МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«КУЗБАССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Т.Ф. ГОРБАЧЕВА»

М.Т. Кобылянский

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ, ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

Учебное пособие

Рекомендовано учебно-методической комиссией
направления подготовки 190600.62 «Эксплуатация
транспортно-технологических машин и комплексов»
в качестве электронного учебного пособия

Кемерово 2013

Рецензенты:

Шумкина Т. Ф. - доцент.	кафедры	Начертательная геометрия и графика
Подгорный А. И. - председатель	Учебно-методической комиссии направления подготовки	190600.62 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов»

Михаил Трофимович Кобылянский. Начертательная геометрия, инженерная графика. [Электронный ресурс]**:** учебное пособие для студентов всех технических специальностей и направлений очной формы обучения / М. Т. Кобылянский – Электрон. дан. – Кемерово : КузГТУ, 2013. – 1 электрон. опт. диск (CD-RW) ; зв. ; цв. ; 12 см. – Систем. требования : Pentium IV ; ОЗУ 8 Мб ; Windows 95 ; (CD-ROM-дисковод) ; мышь. - Загл. с экрана.

В работе в краткой форме представлен теоретический материал по указанной дисциплине. Темы приводятся в порядке возрастания сложности. Основные вопросы изложены по пунктам, сопровождаются определениями ключевых понятий и алгоритмами решения. Все темы содержат графические примеры с различными вариантами расположения геометрических образов. Методическая разработка может быть полезна для самостоятельной работы студентов и закрепления прочитанного на лекции материала.

ВВЕДЕНИЕ

Начертательная геометрия – наука, изучающая закономерности изображения на плоскости пространственных объектов и решения пространственных задач проекционно-графическими методами.

Начертательную геометрию из двух ветвей геометрии выделяет то обстоятельство, что она для решения общегеометрических задач использует графический путь, при котором геометрические свойства фигур изучаются непосредственно по чертежу. В то время как в других направлениях геометрии чертеж является вспомогательным средством, так как с помощью чертежа лишь иллюстрируются свойства объектов, в начертательной геометрии чертёж служит основным средством изучения свойств фигур.

Начертательная геометрия как наука и как предмет изучения имеет свою цель, метод и содержание.

Цель начертательной геометрии, как и геометрии вообще, - изучение пространственных форм объектов окружающего нас мира и взаимоотношений этих форм, познание соответствующих закономерностей и применение их к решению практических задач.

Основным **средством** изучения геометрических свойств предметов в начертательной геометрии является изображение этих предметов. Однако существуют изображения, которые являются лишь иллюстрационным, дополнительным материалом и не соответствуют полностью геометрическим формам объектов, не отражают геометрических свойств предметов.

Для изучения геометрических свойств предмета необходимо иметь такое изображение, по которому можно определить все геометрические элементы изображаемого оригинала. Изображение, по которому можно определить взаимопринадлежность или, иначе, позиционную взаимосвязь элементов объекта, называют полным изображением. Если же по изображению можно кроме того определить размеры объекта, то изображение является метрически определённым.

Проекционное изображение, по которому можно восстановить объект, является чертежом. Чертёж отличается от других изображений тем, что он построен по правилам начертательной геометрии, а также, согласно действующим стандартам ЕСКД и в соответствии с этими правилами, позволяет определить геометрические свойства изображаемого объекта. Таким образом, чертёж является носителем геометрических свойств изображаемого объекта.

Основные **требования** к чертежам:

1. Чертёж должен быть наглядным (давать пространственное представление о предмете).

2. Чертёж должен быть обратимым (по нему должны быть восстановлены формы и размеры предмета).

3. Чертёж должен быть простым, с точки зрения графического оформления.

4. Графические операции должны давать достаточно точные решения.

Проекционный метод построения изображений является основным методом начертательной геометрии. Этим методом начертательная геометрия отличается от всех остальных ветвей геометрии.

Цель и метод начертательной геометрии определяют её **задачи** (содержание):

1. Изучение способов построения изображений как существующих, так и вновь создаваемых предметов.

2. Изучение способов определения при помощи чертежа формы и размеров предмета (чтение чертежа).

3. Изучение графических способов решения геометрических задач на плоскости.

4. Приложение способов начертательной геометрии к исследованию практических и теоретических задач науки и техники.

Следует отметить, что в начертательной геометрии сравнительно мало новых терминов, теорем, доказательств. Поэтому, чтобы знать этот предмет, нужно заниматься им систематически, так как любая неизученная тема не позволит понять следующий материал. Очень важно изучить терминологию начертательной геометрии. В процессе изучения вместе с пониманием этого предмета развивается и абстрактное мышление, которое необходимо будущему инженеру.

В учебном пособии учащиеся встретятся с рассмотрением решений не только типовых геометрических задач на формирование и изображение поверхностей геометрических форм, но и познакомятся с процессом решения конкретных задач каждой темы курса начертательной геометрии.

При изложении материала автор стремился привести в соответствие объем учебного пособия с количеством часов, предусмотренных современным учебным планом для преподавания начертательной геометрии. Таковы характерные черты предлагаемого курса начертательной геометрии.

Изучение начертательной геометрии развивает геометрическую логику и пространственное представление, способность мыслить пространственными образами. Эта способность необходима любому инженеру, поскольку инженерная деятельность связана с разработкой и проектированием пространственных объектов и их плоскостным изображением. Таким образом, начертательная геометрия является одним из существенных элементов профессиональной квалификации инженера.

Тема № 1

1. Предмет начертательной геометрии

- НГ входит в число дисциплин, составляющих основу инженерного образования.
- Основоположником НГ как науки является французский инженер Гаспар Монж (1746-1818).

Опр.: НГ – наука, изучающая закономерности изображения на плоскости пространственных форм и решения пространственных задач проекционно – графическими методами.

НГ – грамматика чертежа.

Чертеж Гаспар Монж назвал языком техники.

В России лекции по НГ начали читаться в 1810 г. в Петербургском институте корпуса инженеров путей сообщения.

Развитие машиностроения, обмен чертежами между предприятиями, международные связи, подготовка технических кадров требовали установления единой системы правил и приемов выполнения чертежей.

В 1928 г. в СССР разработана единая система ОСТ.

В настоящее время применяются ГОСТы, ЕСКД.

Задачи НГ

1. НГ учит правильно составлять чертеж, т.е. знакомит с методами изображений на плоскости.
2. Учит правильно читать чертеж, т.е. изучает способы определения формы и размеров предмета по чертежу.
3. Изучает способы графических решений задач на плоскости.
4. Развивает пространственное мышление.

Основные требования к чертежам

1. Чертеж должен быть наглядным, т.е. давать пространственное представление о предмете.
2. Чертеж должен быть обратимым, т.е. по нему должны быть восстановлены формы и размеры предмета.
3. Чертеж должен быть простым с точки зрения графического оформления.
4. Графические операции должны давать достаточно точные решения.

В НГ каждый чертеж выполняется при помощи методов проецирования, поэтому такие чертежи называются проекционными.

2. Методы проекций.

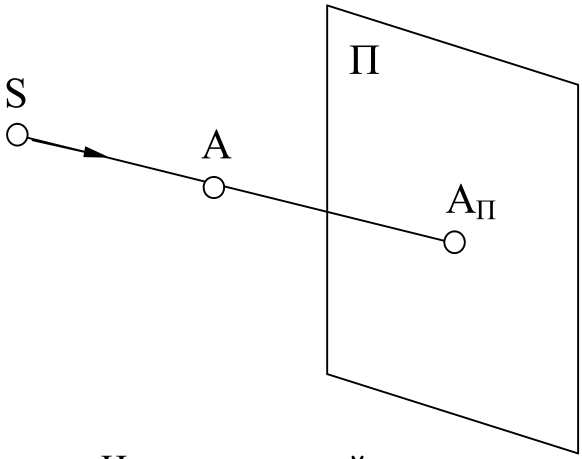
Все правила построения образов в НГ основаны на методах проекций.

Основные методы проекций

1. Центральная проекция (коническая).
2. Параллельная проекция (цилиндрическая).
3. Аксонометрическая проекция.
4. Проекция с числовыми отметками.

Центральная проекция

Центральное проецирование является наиболее общим случаем получения проекций геометрических фигур.

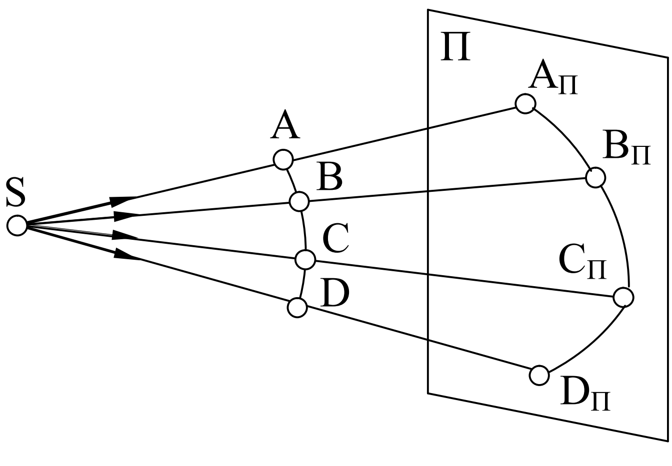


П – плоскость проекций
S – центр проекций
A – геометрический образ (точка в пространстве)
$A_{П}$ – центральная проекция точки A
S, П – аппарат проекций
S, $A_{П}$ – проецирующий луч

Центр проекций взят в произвольно выбранной, но не бесконечно удаленной точке.

Опр.: Центральная проекция точки есть точка пересечения проецирующего луча с плоскостью проекций.

Проекцию линии можно построить, проецируя из центра S ряд точек, ей принадлежащих.



Проецирующие лучи SA, SB, SC, SD образуют в совокупности коническую поверхность. Отсюда и название метода.

Вид и размеры центральной проекции меняются в зависимости от положения плоскости проекций относительно центра и геометрического образа (точки, линии и т.п.).

Основными и неизменными свойствами (инвариантами) центральных проекций являются следующие:

1. Проекций точки является точка.

2. Проекций прямой является прямая.

3. Точка, лежащая на прямой, проецируется в точку, лежащую на проекции этой прямой.

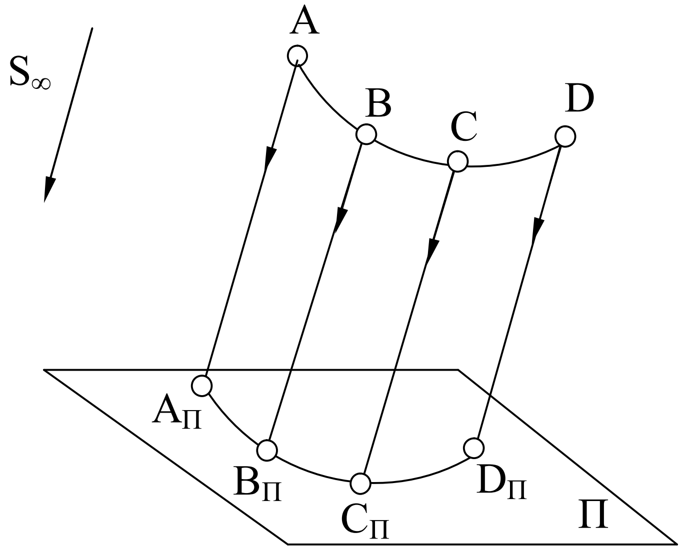
Достоинство метода: наглядность, т.к. процесс человеческого зрения в геометрическом отношении совпадает с операцией центрального проецирования.

Недостаток: значительные искажения форм и размеров оригинала.

Метод центрального проецирования применяется в основном при построении перспективных проекций в строительстве и архитектуре.

Параллельная проекция

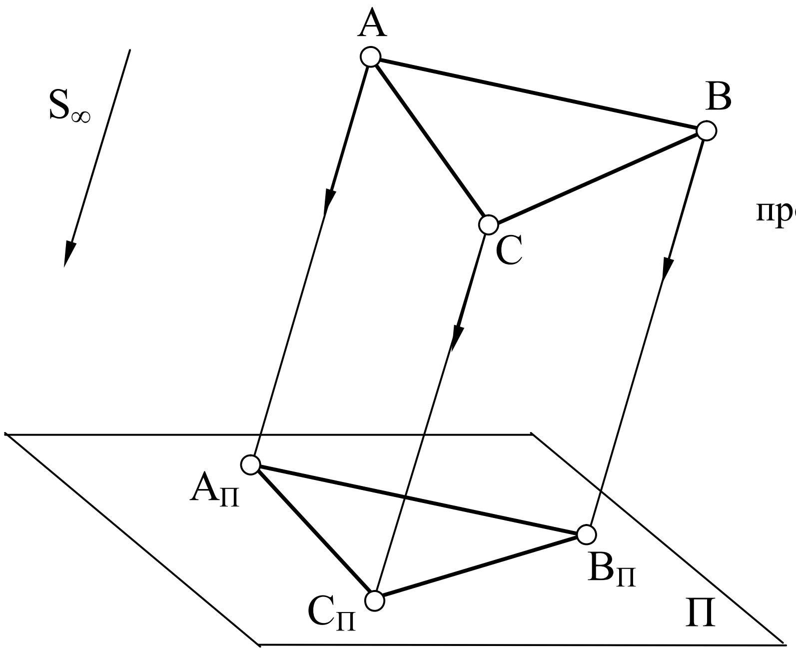
Это частный случай центрального проецирования, когда центр проекций удален в бесконечность и проецирующие лучи становятся параллельными.



S_∞ – направление проецирования

$A_П$, $B_П$, $C_П$, $D_П$ - параллельные проекции точек A, B, C, D.

S_{oo}, П – аппарат параллельной проекции

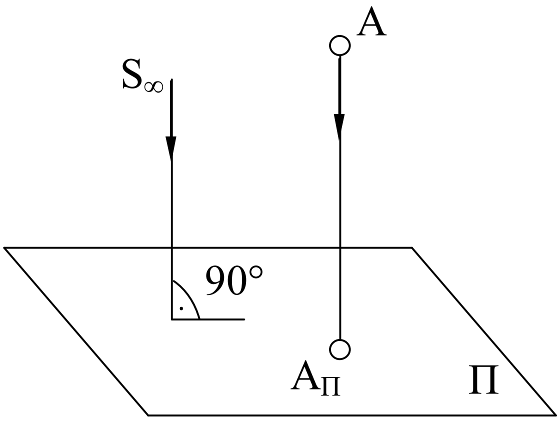


Параллельная проекция ΔABC

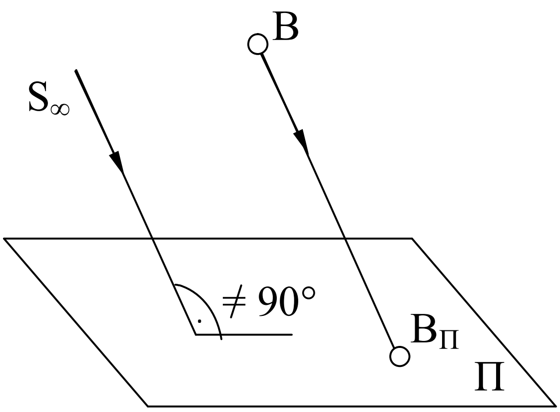
<u>Прямоугольное проецирование</u>

<u>Опр.:</u> Параллельное проецирование называется <u>прямоугольным</u> (или ортогональным), если направление проецирования перпендикулярно плоскости проекций $S_\infty \perp П$,

и <u>косоугольным</u>, если направление проецирования не перпендикулярно плоскости проекций $S_\infty \perp П$.



$A_П$ – ортогональная проекция точки A



$B_П$ – косоугольная проекция точки B

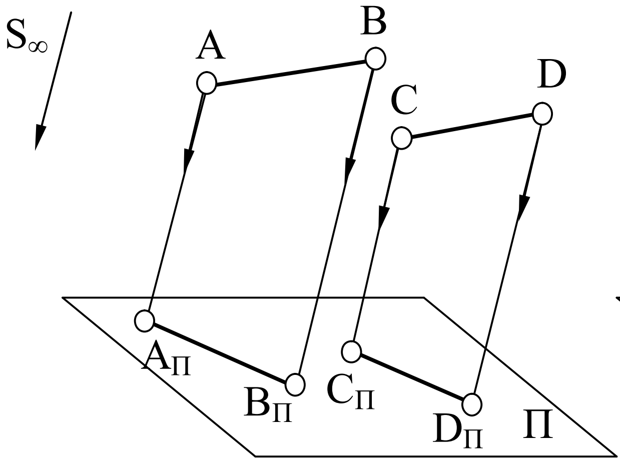
Проецирующие лучи параллельных проекций образуют в совокупности цилиндрические поверхности. Отсюда и название метода.

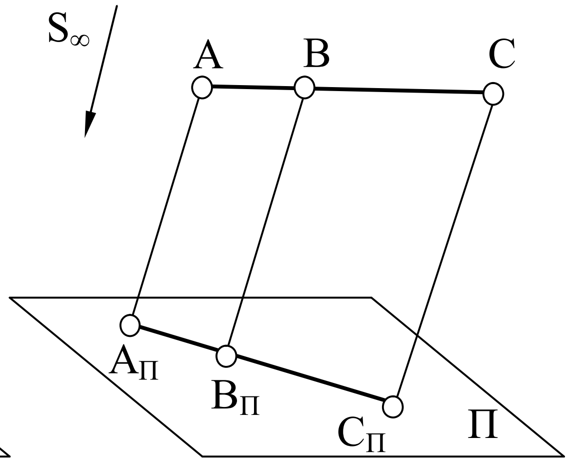
Свойства параллельных проекций.

1, 2, 3 – свойства подобны свойствам центральных проекций.

4. проекции параллельных прямых (AB||CD) параллельны между собой ($A_П B_П || C_П D_П$).

5. Отношение отрезков прямой равно отношению их проекций ($AB/BC = A_П B_П / B_П C_П$).





Опр.: Параллельной проекцией точки называется точка пересечения проецирующей прямой (луча), проведенной параллельно заданному направлению, с плоскостью проекций.

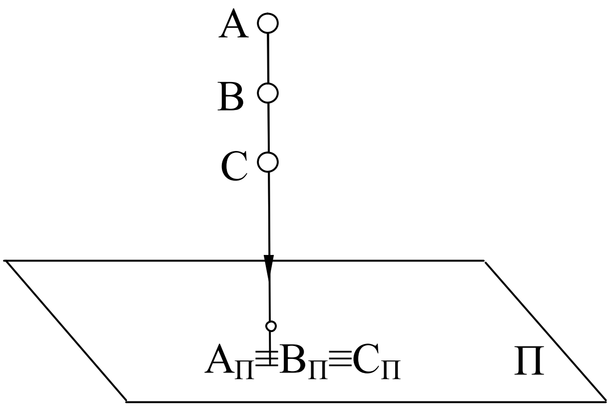
Параллельное проецирование применяется при построении аксонометрических, ортогональных проекций и проекций с числовыми отметками.

Ортогональные проекции получили наибольшее распространение в технических чертежах, т.к. они позволяют точно судить о размерах и форме изображаемых объектов.

3.Точка

Ортогональные проекции точки на 2 и 3 плоскости проекций.

Проанализируем ортогональную проекцию точки на плоскость П.



Прямая задача проецирования точки решается однозначно – каждой точке соответствует вполне определенная проекция.

