрегатов по гидроразрыву пласта и суммарный объем испытаний, прини-

мая во внимание, что отказы во время испытаний за время  $tn$  допускаются. Исходные данные для планирования испытаний:  $\alpha=0,1$ ;  $t=3$  ч;  $T_0=600$  ч. Экспоненциальный закон распределения наработки для фиксированного объема.

**Решение.**

Вычисляем объем выборки (число агрегатов)

$$n = \frac{T_0 |\ln(1-\alpha)|}{t} = \frac{600}{3} |\ln(0,9)| = 21.$$

Следовательно, объем выборки  $n=21$ . Отсюда суммарное время испытаний без отказов должно быть

$$S_n = tn = 21 \cdot 3 = 63 \text{ ч}$$

Полученное суммарное время работы без отказов может быть отработано одним или несколькими агрегатами.

**Пример 8.3.** Определить в процессе испытаний число отказов насосных агрегатов по гидроразрыву пласта и суммарный объем испытаний для получения оценок параметров, соответствующих требованиям технического задания. Исходные данные для планирования испытаний:  $\alpha=\beta=0,1$ ;  $T_1=600$  ч;  $T_0=800$  ч. Экспоненциальный закон распределения наработки для фиксированного объема.

**Решение.**

По значению  $T_0/T_1=1,33$  из таблицы для  $\chi^2$ -распределения и заданным значениям  $\alpha=0,1$ ;  $\beta=0,1$  находим  $\chi_{0,1}^2=172,42$ ;  $\chi_{0,9}^2=128,16$ ;  $2n=150$ . Следовательно, объем выборки (число отказов) равен  $n=75$ .

Определяем опытное значение наработки на отказ:

$$t = \frac{T_1 \chi_{\beta}^2(2n)}{2n} = \frac{600 \cdot 172,42}{150} = 689,68 \text{ ч}.$$

Отсюда суммарное время испытаний для подтверждения минимальной наработки до отказа  $T_1=600$  ч при числе отказов  $n=75$  должно быть равно

$$S_n = tn = 75 \cdot 689,68 = 51725 \text{ ч}.$$

## 2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие существуют виды испытаний на надежность?

2. Приведите цель определительных испытаний.
3. Какие особенности имеют контрольные испытания?
4. Какие принципы используются при проектировании ускоренных испытаний?
5. Дайте характеристику проведения сокращенных и форсированных испытаний.
6. В каких случаях применяются специальные виды испытаний на надежность?
7. В чем особенность проведения испытаний на надежность при отказах вследствие износа?

Таблица нормированной функции Лапласа

$$\Phi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^U e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{U}{\sqrt{2}}\right)$$

	0										
.0	000	0,0	,00399	,00798	,01197	1595	1994	2892	2790	3188	3586
.1	83	039	4380	4776	5172	5567	5962	6356	6749	7142	7535
.2	26	079	8317	8706	9095	9483	9871	0257	0642	1026	1409
.3	91	117	2172	2552	2930	3307	3683	4058	4431	4803	5173
.4	42	155	5910	6276	6640	7003	7364	7724	8082	8439	8793
.5	46	191	9497	9847	0194	0540	0884	1226	1566	1904	2240
.6	75	225	2907	3237	3565	3891	4215	4537	4857	5175	5490
.7	04	258	6115	6424	6730	7035	7337	7637	7935	8230	8524
.8	14	288	9103	9389	9673	9955	0234	0511	0785	1057	1327
.9	94	315	1859	2121	2381	2639	2894	3147	3398	3646	3891
.0	34	341	4375	4614	4850	5083	5314	5543	5769	5993	6214
.1	33	364	6650	6864	7076	7286	7493	7698	7900	8100	8298
.2	93	384	8686	8877	9065	9251	9435	9617	9796	9973	0147
.3	20	403	0490	0658	0824	0988	1149	1308	1466	1621	1774
.4	24	419	2073	2220	2364	2507	2647	2786	2922	3056	3189
.5	19	433	3448	3574	3699	3822	3943	4062	4179	4295	4408
.6	20	445	4630	4738	4845	4950	5053	5154	5254	5352	5449