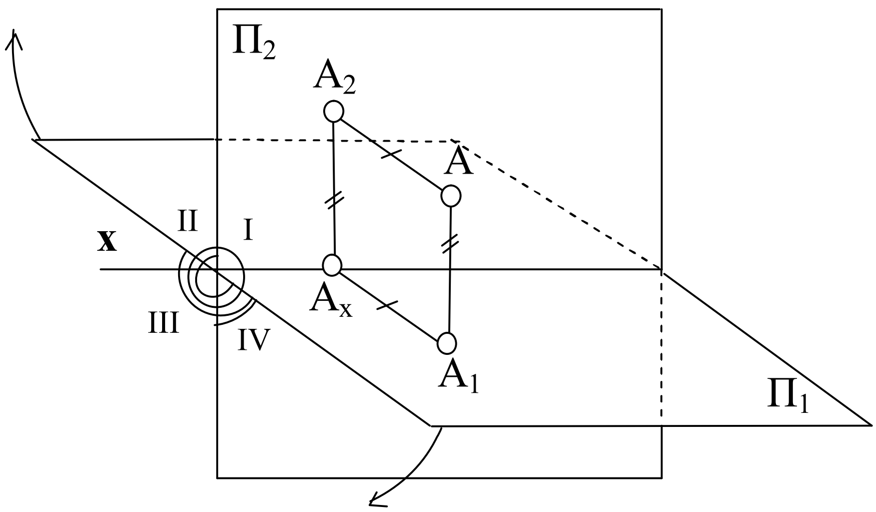
Обратная задача – по проекции точки определить ее положение в пространстве – не решается.

Вывод: Одна проекция точки не определяет ее положение в пространстве. Чертеж необратимый.

Положение точки в пространстве можно определить, если вместо проекции на одну плоскость построить проекции точки на две плоскости проекций.

Метод впервые систематически изложен французским инженером Гаспаром Монжем (метод Гаспара Монжа).

Сущность метода ортогонального проецирования заключается в том, что объект (геометрический образ) проецируется на две взаимно перпендикулярные плоскости, одна из которых располагается горизонтально, а вторая – вертикально.



$\Pi_1 \perp \Pi_2$ – система плоскостей

Π_1 – горизонтальная плоскость проекций

Π_2 – фронтальная плоскость проекций

X – ось проекций (абсцисс)

Плоскости проекций делят пространство на четыре квадранта.

<u>На чертеже:</u> $AA_1 \perp \Pi_1$; $AA_2 \perp \Pi_2$;

$A_2A_x \perp X$; $A_1A_X \perp X$

A – точка в пространстве (геометрический образ);

A_1 – горизонтальная проекция точки A;

A_2 – фронтальная проекция точки A.

Две проекции точки всегда определяют ее положение в пространстве.

При решении задач пользоваться пространственным чертежом неудобно, поэтому переходят к плоскому чертежу, который называется <u>эпюром</u> или комплексным чертежом.

<u>Переход</u> от наглядного к плоскому чертежу:

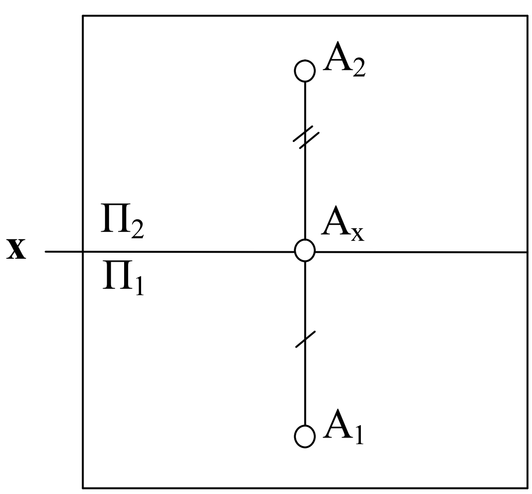
1. Плоскость проекций Π_2 остается неподвижной.

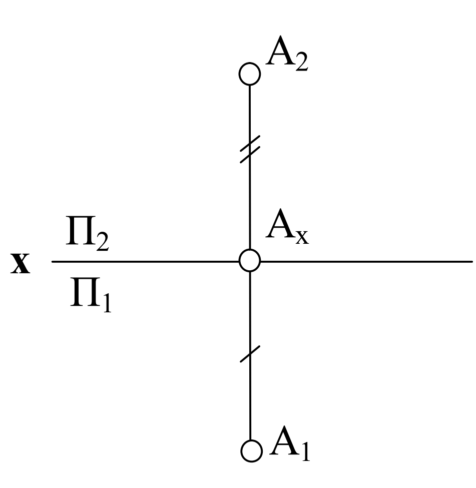
2. Плоскость проекций Π_1 вращается вокруг оси **x** по часовой стрелке на угол 90° и совмещается с плоскостью Π_2, принимаемой за плоскость чертежа.

При этом получается так называемый «эпюр Монжа».

Эпюр в переводе с французского – чертеж.

Эпюр точки A





По эпюру можно определить расстояние от точки до плоскостей проекций:

$AA_1=A_2A_x=\mathbf{z_A}$ – расстояние до плоскости проекций $П_1$

$AA_2=A_1A_x=\mathbf{y}_A$ – расстояние до плоскости проекций $П_2$

Линия, соединяющая две проекции точки $A_1A_2 \perp X$ и называется линией связи.

(Рассмотреть положение точки в различных квадрантах).

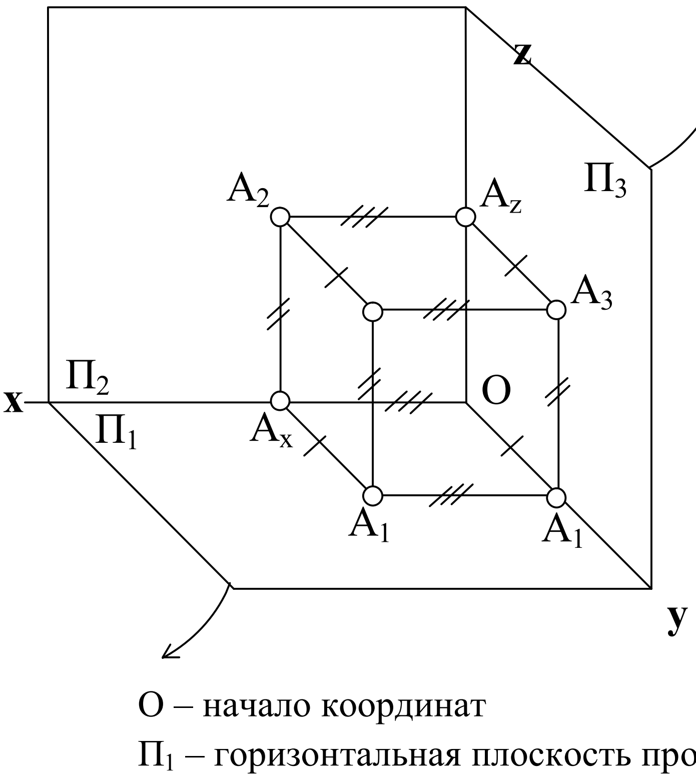
Комплексный чертеж является обратимым. Он выигрывает в точности и теряет в наглядности по сравнению с пространственным изображением.

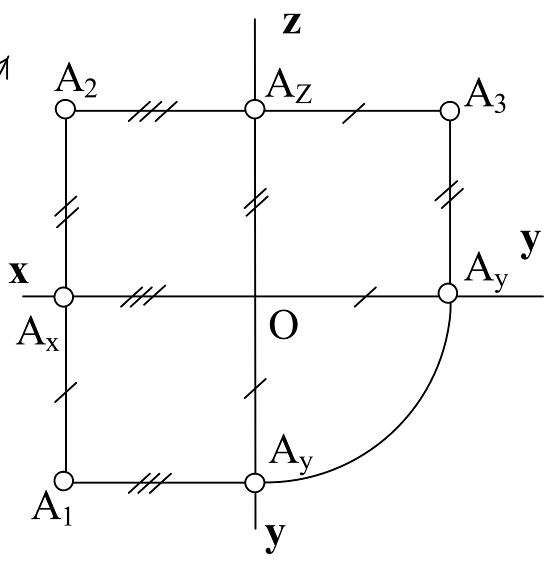
Иногда на практике двух проекций бывает недостаточно.

Поэтому вводят третью плоскость проекций $П_3$, которая называется профильной.

$П_3 \perp П_1$; $П_3 \perp П_2$; $П_1 \perp П_2$

Делается это с целью сделать комплексный чертеж более ясным, удобочитаемым.





O – начало координат

$П_1$ – горизонтальная плоскость проекций

$П_2$ – фронтальная плоскость проекций

$П_3$ – профильная плоскость проекций

$\left.\begin{array}{l}\mathbf{x} \text{ – ось абсцисс} \\ \mathbf{y} \text{ – ось ординат} \\ \mathbf{z} \text{ – ось аппликат}\end{array}\right\}$ оси проекций

A – точка в пространстве

A_1 – горизонтальная проекция точки А

A_2 – фронтальная проекция точки А

A_3 – профильная проекция точки А.

$AA_3=A_xO=A_1A_y=A_2A_3$ – расстояние от точки А до профильной плоскости проекций $П_3$.

Три плоскости проекций делят пространство на восемь частей, называемыми октантами (раскрыть).

Переход от пространственного изображения к комплексному чертежу:

1. Плоскость проекций $П_2$ остается неподвижной.

2. Плоскость проекций $П_1$ вращается вокруг оси **x** по часовой стрелке на угол 90° и совмещается с плоскостью $П_2$.

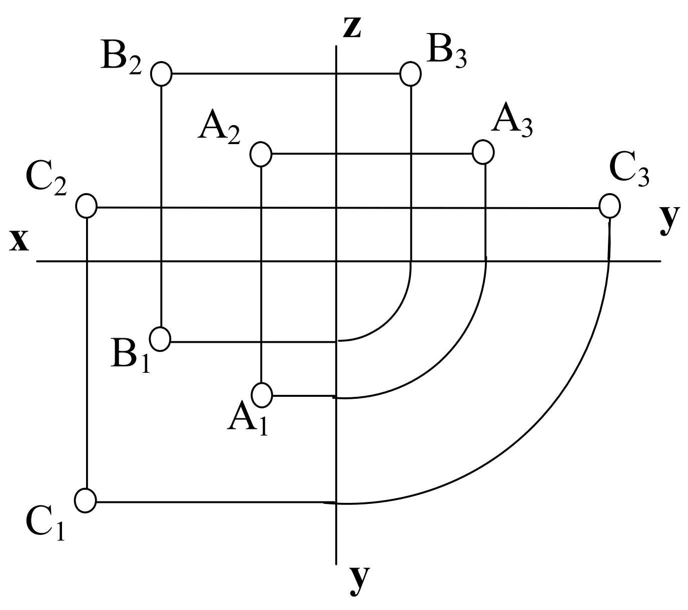
3. Плоскость $П_3$ вращается вокруг оси **z** вправо на угол 90° и совмещается с плоскостью $П_2$, принимаемой за плоскость чертежа.

Положение проекций точек на эпюре зависит от того, в каком актанте пространства расположена точка.

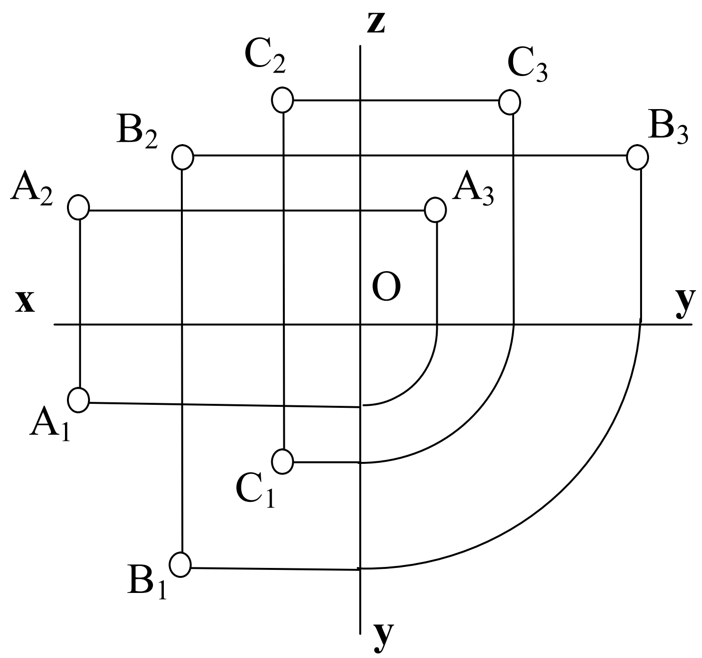
Построение точки по заданным координатам.

Правило: Положение каждой проекции точки определяется двумя ее координатами: A_1 (**x** и **y**); A_2 (**x** и **z**); A_3 (**y** и **z**).

Задача:
Построить точки
со следующими
координатами:
(10;25;15)
B (20;10;30)
C (33;30;7)



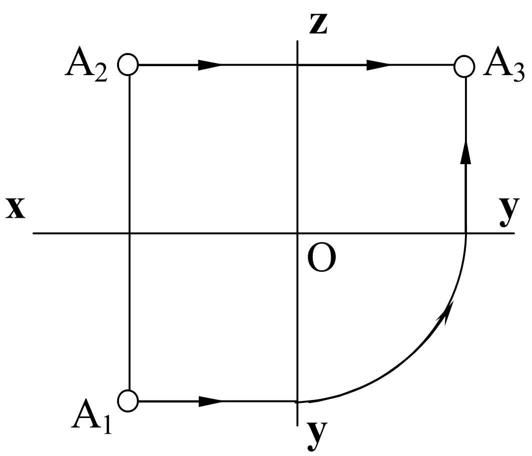
Определение координат точки по эпюру.



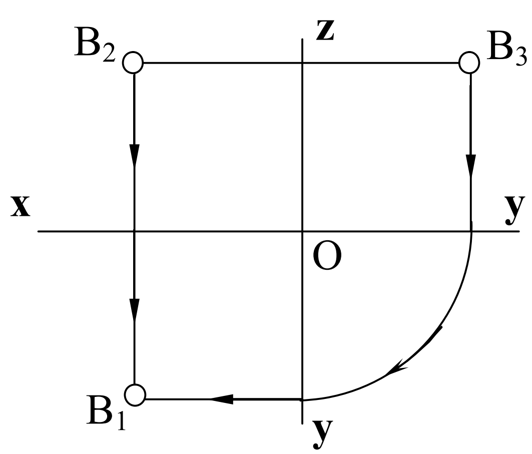
Задача:
Определить координаты точек A, B, C
A (43;15;14)
B (25;38;30)
C (10;30;40)

Построение третьей проекции точки по двум заданным.

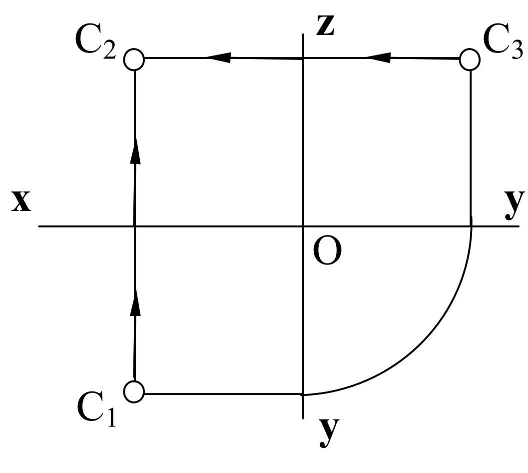
Построение профильной проекции



Построение горизонтальной проекции



Построение фронтальной проекции



При построении проекций точек необходимо соблюдать правила:
Правило 1 – Горизонтальная и фронтальная проекции точки всегда располагаются на одной вертикальной линии связи, перпендикулярной оси **x**.
Правило 2 – Фронтальная и профильная проекции точки всегда располагаются на одной горизонтальной линии связи, перпендикулярной оси **z**.

Встречаются эпюры и без координатных осей, когда важно само изображение объекта, а не его положение относительно плоскости проекций.

Тема № 2

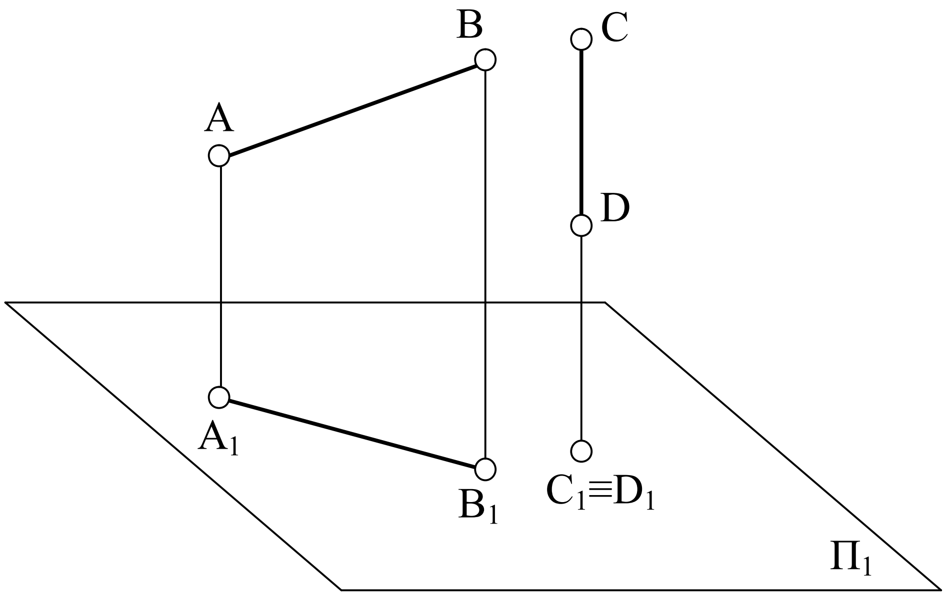
1. Прямая линия.

Положение прямой в пространстве определяется двумя ее точками.

Опр.: Чтобы построить прямую, необходимо и достаточно спроецировать две любые точки этой прямой и соединить одноименные проекции этих точек. Это и будут проекции прямой.

Ортогональной проекцией прямой линии на плоскость в общем случае является прямая линия.

Исключение составляет случай, когда прямая перпендикулярна к плоскости проекций. При этом прямая проецируется в точку.



Прямые могут быть общего и частного положения.

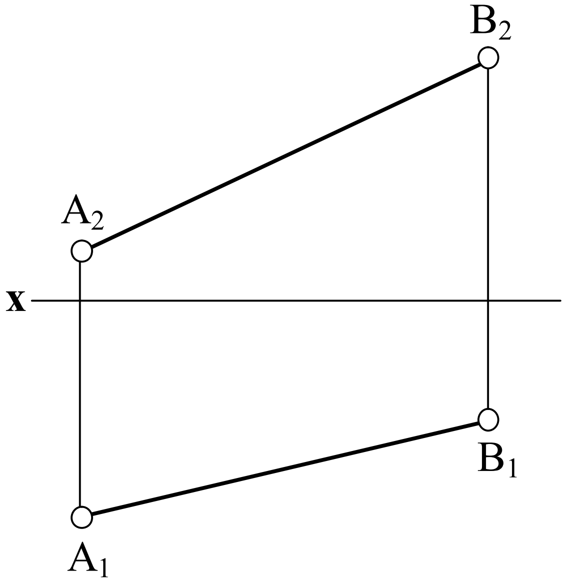
Опр.:

<u>Прямые общего положения</u> – это прямые, не параллельные ни одной из плоскостей проекций.

<u>Свойства проекций</u> прямых общего положения:

1. Проекции не параллельны ни одной из осей проекций.

2. Проекции всегда меньше натуральной величины прямой.



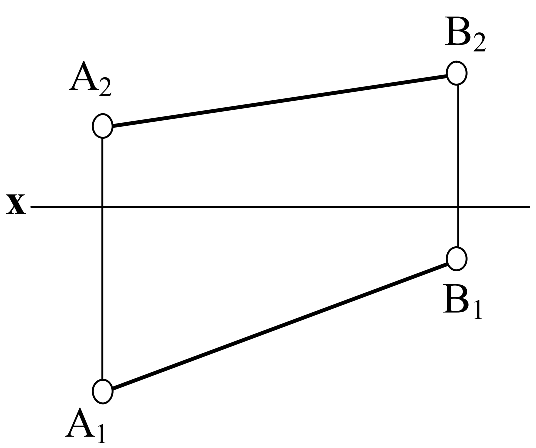
1. $A_1B_1 \not\parallel \mathbf{x}$ (**y**, **z**)
   $A_2B_2 \not\parallel \mathbf{x}$ (**y**, **z**)

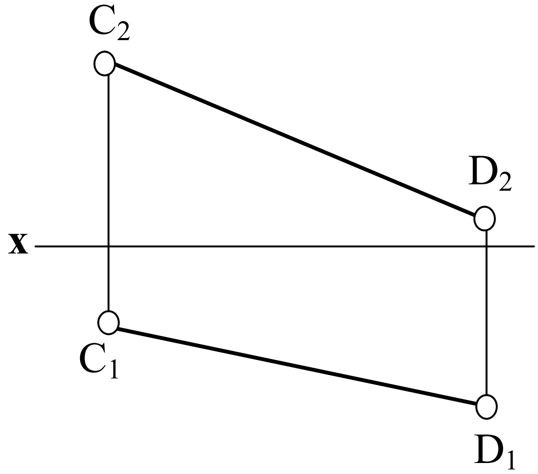
2. $A_1B_1 < /AB/$
   $A_2B_2 < /AB/$
   $A_3 \quad B_3 < /AB/$

Прямые общего положения могут быть восходящими и нисходящими.

<u>Опр.:</u> <u>Восходящей</u> называется прямая, которая, удаляясь от наблюдателя, повышается над горизонтальной плоскостью проекций Π_1.

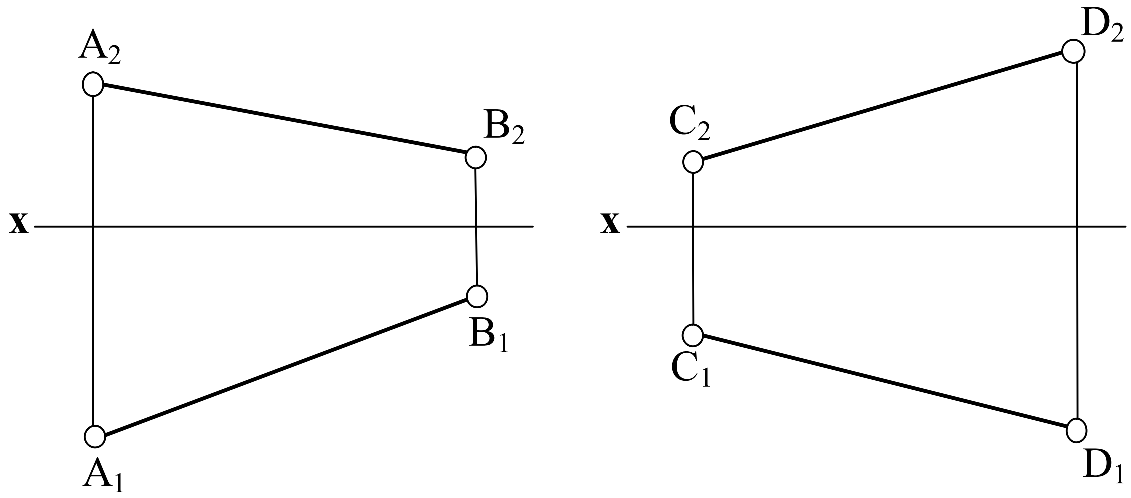
<u>Признак</u> – проекции восходящей прямой направлены в одну сторону: слева направо или наоборот.





<u>Опр.:</u> Нисходящей называется прямая, которая, удаляясь от наблюдателя, понижается над горизонтальной плоскостью проекций $П_1$.

<u>Признак</u> – проекции нисходящей прямой расходятся от оси **x**.

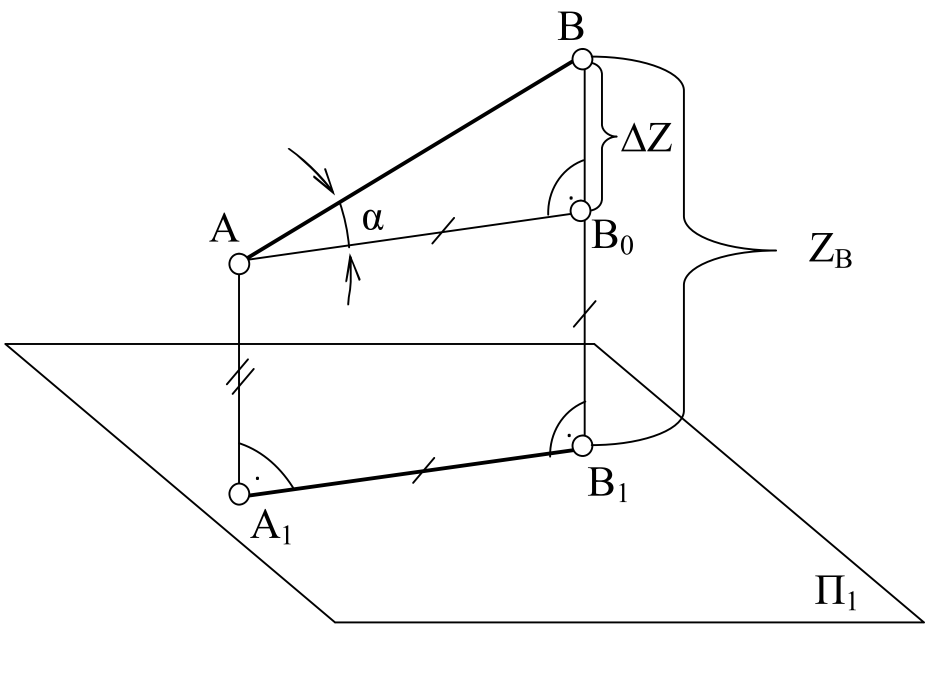


2. <u>Определение натуральной величины отрезка прямой и углов наклона его к плоскостям проекций по правилу прямоугольного треугольника.</u>

Как было сказано выше, ни одна из ортогональных проекций прямой общего положения не равна ее истинной длине, они всегда меньше истинной длины.

Имея две проекции отрезка прямой, можно определить его истинную (натуральную) длину и углы наклона к плоскостям проекций.

С искажением проецируются и углы наклона прямой общего положения к плоскостям проекций.



Отрезок прямой AB (его натуральную величину) можно рассматривать как гипотенузу прямоугольного треугольника AB_0B, прямой угол которого $\angle AB_0B$ образован проецирующим лучом BB_1 и прямой AB_0, проведенной параллельно горизонтальной проекции A_1B_1 отрезка AB.

Итак: ΔAB_0B – прямоугольный, т.к. $\angle AB_0B=90°$ (по построению).

$AB_0B_1A_1$ – прямоугольник, следовательно $AB_0=A_1B_1$; $AA_1=B_0B_1$

Обозначим: $AA_1=Z_A$; $BB_1=Z_B$.

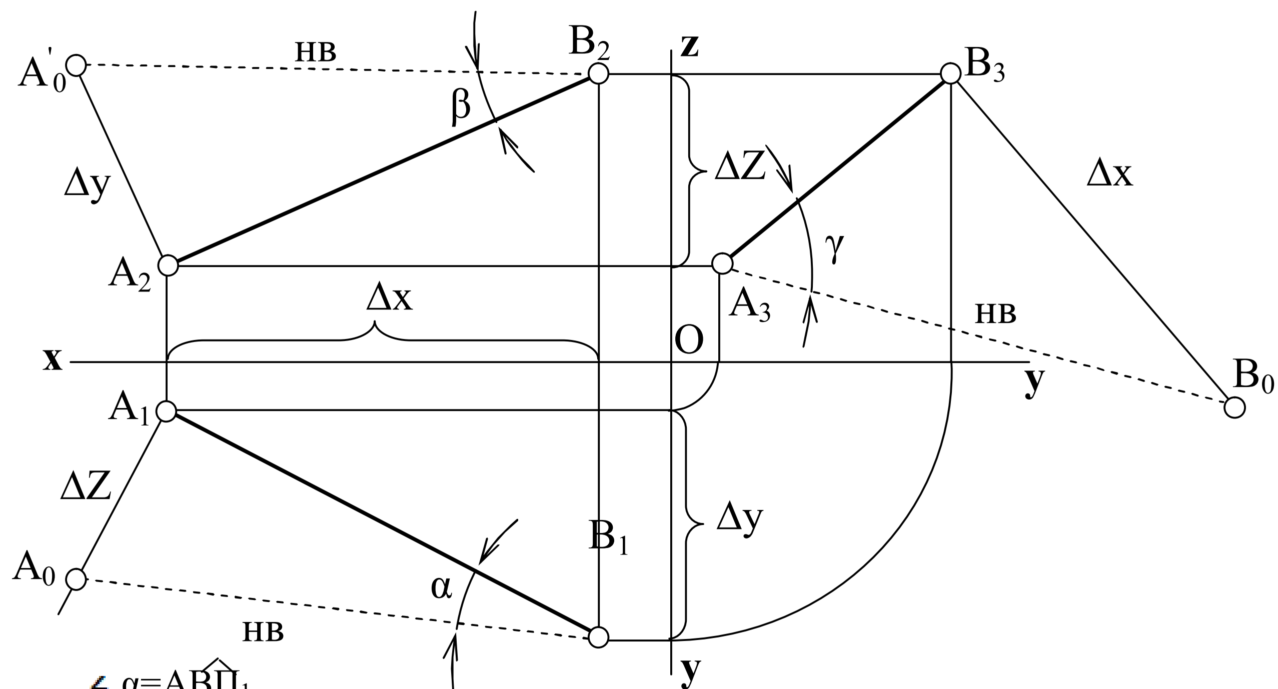
Выразим отрезок (катет) BB_0:

$BB_0=BB_1–B_0B_1=BB_1–AA_1=Z_B–Z_A=\Delta Z$

$\angle \alpha=\widehat{AB\,\Pi_1}$ – угол наклона отрезка AB к плоскости проекций Π_1.

<u>Опр.:</u> Натуральная величина отрезка прямой на комплексном чертеже (эпюре) равна гипотенузе прямоугольного треугольника, первый катет которого равен одной из проекций отрезка, а второй катет равен разности расстояний от концов отрезка до той плоскости проекций, на которой взят первый катет.

<u>Пример</u> Определить натуральную величину отрезка прямой общего положения AB и углы наклона его к плоскостям проекций Π_1, Π_2, Π_3



$\angle \alpha=\widehat{AB\Pi_1}$

$\angle \beta=\widehat{AB\Pi_2}$

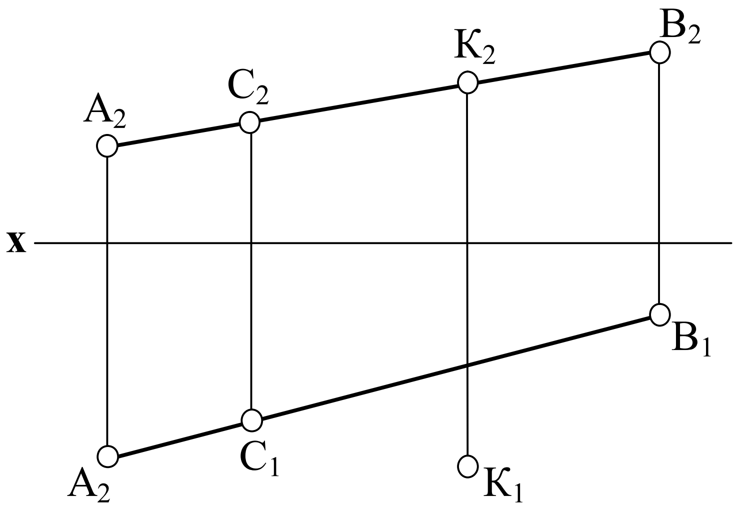
$\angle \gamma=\widehat{AB\Pi_3}$

Разность координат между началом и концом отрезка (второй – катет) берется по оси координат, перпендикулярной плоскости проекций, на которой взят первый катет (проекция отрезка).

3. Относительное положение точки и прямой.

Правило 1. Если точка в пространстве находится на прямой, то проекции точек принадлежат одноименным проекциям прямой (точка С на чертеже).

Правило 2. Если одна проекция точки принадлежит одноименной с ней проекции прямой, а другим проекция точки не находится на одноименной проекции прямой, то такая точка в пространстве данной прямой не принадлежит (точка К на чертеже).

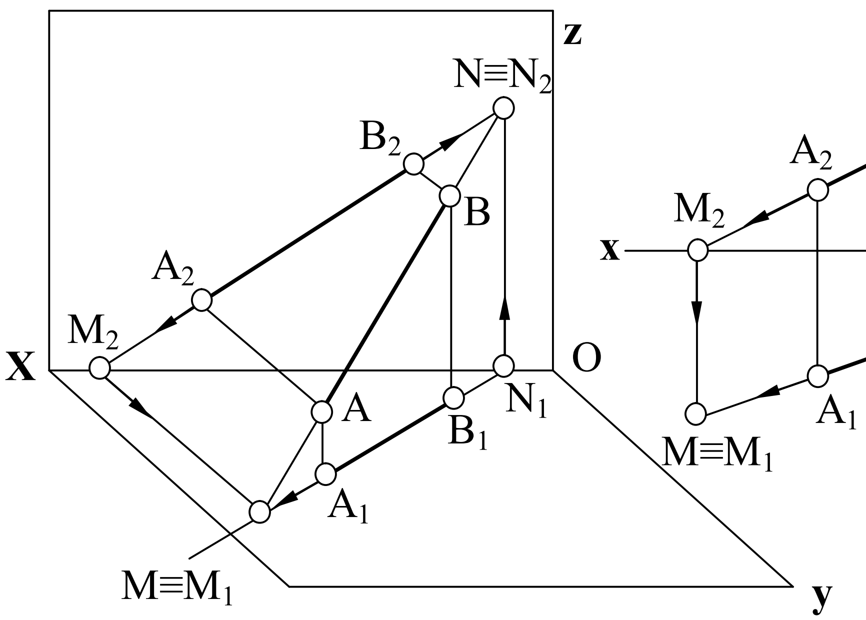


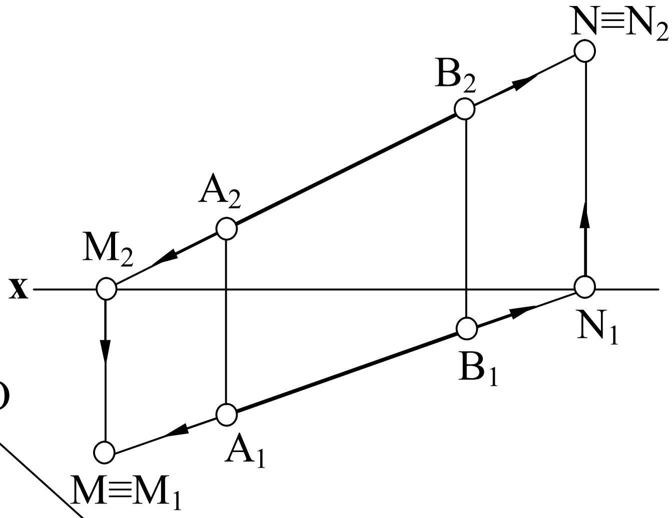
4.Следы прямой.

Опр.: Следом прямой называется точка пересечения прямой с плоскостью проекций.

Прямая общего положения имеет три следа:

1. Горизонтальный $M=AB\cap\Pi_1$
2. Фронтальный $N=AB\cap\Pi_2$
3. Профильный $P=AB\cap\Pi_3$



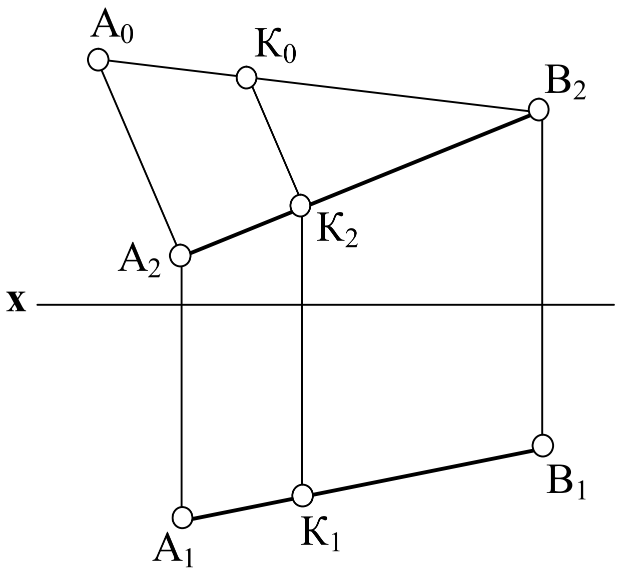


<u>Опр.:</u> Чтобы построить горизонтальный след прямой, необходимо продолжить ее фронтальную проекцию до пересечения с осью **x** в точке M_2, которая будет фронтальной проекции горизонтального следа. Затем из точки M_2 восстановить перпендикуляр к оси **x** до пересечения его с горизонтальной проекцией A_1B_1 (или продолжением ее) в точке M_1, которая является горизонтальной проекцией горизонтального следа, совпадающего с самим следом M.

<u>Опр.:</u> Аналогично, чтобы построить фронтальный след прямой, необходимо продлить ее горизонтальную проекцию до пересечения с осью **x** в точке N_1 (горизонтальной проекцией фронтального следа). Затем из точки N_1 восстановить перпендикуляр к оси **x** до пересечения его с фронтальной проекцией A_2B_2 (или ее продолжением) в точке N_2 (фронтальной проекцией фронтального следа, совпадающего с самим следом N прямой AB на плоскости $П_2$).

5. Деление отрезка прямой в данном отношении.

Правило. Если в пространстве отрезок прямой делится точкой в каком-либо отношении m:n, то и проекции отрезка делятся одноименными проекциями этой точки в том же отношении m:n



Если $K_2K_0 // A_2A_0$, то треугольники $A_2A_0B_2$ и $K_2K_0B_2$ – подобны. Следовательно:

$A_0K_0 : K_0B_2 = A_2K_2 : K_2B_2 =$
$= A_1K_1 : K_1B_1$

Чтобы разделить отрезок прямой в данном отношении, достаточно разделить в этом отношении одну из проекций отрезка, а затем с помощью линии связи перенести делящую точку на другие проекции.

6. Прямые частного положения.