,7	43	455	5637	5728	5818	5907	5994	6080	6164	6246	6327
,8	07	464	6485	6562	6638	6712	6784	6856	6926	6995	7062
,9	28	471	7193	7257	7320	7381	7441	7500	7558	7615	7670
,0	25	477	7778	7831	7882	7932	7982	8030	8077	8124	8169
	14	482	8257	8300	8341	8382	8422	8461	8500	8537	8574
	10	486	8645	8679	8713	8745	8778	8809	8840	8870	8899
	28	489	8956	8983	9010	9036	9061	9086	9111	9134	9158
	80	491	9202	9224	9245	9266	9286	9305	9324	9343	9361
	79	493	9396	9413	9430	9446	9461	9477	9422	9506	9520
	34	495	9547	9560	9573	9585	9598	9609	9621	9632	9643
	53	496	9664	9674	9683	9693	9702	9711	9720	9728	9736
	44	497	9752	9760	9767	9774	9781	9788	9795	9801	9807
	13	498	9819	9825	9831	9336	9841	9846	9851	9856	9861
,0	65	498									
,5	7674	499									
,0	9683	499									
,5	9966	499									
,0	9997133	499									

\*  $\Phi(U)$  - обозначается функция Лапласа.

erf - функция ошибок

Квантили хи-квадрат распределения

/a	,99	,98	,95	,90	,80	,20	,10	,05	,02	,01	,001
	,00016	,00063	,00393	,0158	,0642	,642	,706	,841	,412	,635	0,827
	,0201	,0404	,103	,211	,446	,219	,605	,991	,824	,210	3,815
	,115	,185	,352	,584	,005	,642	,251	,815	,837	1,341	6,268
	,297	,429	,711	,064	,649	,989	,779	,488	1,668	3,277	8,465
	,554	,752	,145	,610	,343	,289	,236	1,070	3,388	5,086	0,517
	,872	,134	,635	,204	,070	,558	0,645	2,592	5,033	6,812	2,457
	,239	,564	,167	,833	,822	,803	2,017	4,067	6,622	8,475	4,322
	,646	,032	,733	,490	,594	1,030	3,362	5,507	8,679	0,090	6,125
	,088	,532	,325	,168	,380	2,242	4,684	6,919	9,679	1,666	7,877
0	,588	,059	,940	,865	,179	3,442	5,987	8,307	1,161	3,209	9,588
1	,053	,609	,575	,578	,989	4,631	7,275	9,675	2,618	4,725	1,264
2	,571	,178	,226	,304	,807	5,812	8,549	1,026	4,054	6,217	2,909
3	,107	,765	,892	,042	,634	6,985	9,812	2,362	5,472	7,688	4,528
4	,660	,368	,571	,790	,467	8,151	1,064	3,685	6,873	9,141	6,123
5	,229	,985	,262	,547	0,307	9,311	2,307	4,996	8,259	0,578	7,697
6	,812	,614	,962	,312	1,152	0,465	3,542	6,296	9,633	2,000	9,252
7	,408	,255	,672	0,085	2,002	1,615	4,769	7,587	0,995	3,409	0,790
8	,015	,906	,390	0,865	2,857	2,760	5,989	8,869	2,346	4,805	2,312
9	,633	,567	0,117	1,651	3,716	3,900	7,204	0,144	3,687	6,191	3,820

0	,260	,237	0,851	2,443	4,578	5,038	8,412	1,410	5,020	7,566	5,315
1	,897	,915	1,591	3,240	5,445	6,171	9,615	2,671	6,343	8,932	6,797
2	,542	0,600	2,338	4,041	6,314	7,301	0,813	3,924	7,659	0,289	8,268
3	0,196	1,298	3,091	4,848	7,187	8,429	2,007	5,172	8,968	1,638	9,728
4	0,856	1,992	3,848	5,659	8,062	9,553	3,196	6,415	0,270	2,980	1,179
5	1,542	2,697	4,611	6,473	8,940	0,675	4,382	7,652	1,566	4,314	2,620
6	2,198	3,409	5,379	7,292	9,820	1,795	5,563	8,885	2,856	5,642	4,052
7	2,879	4,125	6,151	8,114	0,703	2,912	6,741	0,113	4,140	6,963	5,476
8	3,565	4,847	6,928	8,939	1,588	4,027	7,916	1,337	5,419	8,278	6,893
9	4,256	5,574	7,708	9,768	2,475	5,139	9,087	2,557	6,693	9,588	8,302
0	4,953	6,306	8,493	0,599	3,364	6,250	0,256	3,773	7,962	0,892	9,703



А.В. Шальков

# **ОСНОВЫ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ И ДИАГНОСТИКИ**

Учебное пособие

Печатается в авторской редакции

Сверстано и отпечатано в филиале КузГТУ в г. Прокопьевске  
653039, г. Прокопьевск, ул. Ноградская, 19а

Подписано в печать \_\_\_\_\_. Отпечатано на ризографе.  
Формат 60x84 1/16. Объем \_\_\_ п. л. Тираж \_\_\_\_\_ экз. Заказ \_\_\_\_\_.