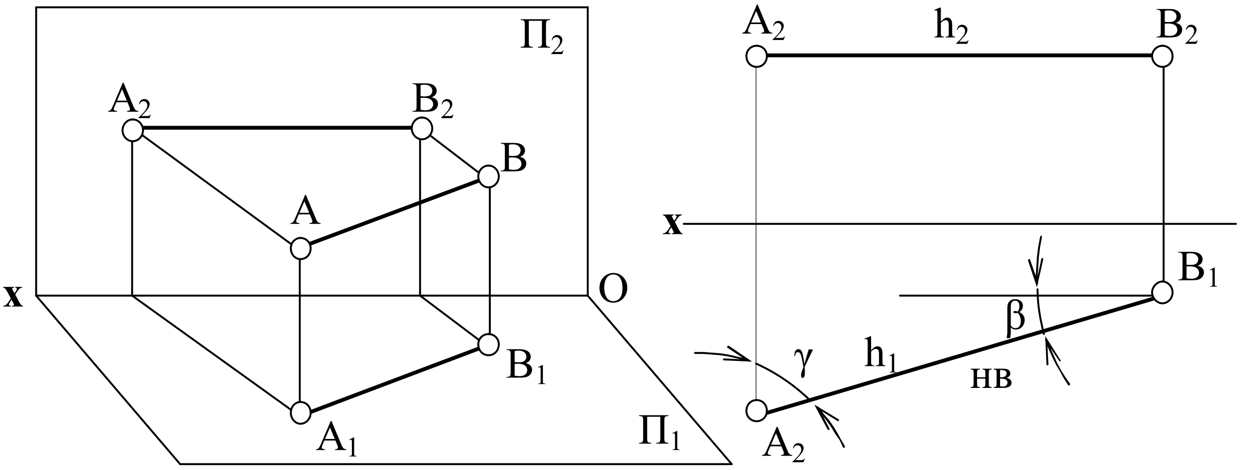
Опр.: Прямые, параллельные или перпендикулярные плоскостям проекций, называются прямыми частного положения.

1. Прямые уровня

Опр.: Прямые, параллельные одной из плоскостей проекций, называются прямыми уровня.

1.1. Прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекций Π_1, называется горизонтальной прямой или горизонталью.

$AB // \Pi_1$ – горизонталь, обозначается h, выделяется красным цветом.



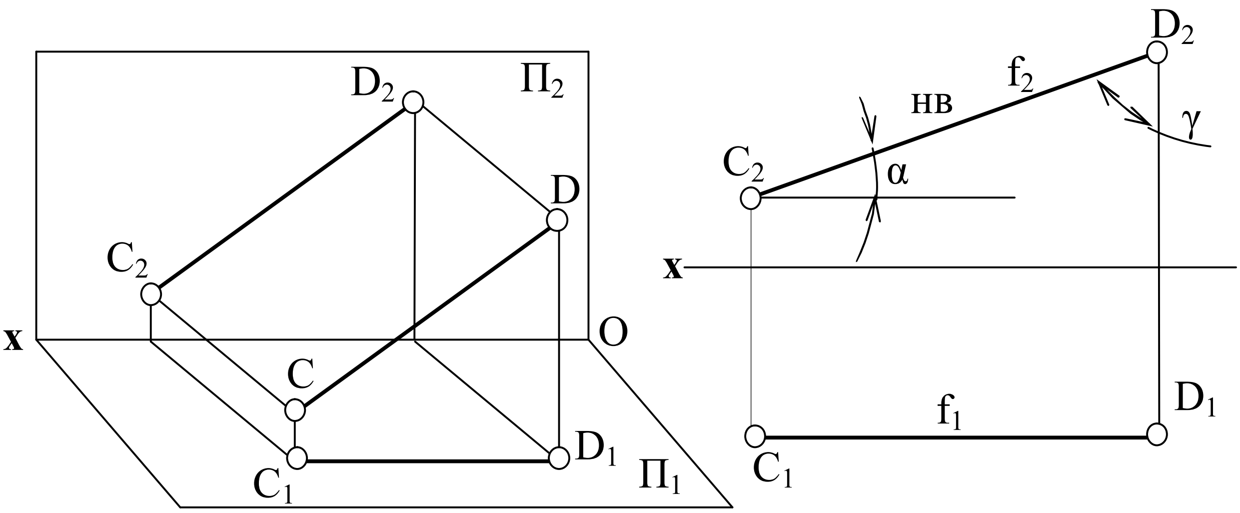
A_2B_2//**x –** признак горизонтали

A_1B_1=/AB/ – свойство горизонтали

$\beta=\widehat{AB\Pi_2}$; $\gamma=\widehat{AB\Pi_3}$ – свойства горизонтали; $\beta+\gamma=90°$.

<u>1.2.</u> Прямая, параллельная фронтальной плоскости проекций Π_2, называется фронтальной прямой или <u>фронталью.</u>

CD//Π_2 – фронталь, обозначается f, выделяется синим цветом.



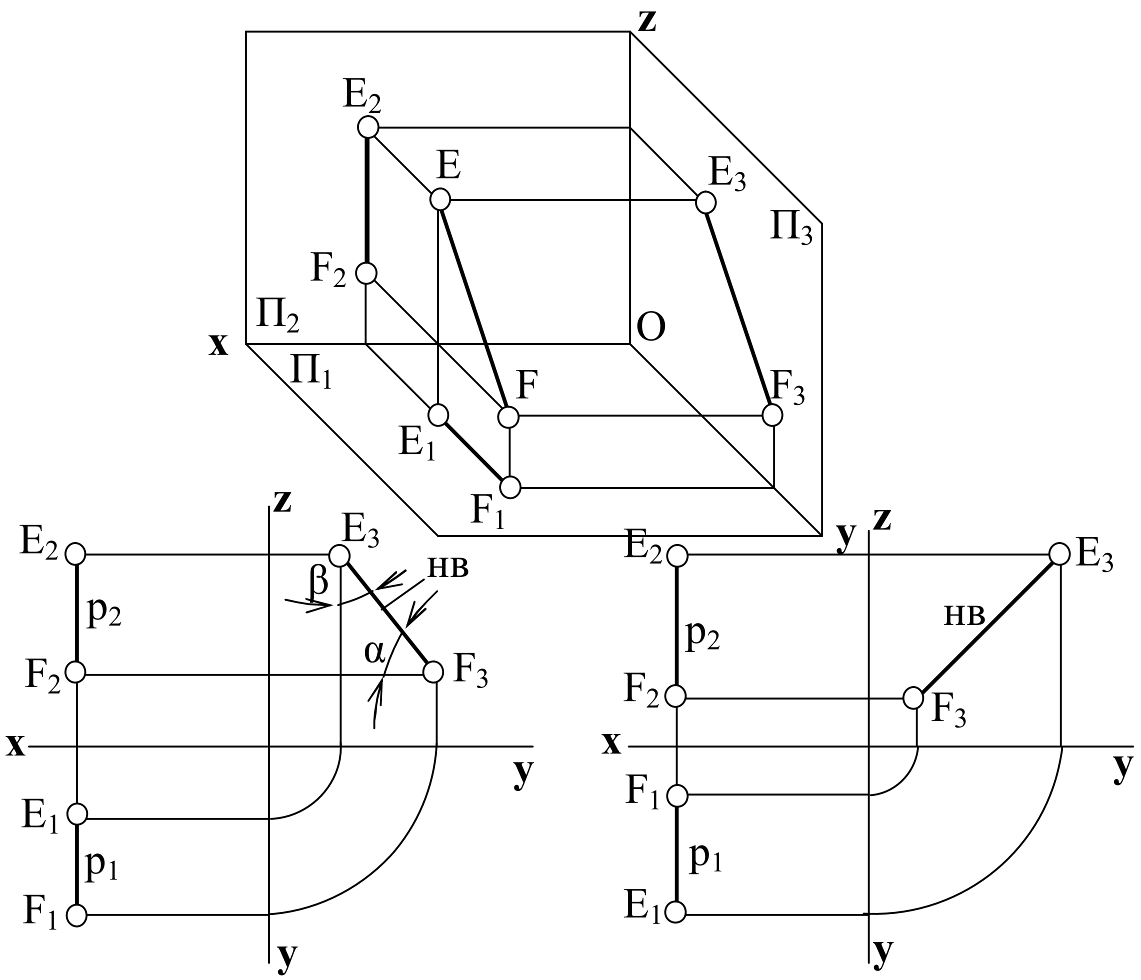
C_1D_1//**x** – Признак фронтали

C_2D_2=/CD/ – свойство фронтали

$\alpha=\widehat{CD\Pi_1}$; $\gamma=\widehat{CD\Pi_3}$ – св-ва фронтали; $\alpha+\gamma=90°$

1.3. Прямая, параллельная профильной плоскости проекций Π_3, называется профильной прямой (уровня).

$EF//\Pi_3$ – профильная прямая, обозначается p, выделяется желтым цветом.



$E_1F_1//\mathbf{y}$; $E_2F_2//\mathbf{z}$;

$\left.\begin{array}{l} E_1F_1 \perp \mathbf{x} \\ E_2F_2 \perp \mathbf{x} \end{array}\right\}$ – признаки профильной прямой

$E_3F_3=/EF/$ - свойство профильной прямой

$\alpha=\widehat{EF\Pi_1}$; $\beta=\widehat{EF\Pi_2}$ – свойства профильной прямой.

$\alpha+\beta=90°$

Профильная прямая может быть восходящей и нисходящей.

Прямые уровня имеют по два следа: у горизонтали отсутствует горизонтальный след, у фронтали – фронтальный, а профильная прямая не имеет профильного следа.

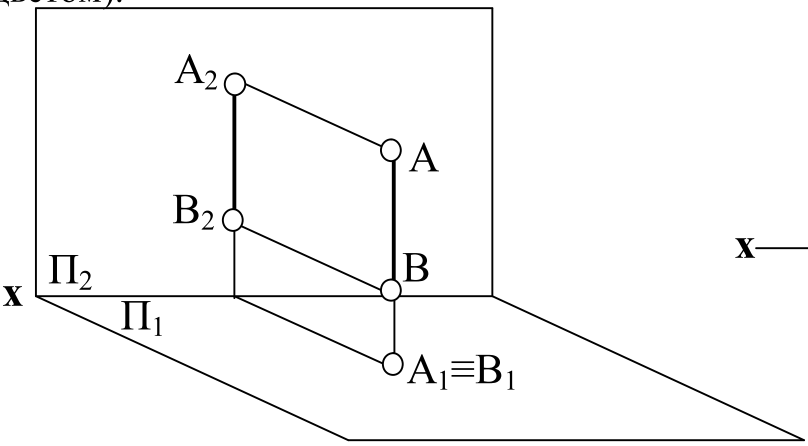
2. Проецирующие прямые

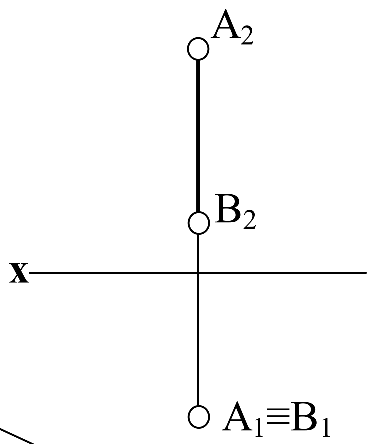
Опр.: Прямые, перпендикулярные плоскостям проекций, называются проецирующими прямыми.

Правило: Проецирующая прямая, перпендикулярная одной из плоскостей проекций, параллельна двум другим плоскостям проекций, а также одной из осей проекций.

2.1. Прямая, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций Π_1, называется горизонтально проецирующей.

$AB\perp\Pi$ – горизонтально проецирующая прямая (выделяется красным цветом).



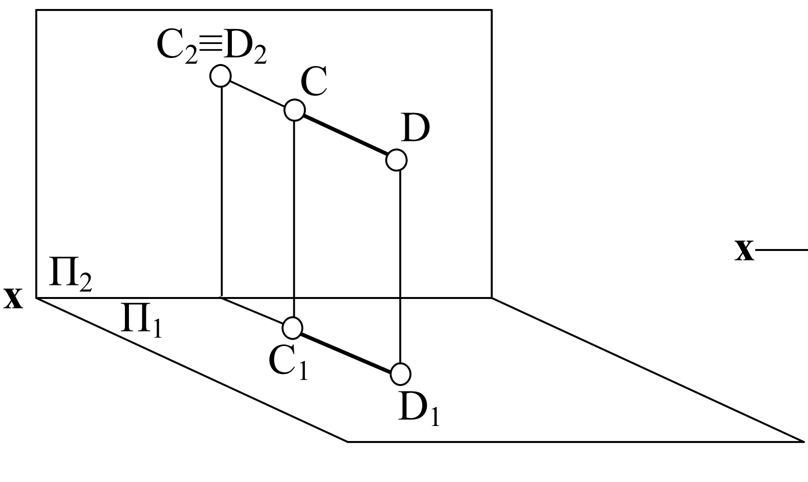


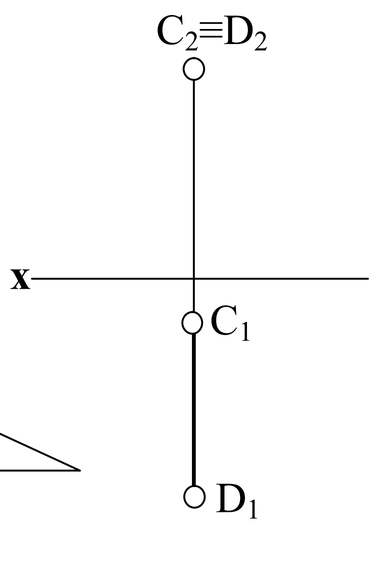
$A_2B_2\perp$**x**; $A_1\equiv B_1$ – признак горизонтально проецирующей прямой

A_2B_2=/AB/ - свойство горизонтально проецирующей прямой

2.2. Прямая, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций Π_2, называется фронтально проецирующей прямой.

$CD\perp\Pi_2$ – фронтально проецирующая прямая (выделяется синим цветом).



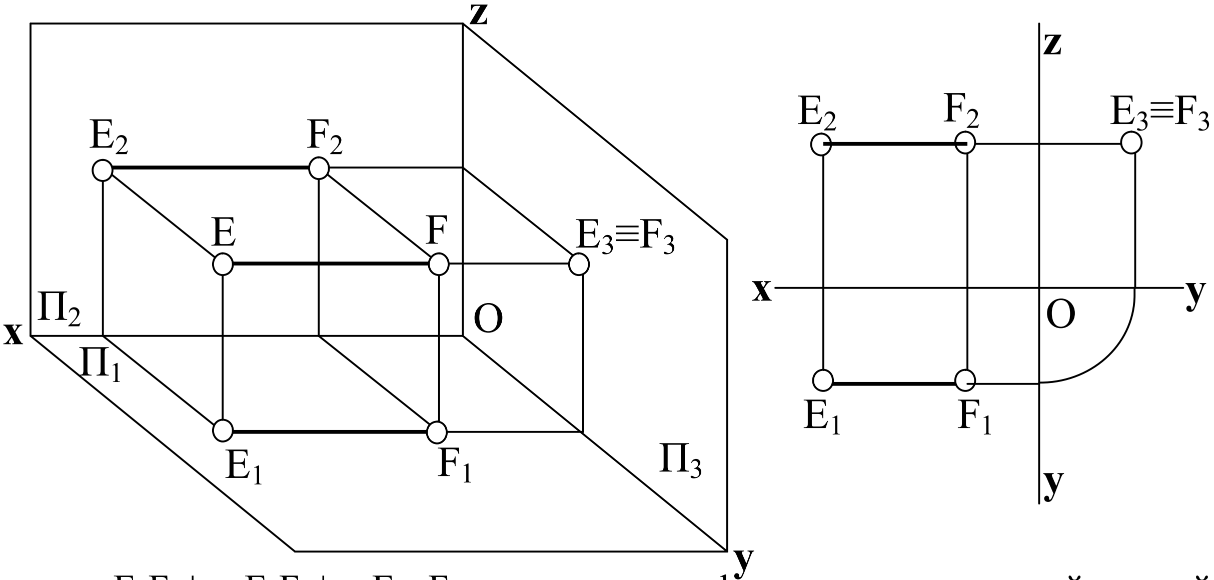


$C_1D_1 \perp \mathbf{x}$; $C_2 \equiv D_2$ – Признак фронтально проецирующей прямой.

C_1D_1=/CD/ - свойство фронтально проецирующей прямой.

2.3. Прямая, перпендикулярная профильной плоскости проекций $П_3$, называется профильно проецирующей прямой.

$EF \perp П_3$ – профильно проецирующая прямая (выделяется желтым цветом)



$E_1F_1 \perp \mathbf{y}$; $E_2F_2 \perp \mathbf{z}$; $E_3 \equiv F_3$ – признаки профильно проецирующей прямой.

или: $E_1F_1 // \mathbf{x}$; $E_2F_2 // \mathbf{x}$ – признак профильно проецирующей прямой

E_1F_1=/EF/; E_2F_2=/EF/ - свойство профильно проецирующей прямой.

Проецирующие прямые имеют по одному следу.

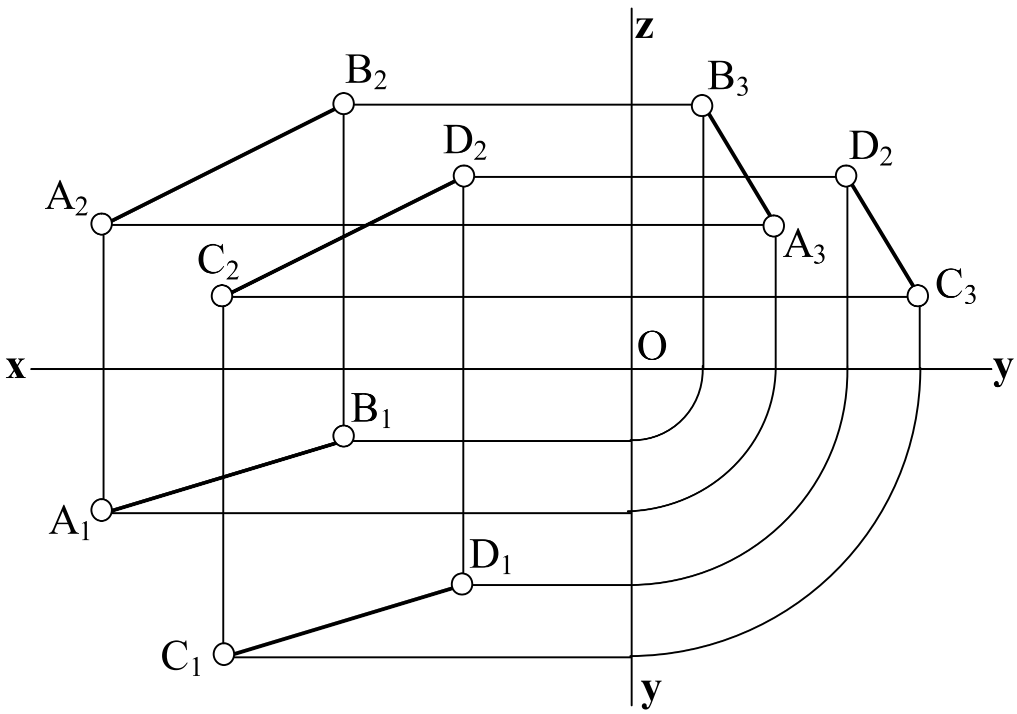
Тема № 3

1. Взаимное расположение двух прямых.

Прямые линии в пространстве могут быть:

1. Параллельными.
2. Пересекающимися.
3. Скрещивающимися.

1. Опр.: Параллельные – это прямые, лежащие в одной плоскости и не имеющие общей точки.



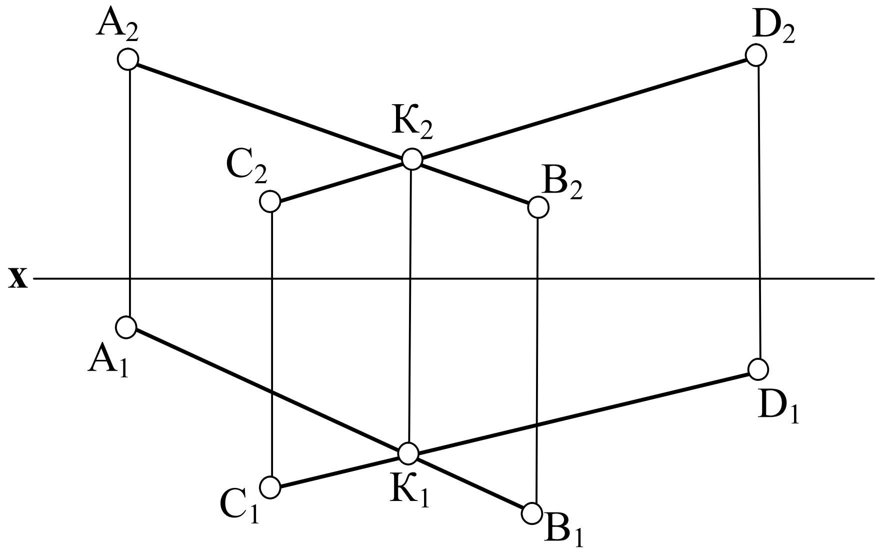
Признак: Одноименные проекции параллельных прямых параллельны между собой.

Если $AB//CD$, то $A_1B_1//C_1D_1$;

$A_2B_2//C_2D_2$; $A_3B_3//C_3D_3$.

Справедливо и обратное заключение: если одноименные проекции прямых взаимно параллельны (минимум две пары проекций), то и прямые в пространстве параллельны.

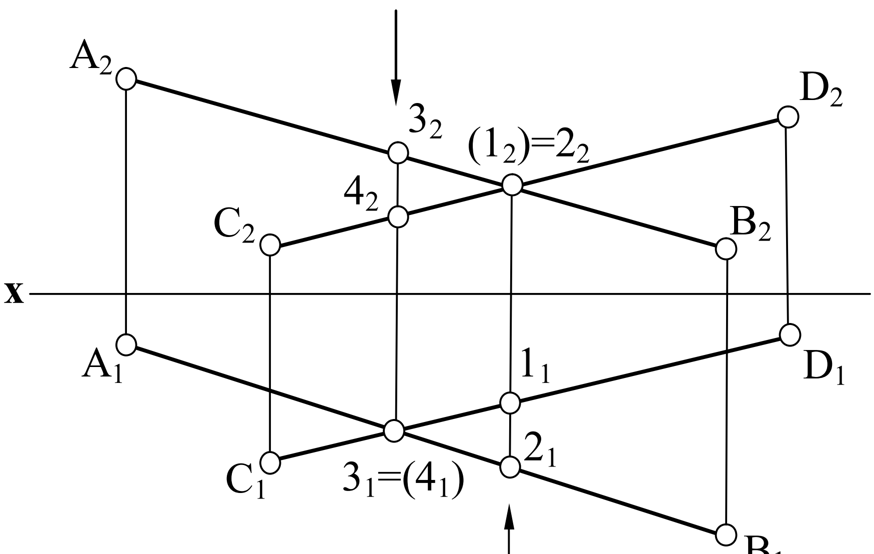
2. Опр.: Пересекающиеся – это прямые, лежащие в одной плоскости и имеющие общую точку.



Признак: Одноименные проекции пересекающихся прямых пересекаются, причем проекции точки их пересечения находятся на одной линии связи.

Если $AB \cap CD \rightarrow К$, то $A_1B_1 \cap C_1D_1 \rightarrow К_1$; $A_2B_2 \cap C_2D_2 \rightarrow К_2$.

3. Опр.: Скрещивающиеся не лежат в одной плоскости, они не параллельны и не пересекаются.



Признак: Точки пересечения одноименных проекций скрещивающихся прямых не лежат на одной линии связи.

Метод конкурирующих точек.

Опр.: Точки пересечения одноименных проекций скрещивающихся прямых, лежащие на одном проецирующем луче (или на линии связи), называются конкурирующими.

Правило: Видимой считается точка, расположенная дальше от оси проекций.

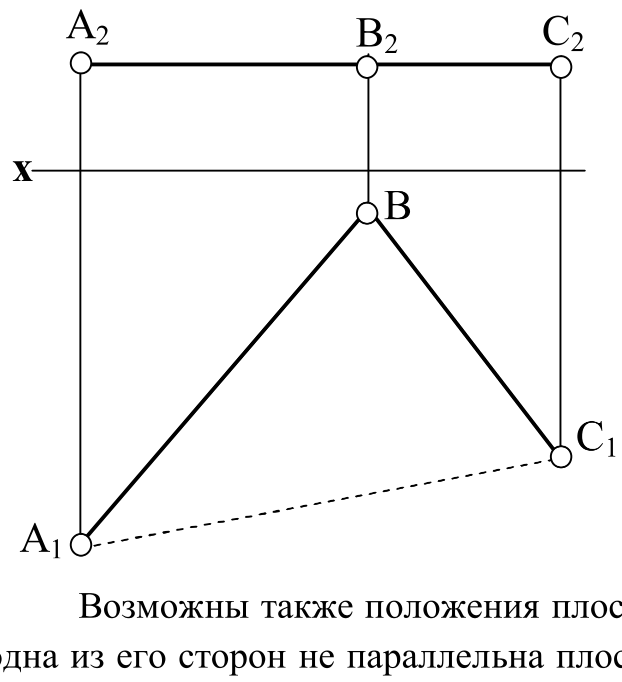
Видимость определяется для каждой проекции в отдельности.

2. Проекции плоских углов.
Проецирование прямого угла.

Угол, образованный двумя пересекающимися прямыми общего положения, проецируется на плоскость проекций с искажением.

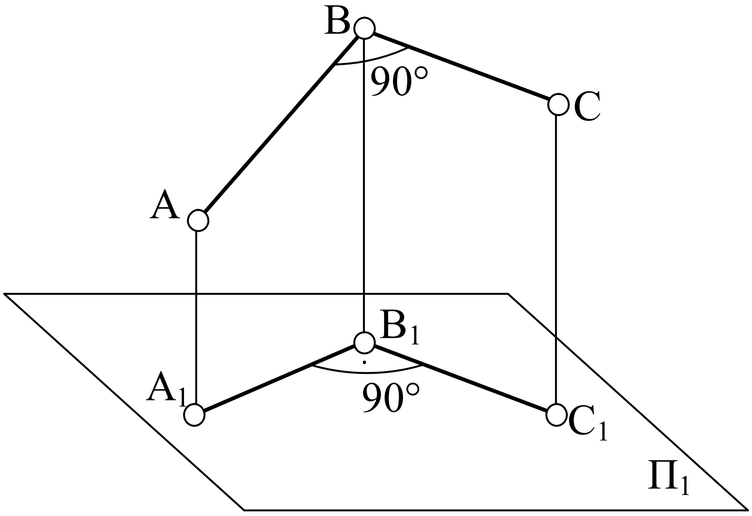
Теорема 1. Плоский угол (острый, прямой или тупой) проецируется на плоскость проекций в натуральную величину в том случае, когда обе его стороны параллельны этой плоскости.

$\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$
т.к. $AB // \Pi_1$
$BC // \Pi_1$



Возможны также положения плоских углов в пространстве, когда ни одна из его сторон не параллельна плоскости проекций, и все же эти углы проецируются на данную плоскость в натуральную величину.

Теорема 2. Прямой угол проецируется без искажения и в том случае, если хотя бы одна из сторон параллельна плоскости проекций, а вторая не $\perp$ ей.



Дано: $\angle ABC=90°$
$BC//П_1$

Доказать:
$\angle A_1B_1C_1=90°$,
т. е. что
$A_1B_1 \perp B_1C_1$

Доказательство: $\angle ABC=90°$,
Следовательно $AB \perp BC$
$BB_1 \perp BC$ по построению.

Значит $BC \perp$ плоскости ABB_1A_1 (если прямая $\perp$ двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она $\perp$ плоскости).

$B_1C_1 \perp$ плоскости ABB_1A_1 т.к. $B_1C_1//BC$ (перпендикуляры к одной плоскости параллельны друг другу).

Следовательно, $B_1C_1 \perp A_1B_1$ т.е. $\angle A_1B_1C_1=90°$.

3. Плоскости.
Способы задания плоскостей.

Плоскость может быть задана:
1. Тремя точками, не лежащими на одной прямой.
2. Прямой и точкой, не лежащей на одной прямой.
3. Двумя // прямыми.
4. Двумя $\cap$ прямыми.
5. Любой плоской фигурой.
6. Следами.

Следы плоскости.

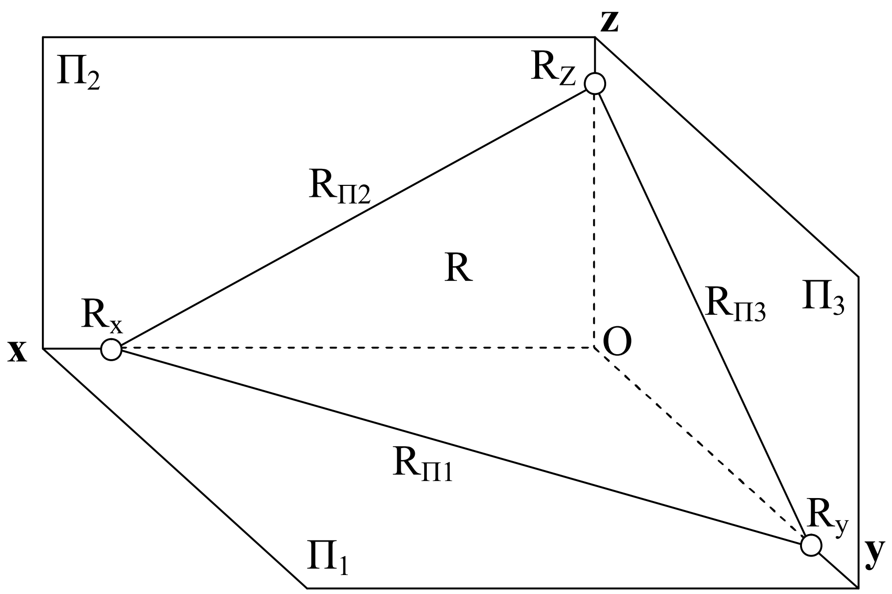
Опр.: Следом плоскости называется линия пересечения данной плоскости с плоскостью проекций.

В общем случае плоскость имеет три следа:

$R_{П1}$ – горизонтальный след;

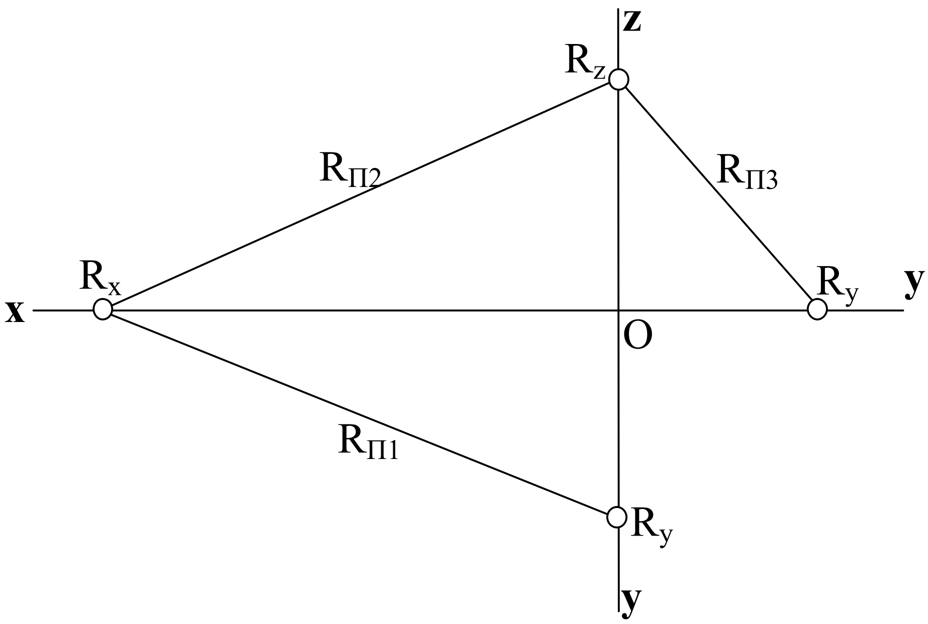
$R_{П2}$ – фронтальный след;

$R_{П3}$ – профильный след.



Эпюр плоскости

R_x, R_y, R_z - точки схода следов

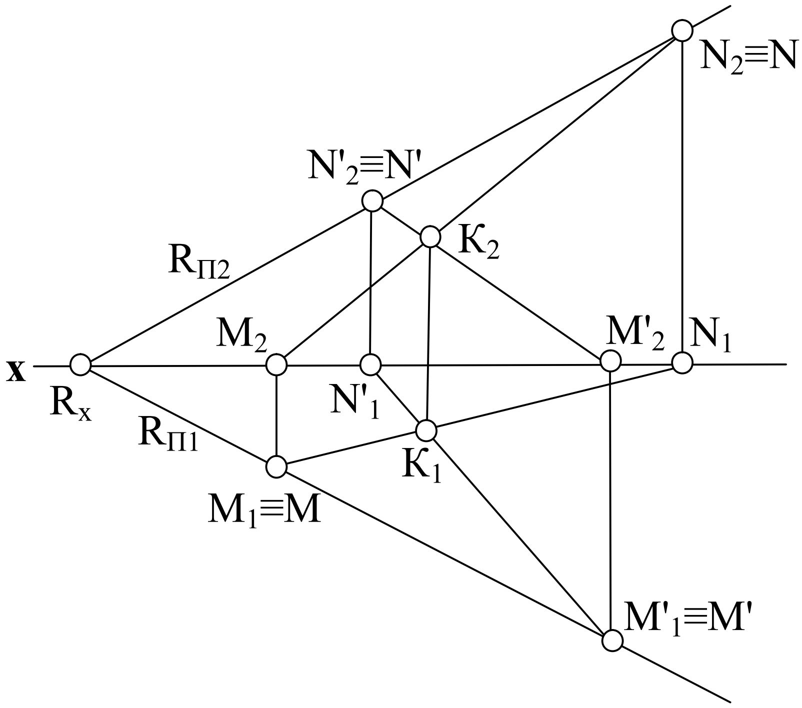


Следы плоскости проводят на эпюре сплошными тонкими линиями.

Различные проекции следов (раскрыть).

Проекции точек, лежащих на следах (раскрыть).

<u>Правило.</u> Чтобы построить следы плоскости, нужно построить следы прямых, принадлежащих этой плоскости, и через одноименные следы прямых провести следы плоскости.



По двум имеющимся следам всегда можно построить третий след плоскости.

Возможны различные варианты положения плоскости относительно плоскостей проекций.

4. Плоскости общего положения.

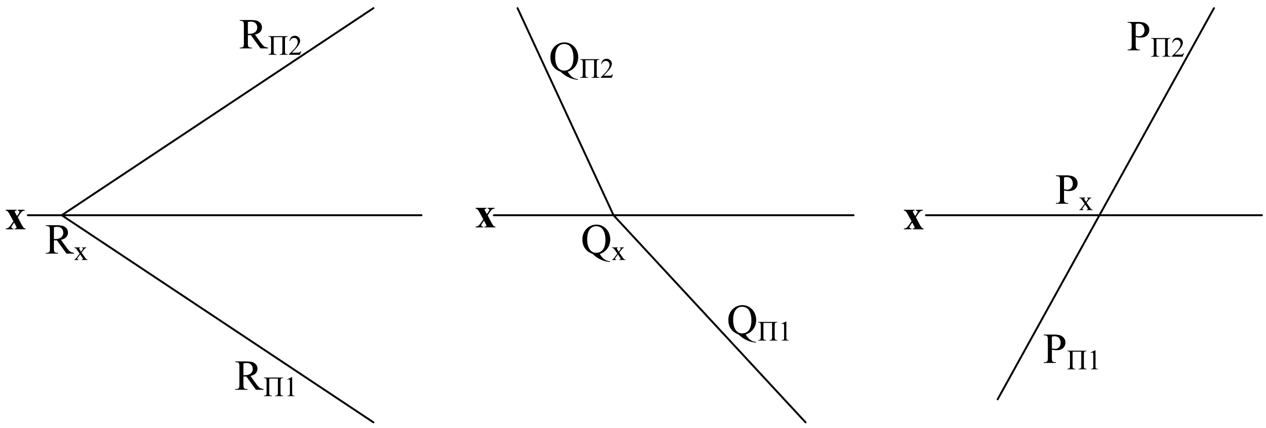
Опр.: Плоскость, не перпендикулярная ни к одной из плоскостей проекций, называется плоскостью общего положения.

В зависимости от угла наклона плоскости общего положения к плоскостям проекций различают:

R – остроугольная плоскость;

Q – тупоугольная плоскость;

P – тупоугольная равнонаклонная плоскость.



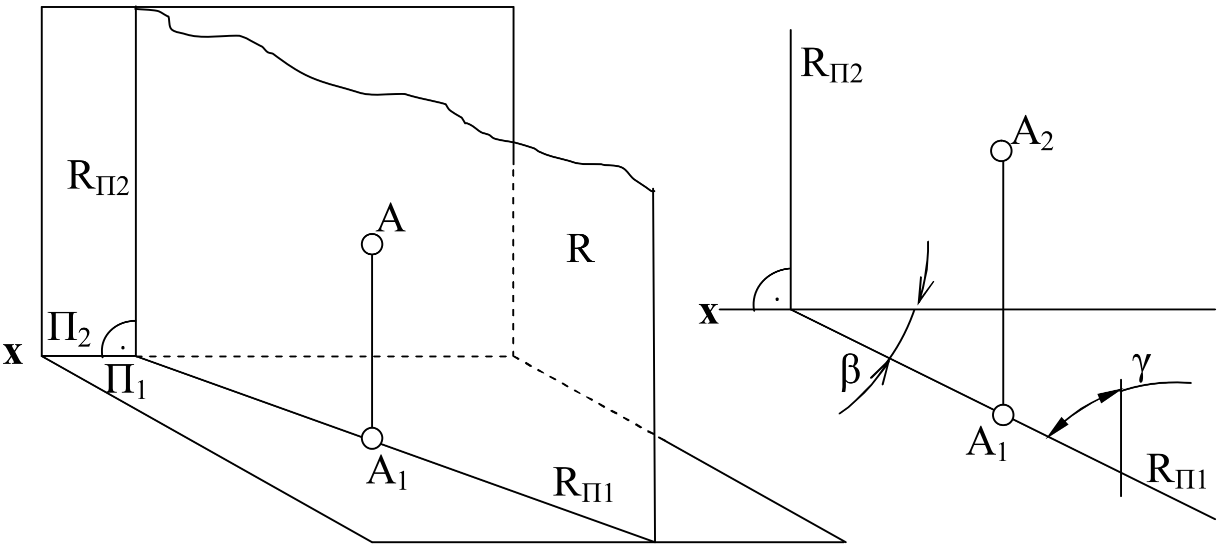
На эпюре проекции геометрических фигур, задающих эти плоскости, ни на одной из плоскостей проекций не будут выглядеть как прямая линия.

5. Плоскости частного положения.

1. Проецирующие плоскости

Опр.: Плоскость, перпендикулярная к одной из плоскостей проекций, называется проецирующей.

1.1. $R \perp \Pi_1$ - Горизонтально проецирующая плоскость.



$R_{\Pi2} \perp \mathbf{x}$; $\angle\gamma = /\widehat{R\Pi_3}/$; $\angle\beta = /\widehat{R\Pi_2}/$

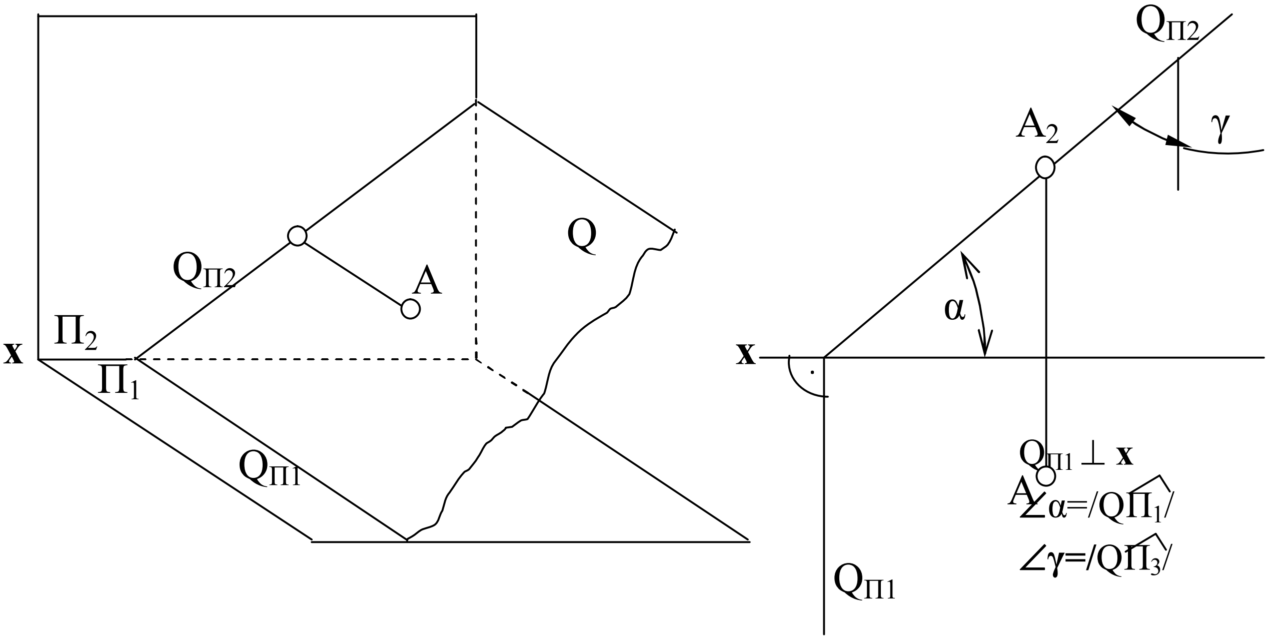
$R_{\Pi1}$ обладает собирательным свойством, т.е. все, что расположено в плоскости R, проецируется на горизонтальный след $R_{\Pi1}$.

$$A \in R \rightarrow A_1 \in R_{\Pi1}$$

Если плоскость заданна треугольником, то его горизонтальная проекция также обладает собирательным свойством.

Углы β и γ проецируются в натуральную величину.

1.2. $Q \perp \Pi_2$ – Фронтально проецирующая плоскость.

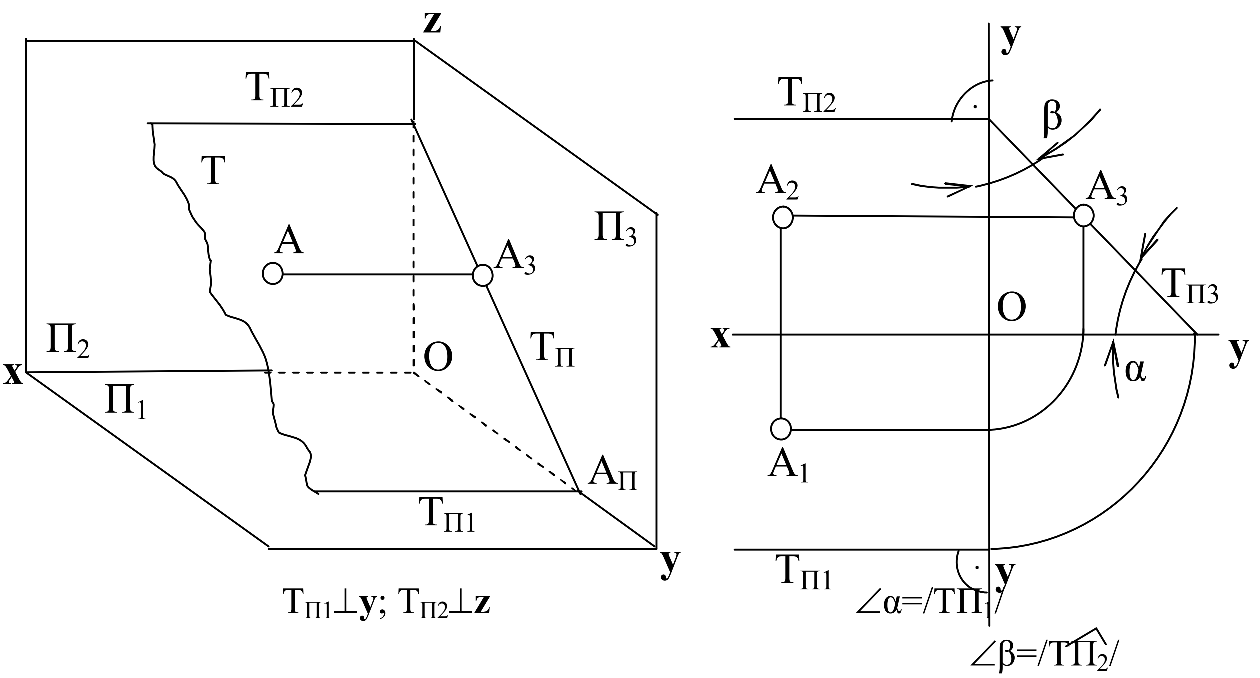


$Q_{П2}$ обладает собирательным св-вом.

$$A \in Q \rightarrow A_2 \in Q_{П2}$$

<u>1.3. T ⊥ П</u>

1.3. $T \perp П_3$ – профильно проецирующая плоскость



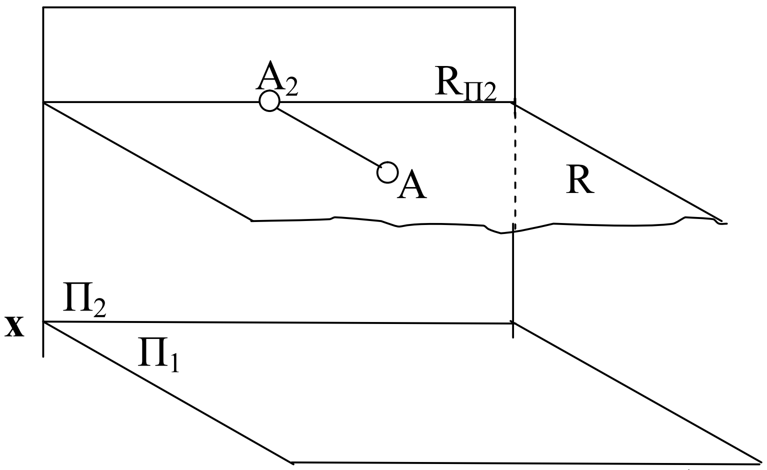
$T_{П2}$ обладает собирательным свойством.

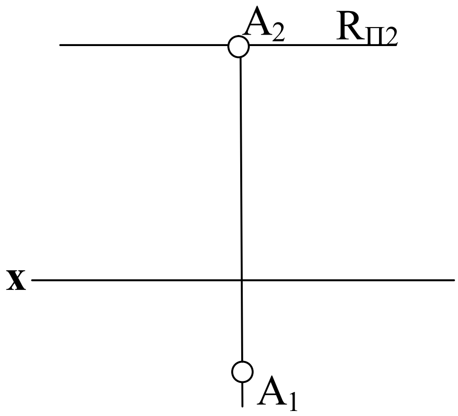
$$A \in T \rightarrow A_3 \in T_{П3}$$

2. Плоскости уровня

Опр.: Плоскость, параллельная одной из плоскостей проекций, называется плоскостью уровня.

2.1. $R // \Pi_1$ – горизонтальная плоскость уровня.

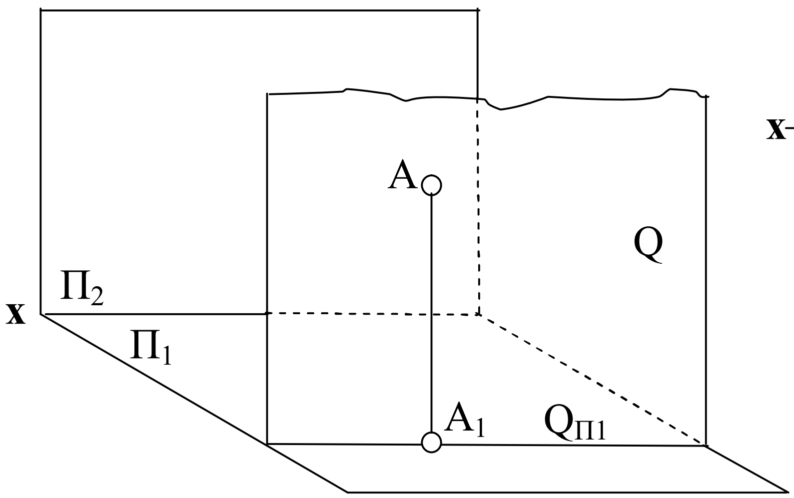


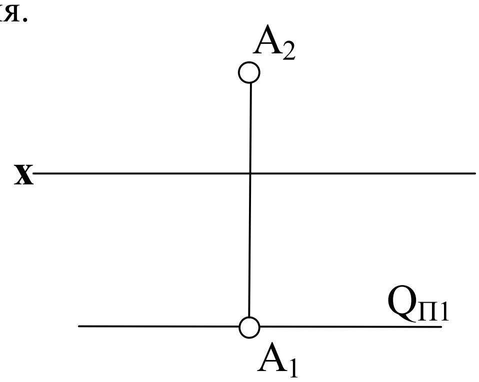


$R_{\Pi 2} // \mathbf{x}$
(Признак плоскости)

$R \perp \Pi_2$; $R \perp \Pi_3$

2.2. $Q // \Pi_2$ – фронтальная плоскость уровня.

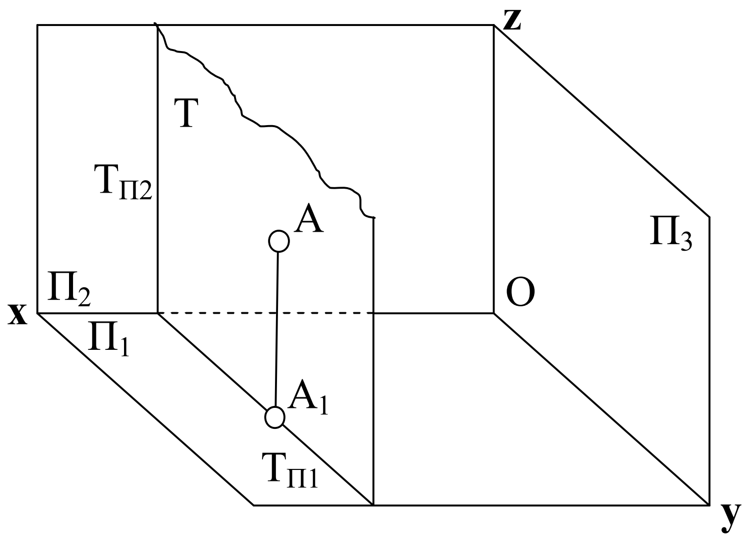




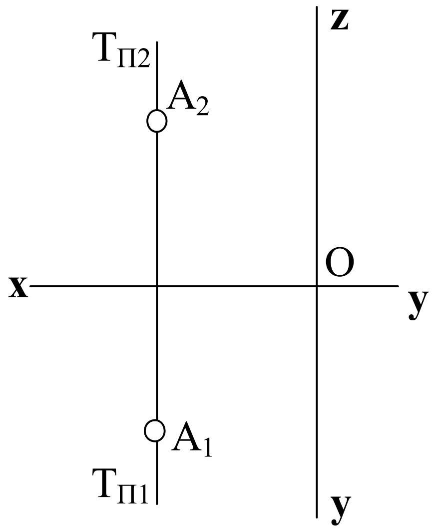
$Q_{\Pi 1} // \mathbf{x}$
(Признак плоскости)

$Q \perp \Pi_1$; $Q \perp \Pi_3$

2.3. Т//П$_3$ – Профильная плоскость уровня



Т⊥П$_1$; Т⊥П$_2$



T$_{П1}$⊥**x**; T$_{П2}$⊥**x**

(Признак плоскости)

Плоскость уровня // одной из плоскостей проекций и ⊥ двум другим плоскостям проекций.

Её следы обладают собирательным свойством.

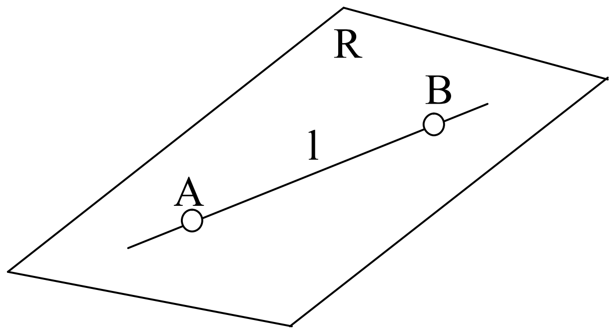
Плоская фигура, лежащая в плоскости уровня, проецируется на плоскость проекций (R на П$_1$; Q на П$_2$; Т на П$_3$) в натуральную величину.

Плоскости уровня имеют по два следа.

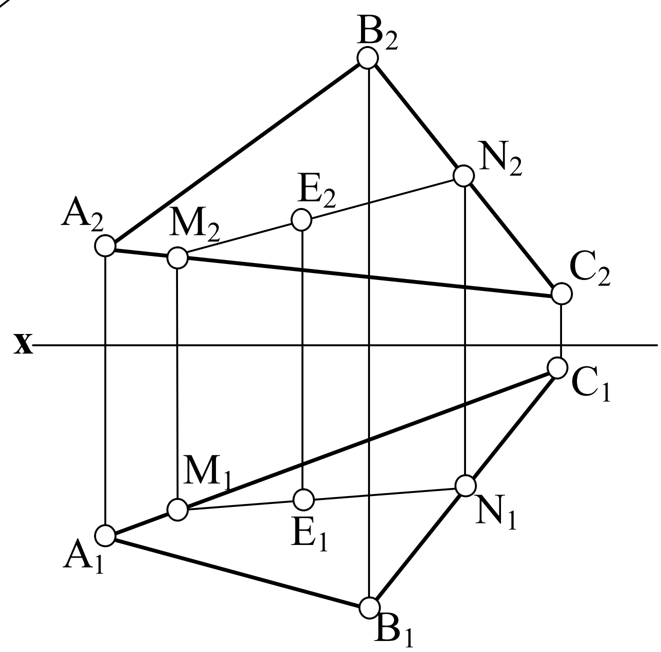
<u>Тема № 4</u>

<u>1. Прямая и точка в плоскости.</u>

<u>Правило 1.</u> Прямая принадлежит плоскости, если две ее точки принадлежат данной плоскости.



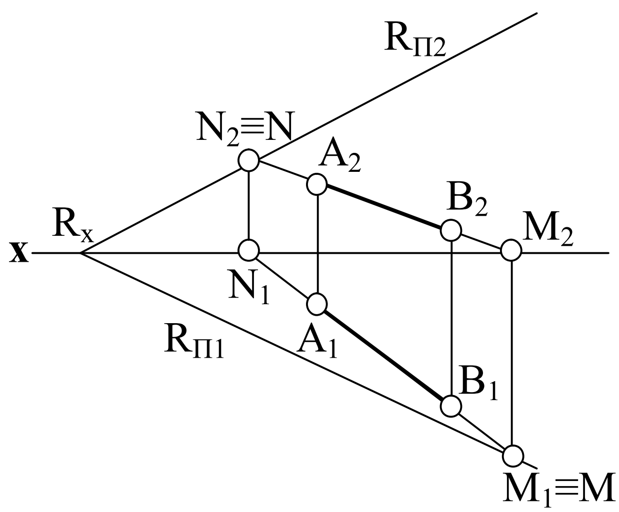
$$\left.\begin{array}{l} A \in R \\ B \in R \end{array}\right| \rightarrow AB \in R \quad (l \in R)$$



$MN \in \Delta ABC$, т.к.
$M \in AC \in \Delta ABC$,
$N \in BC \in \Delta ABC$

<u>Правило 2.</u> Если плоскость задана следами, то прямая принадлежит плоскости в том случае, если следы прямой лежат на одноименных следах плоскости и наоборот.

<u>Пример:</u> Заключить прямую AB в плоскость R общего положения.



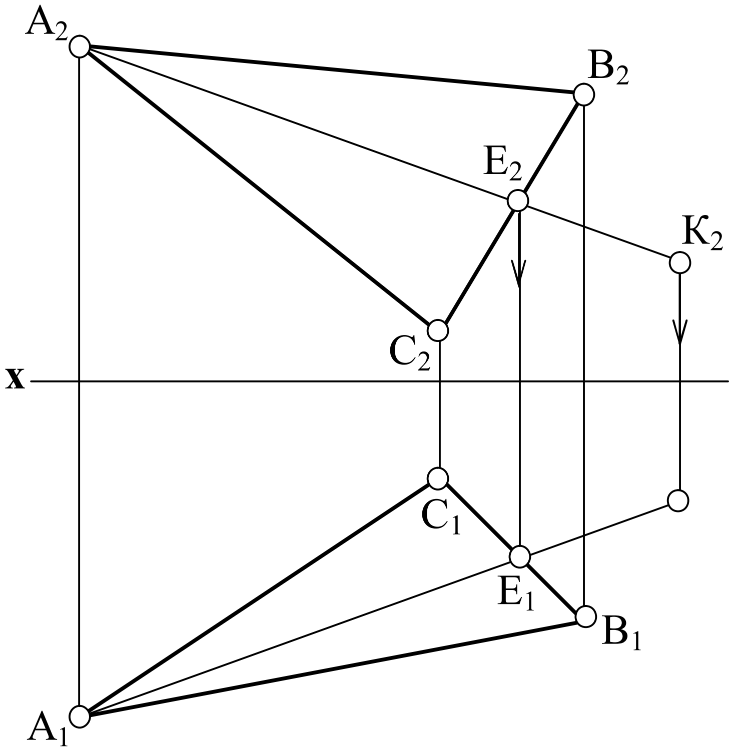
<u>Решение</u>

1.Находим следы прямой AB: M и N.

2. Через полученные следы M и N и произвольно заданную точку R_x проводим следы плоскости $RП_1$ и $RП_2$

$M \in R$, $N \in R \rightarrow MN$(или AB)$\in R$

Пример: Построить недостающую проекцию точки К, принадлежащей плоскости ΔАВС.



Дано: K_2

$K \in \Delta ABC$

Определить: K_1

Решение:

1. Проводим $A_2E_2K_2$ $AK \in \Delta ABC$.
2. Находим A_1E_1
3. На A_1C_1 (продолжении строим K_1

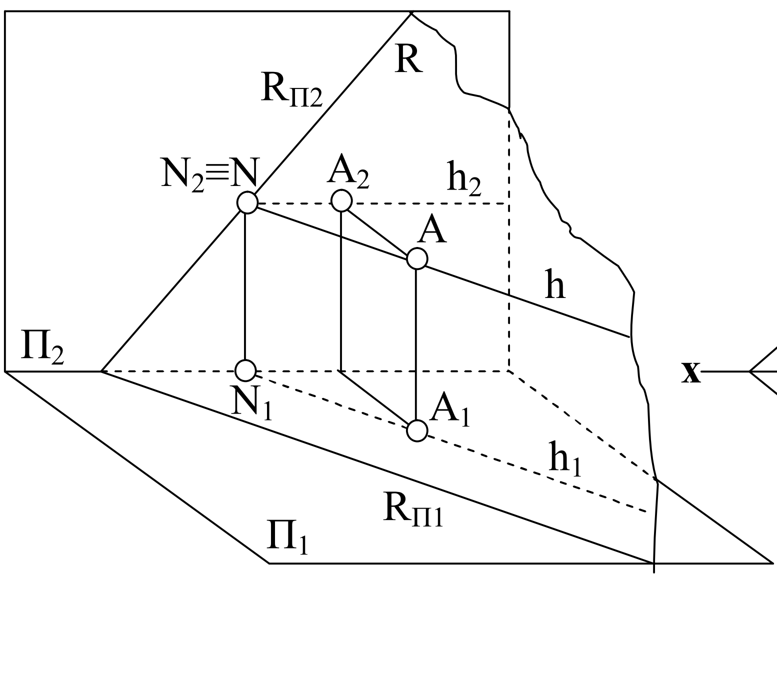
2. Главные линии в плоскости.

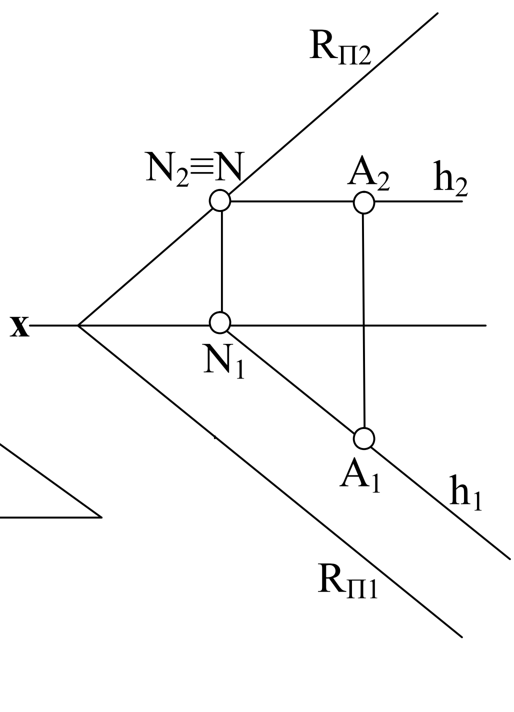
1. Линии уровня.
2. Линии наибольшего наклона.

2.1. Линии уровня.

1. Горизонталь.

Опр.: Горизонталью данной плоскости называется прямая, лежащая в этой плоскости и параллельная плоскости Π_1.



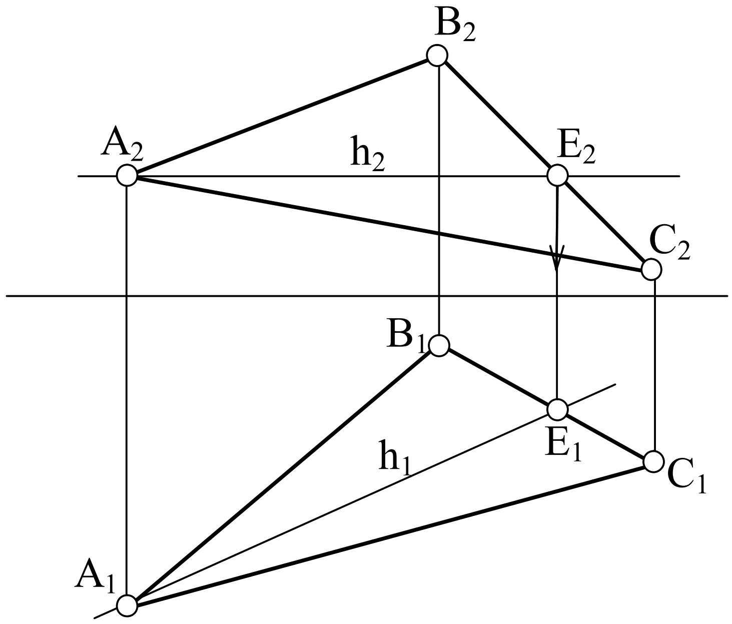


$h \in R$, $h // \Pi_1$

$R_{\Pi 1}$ – нулевая горизонталь $h_1 // R_{\Pi 1}$; $h_2 // \mathbf{x}$

N – след горизонтали

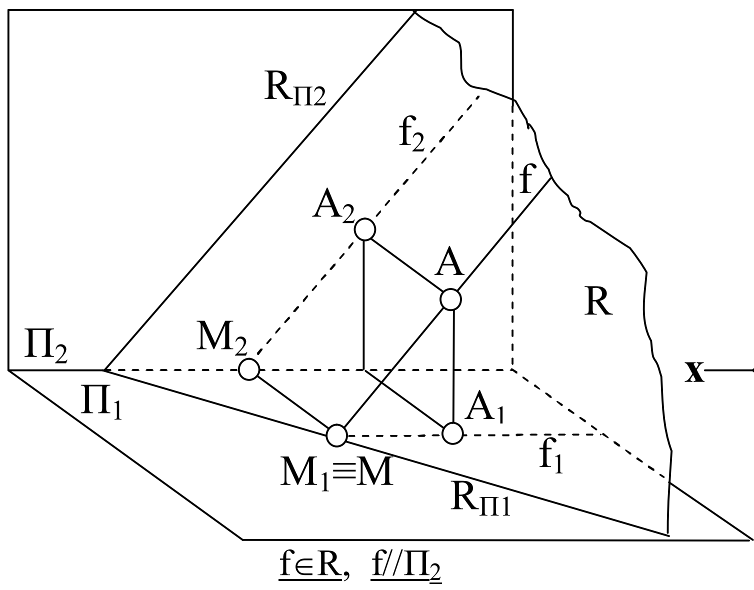
(·)A∈R, т.к. A∈h

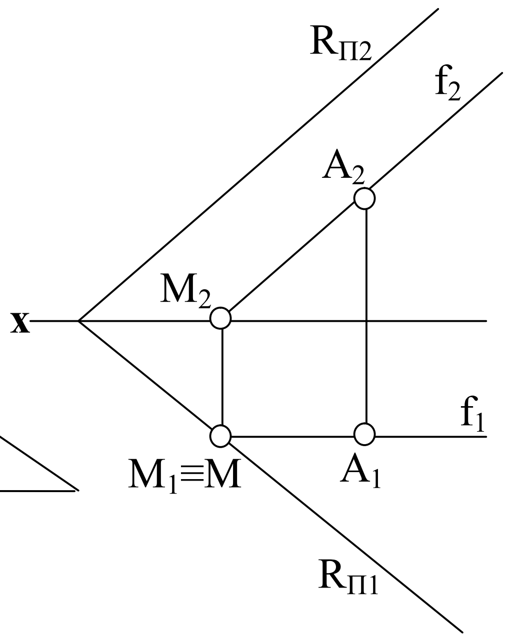


$h \in ABC$

2. Фронталь.

Опр.: Фронталью плоскости называется прямая, лежащая в этой плоскости и параллельная плоскости Π_2.





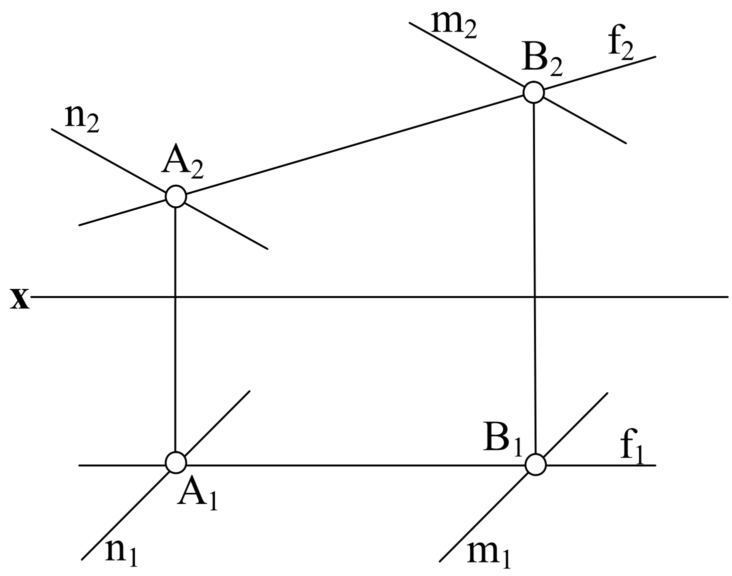
$f \in R$, $f // \Pi_2$

$R_{\Pi 2}$ – нулевая фронталь

$f_2 // R_{\Pi 2}$; $f_1 // \mathbf{x}$

M – след фронтали

(·) A∈R, т.к. A∈f



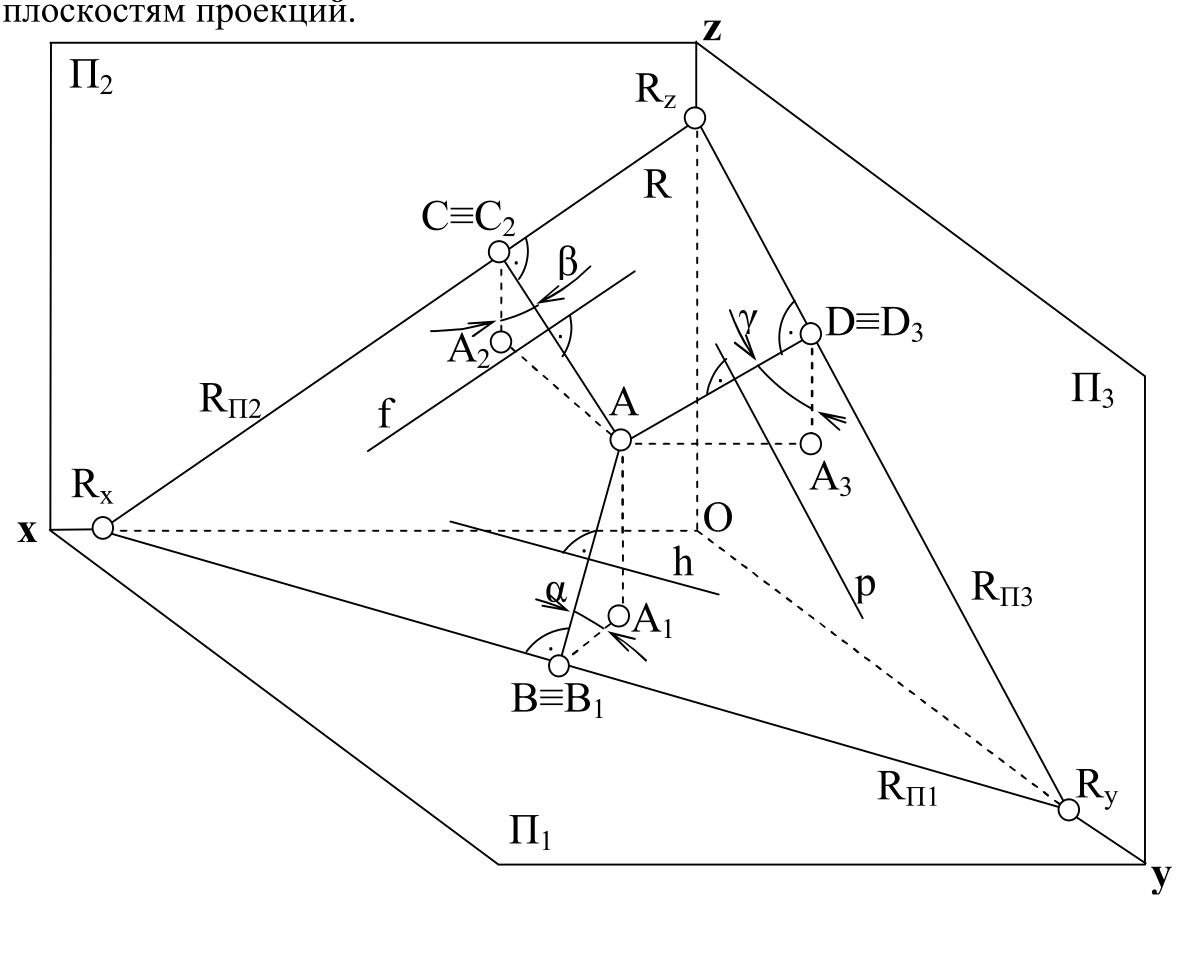
f∈(n//m)
f // Π_2

3. <u>Опр.:</u> Профильной линией плоскости называется прямая, лежащая в одной плоскости и параллельная плоскости Π_3.

<u>2.2. Линии наибольшего наклона.</u>
(ЛНН)

<u>Опр.:</u> Линиями наибольшего наклона плоскости называются линии, которые лежат в плоскости и перпендикулярны к горизонталям, фронталям и профильным прямым или к соответствующим следам плоскости.

ЛНН применяют при определении угла наклона данной плоскости к плоскостям проекций.



Различают следующие ЛНН:

1. ЛНН к горизонтальной плоскости проекций (линия ската): $ЛНН_{П1}\perp R_{П1}$ или h.

2. ЛНН к фронтальной плоскости проекций: $ЛНН_{П2}\perp R_{П2}$ или f.

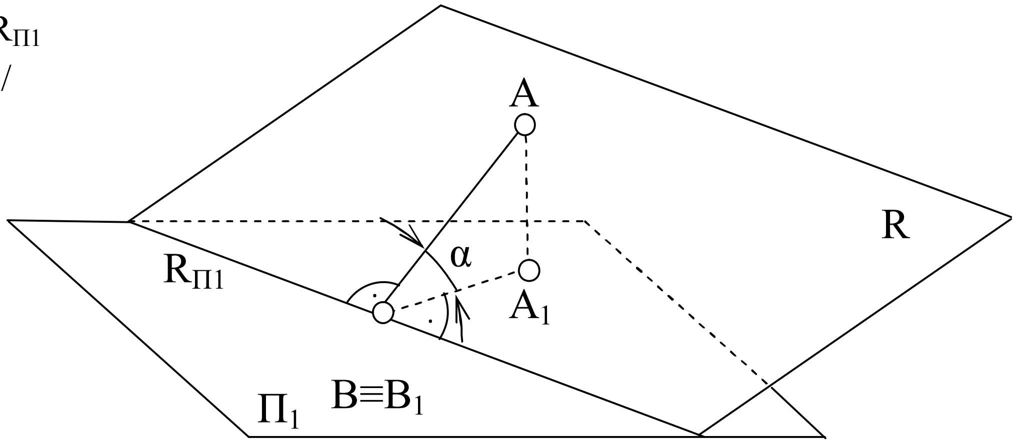
3. ЛНН к профильной плоскости проекций: $ЛНН_{П3}\perp R_{П3}$ или P.

Двугранный угол, образованный плоскостью R и плоскостью проекций, равен углу между ЛНН и этой плоскостью проекций или углу между ЛНН и ее проекцией на плоскость проекций.

$AB_1\perp R_{П1}$

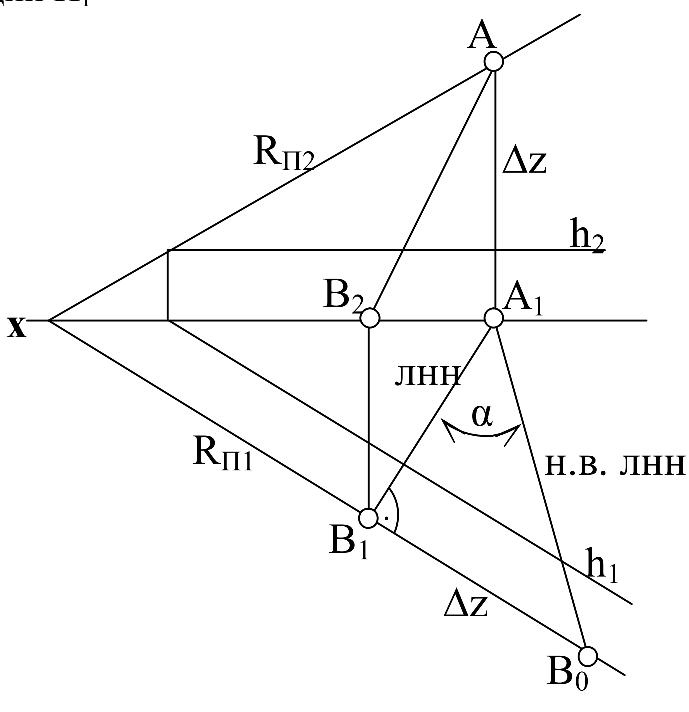
$A_1B_1\perp R_{П1}$

$\alpha=/\widehat{R\Pi_1}/$



Линия наибольшего наклона плоскости R перпендикулярна следу $R_{П1}$. Так как A_1B_1 также перпендикулярна к $R_{П1}$, то $\angle AB_1A_1$ есть линейный угол двугранного угла, образованного плоскостями $П_1$ и R.

<u>Пример:</u> Определить угол наклона плоскости R к плоскости проекций $П_1$



AB – ЛНН

$A_1B_1\perp R_{П1}$

(или $A_1B_1\perp h_1$)

$\Delta z=A_1A_2=B_1B_0$

$\alpha=/\widehat{R\Pi_1}/=$

$=/\widehat{ЛНН\Pi_1}/=$

$=/\widehat{A_1B_1A_1B_0}/.$

Согласно правилу проецирования прямого угла, из произвольно выбранной точки А, принадлежащей плоскости R, проводим перпендикулярно $R_{П1}$ горизонтальную проекцию ЛНН. Методом прямоугольного треугольника определяем натуральную величину отрезка АВ (ЛНН), в результате чего находим угол α.

Если плоскость заданна не следами, то для построения ЛНН нужно провести линии уровня в плоскости.

С помощью ЛНН можно задать плоскость, т.к. ЛНН и перпендикулярная ей линия уровня образуют пару пересекающихся прямых.

<u>Тема № 5</u>

<u>1. Взаимное расположение двух плоскостей.</u>

Две плоскости могут быть:

1. Параллельными.

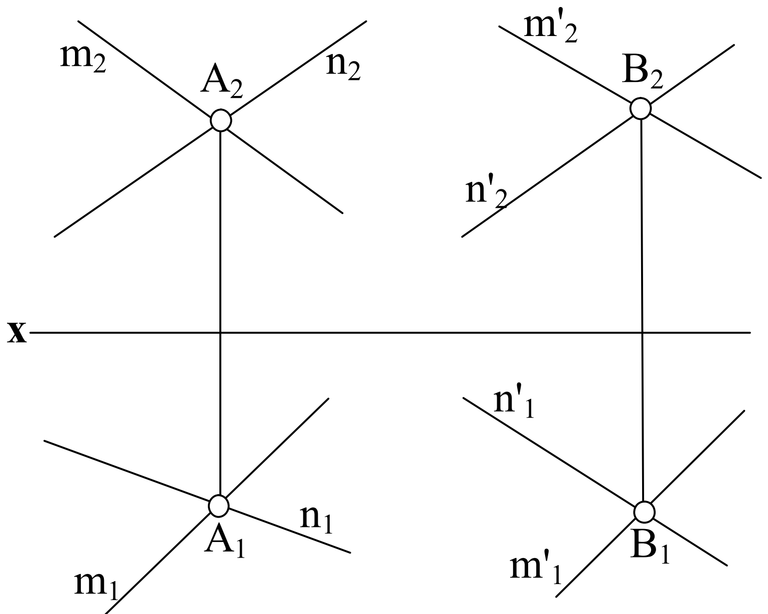
2. Пересекающимися.

Параллельные плоскости в частном случае могут совпадать друг с другом.

Взаимно перпендикулярные плоскости представляют собой частный случай пересекающихся плоскостей.

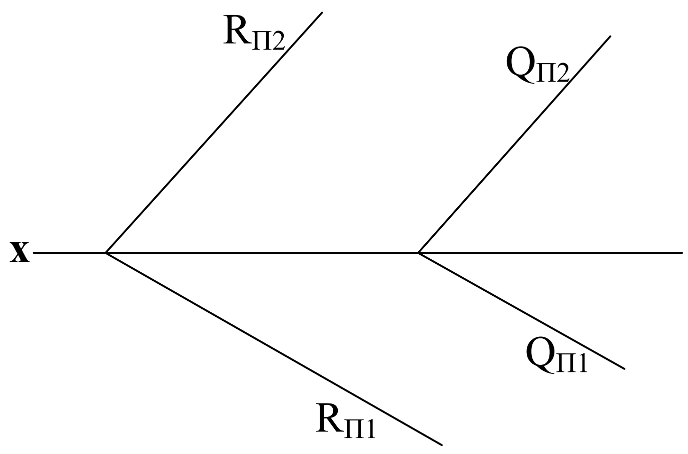
<u>1.1. Параллельные плоскости.</u>

<u>Опр.:</u> Две плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости.



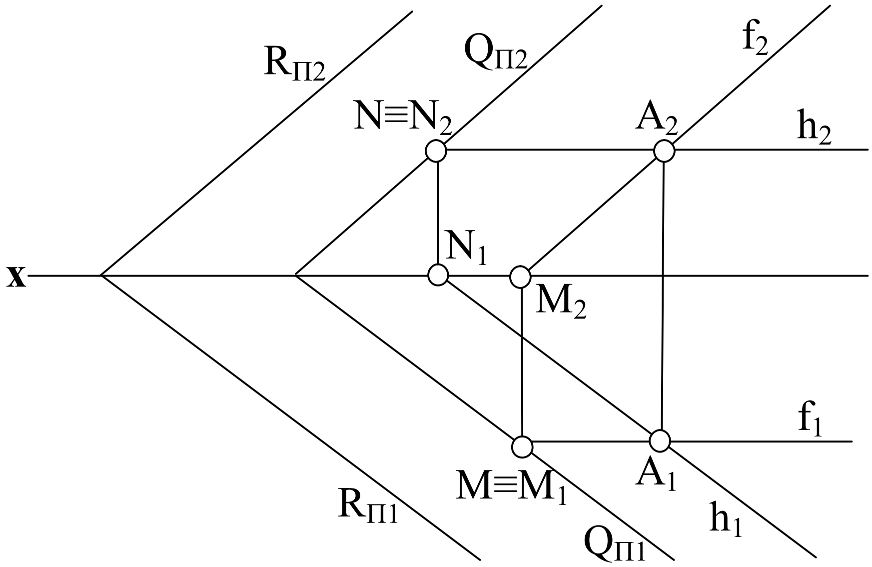
пл. R (m∩n)//
пл. Q (m'∩n')→
m//m'
n//n'

Если плоскости заданны следами, то у параллельных плоскостей одноименные следы параллельны.



R//Q→
$R_{П1}$//$Q_{П1}$
$R_{П2}$//$Q_{П2}$

Пример. Через точку A провести плоскость Q, параллельную плоскости R.



План решения:

1. Через (·) A проводим две пересекающиеся прямые (горизонталь и фронталь), параллельные плоскости R.

2. Строим следы горизонтали и фронтали и через них проводим следы плоскости Q параллельно следам плоскости R.

1.2. Пересечение плоскостей.

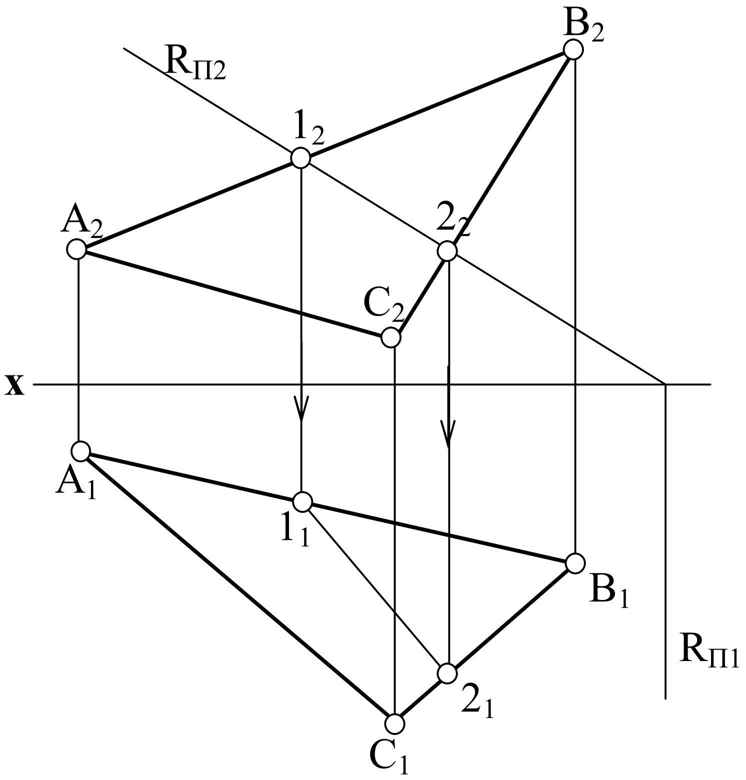
Если плоскости не параллельны, то они пересекаются.

Построение линии пересечения двух плоскостей – первая основная позиционная задача начертательной геометрии.

Две плоскости пересекаются по прямой линии. Поэтому:

Опр.: Чтобы построить линию пересечения двух плоскостей, достаточно построить две точки, принадлежащие той и другой плоскости.

Пересечение плоскости общего положения с плоскостью частного положения.



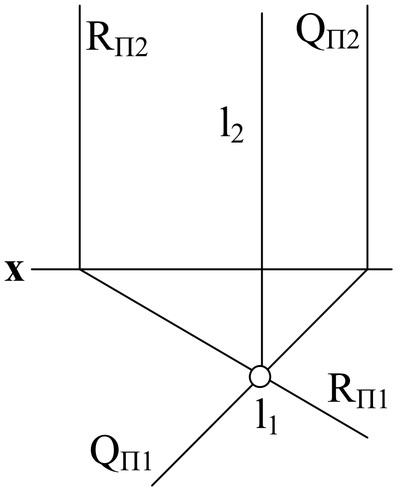
ABC – плоскость общего положения
$R \perp П_2$ – фронтально проецирующая плоскость.
$(\cdot)1 \in R$; $(\cdot)1 \in ABC$
$(\cdot)2 \in R$; $(\cdot)2 \in ABC \rightarrow$
$1,2 = R \cap ABC$

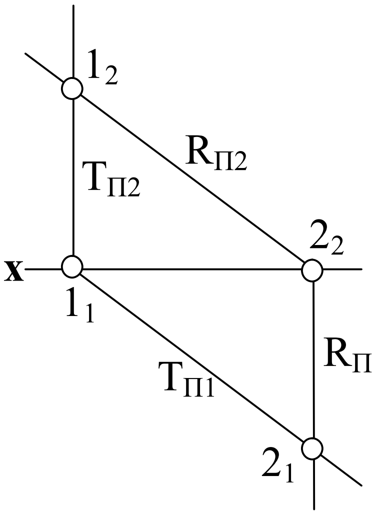
Правило 1. Если одна из пересекающихся плоскостей - проецирующая, то одна из проекций линии пересечения определяется сразу: она лежит на следе проецирующей плоскости, обладающим собирательным свойством.

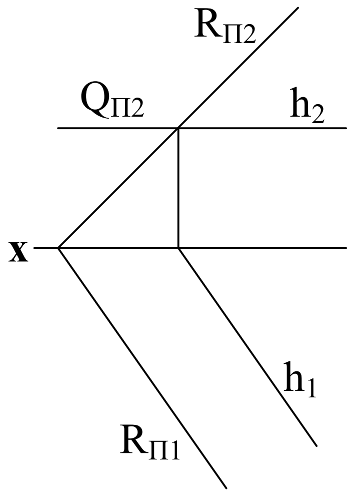
Правило 2. Плоскость уровня пересекает любую другую плоскость по прямой уровня:

1. Горизонтальная – по горизонтали.
2. Фронтальная – по фронтали.
3. Профильная – по профильной прямой.

Некоторые частные случаи пересечения плоскостей.







$R \perp П_1$
$Q \perp П_1$
$l \perp П_1$
$l_1 \in RП_1$
$l_1 \in Q_{П1}$

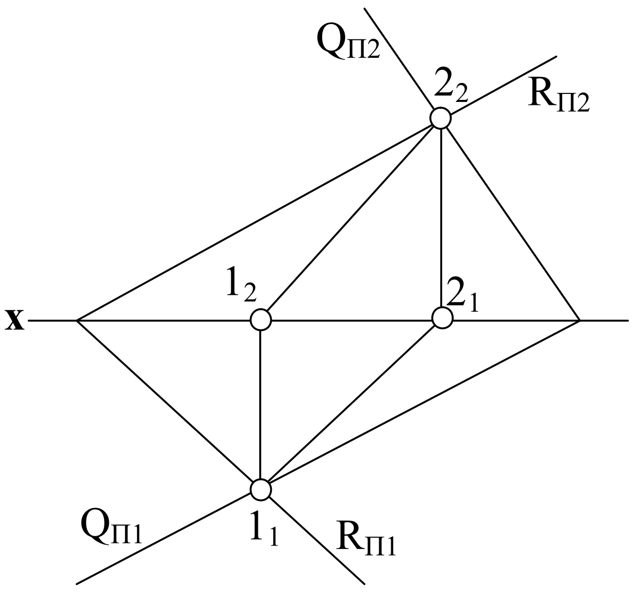
$R \perp П_2$
$T \perp П_1$
$1_1 2_1 \in T_{П1}$
$1_2 2_2 \in R_{П2}$

R - общего положения
$Q // П_1$
$h_2 \in Q_{П2}$
$h_1 \in R_{П1}$

Пересечение двух плоскостей общего положения.

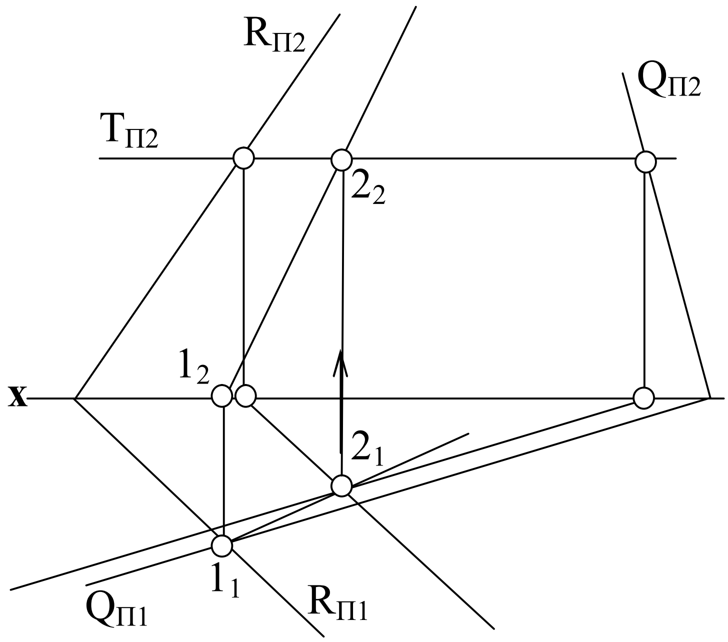
Построение линии пересечения плоскостей общего положения также сводится к нахождению проекций двух точек, одновременно принадлежащих каждой из пересекающихся плоскостей.

В случае пересечения плоскостей общего положения, заданных следами, общими точками будут точки пересечения одноименных следов.



$R_{П1} \cap Q_{П1} \rightarrow 1$
$R_{П2} \cap Q_{П2} \rightarrow 2$
$R \cap Q \rightarrow 1.2$

Если точки пересечения одноименных следов находятся вне поля чертежа, следует использовать вспомогательные плоскости уровня – горизонтальные или фронтальные.



$R \cap Q \rightarrow 1,2$
$T // П_1$

<u>Решение:</u>

1. Общая точка 1 определяется сразу как точка пересечения горизонтальных следов плоскостей R и Q.

2. Проводится вспомогательная секущая плоскость $T // П_1$.

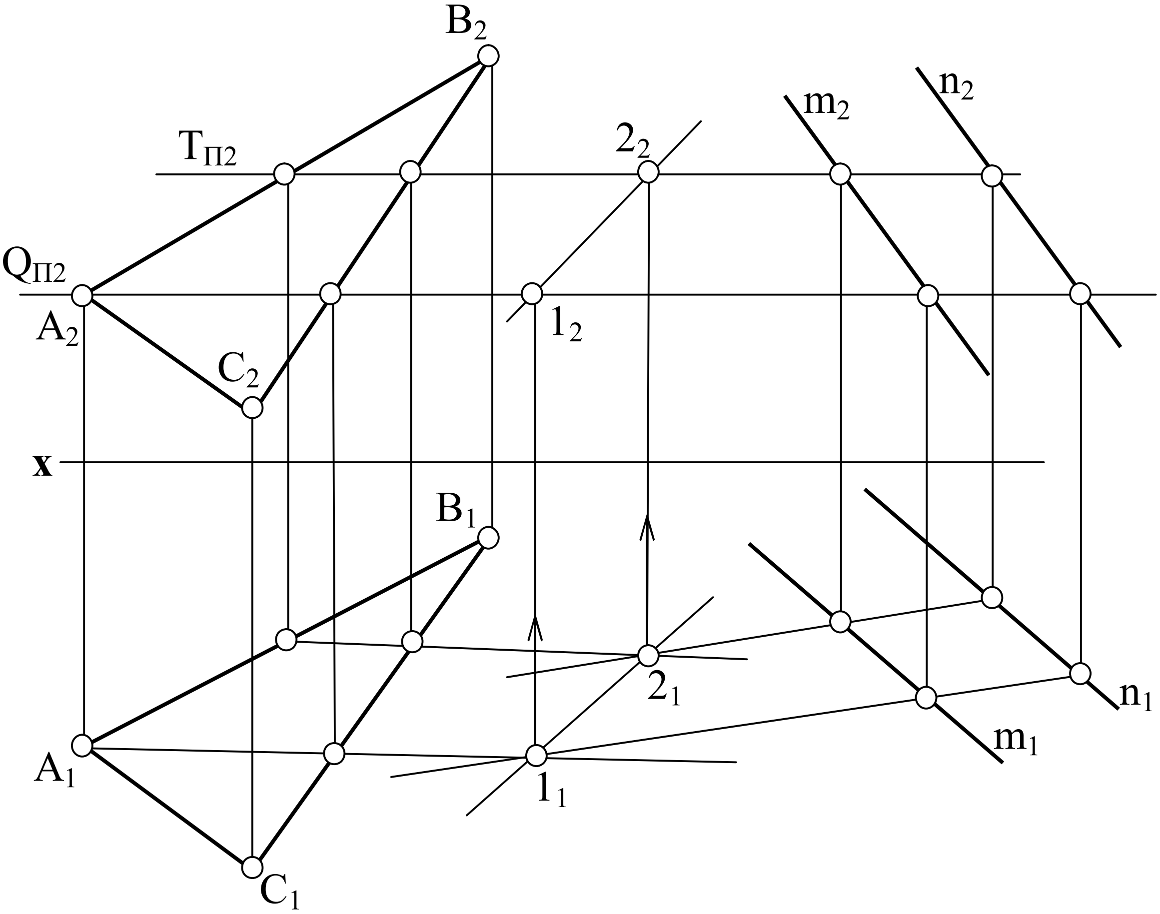
3. Строятся линии пересечения плоскости T с плоскостями R и Q. Это будут горизонтали.

4. Определяется точка пересечения построенных горизонталей 2.

5. Через точку 1 и 2 проводится искомая линия пересечения заданных плоскостей R и Q.

Если не пересекаются в пределах чертежа ни горизонтальные, ни фронтальные следы плоскостей, то для построения двух общих точек необходимо провести две вспомогательные секущие плоскости.

Пример. Построить линию пересечения плоскостей АВС и (m//n).



Решение: Для определения двух общих точек заданных плоскостей проводим две вспомогательные (горизонтальные) плоскости уровня Т и Q. Вспомогательная плоскость Q пересекает заданные плоскости по двум горизонталям, которые в своем пересечении дают точку 1, общую для плоскостей, заданных треугольником и параллельными прямыми. Вторая вспомогательная плоскость Т также пересекает каждую из заданных плоскостей по горизонталям, дающим в пересечении точку 2. Проводя через точки 1 и 2 прямую, получаем линию пересечения плоскостей.

Более подробно метод плоскостей будет рассмотрен позже.

<u>Тема № 6</u>

<u>1. Прямая и плоскость.</u>

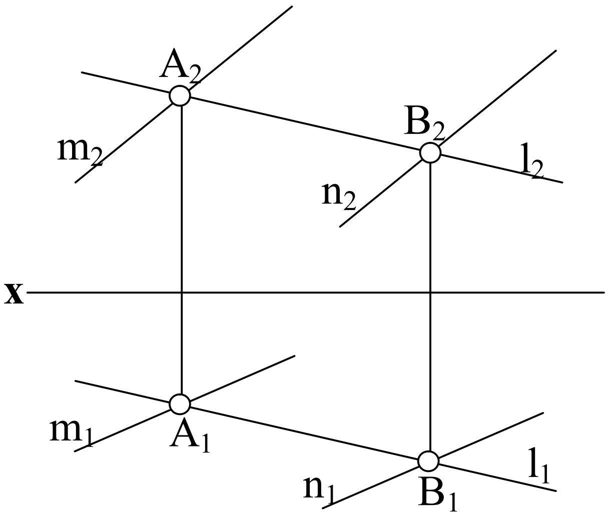
Возможны три варианта взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве:

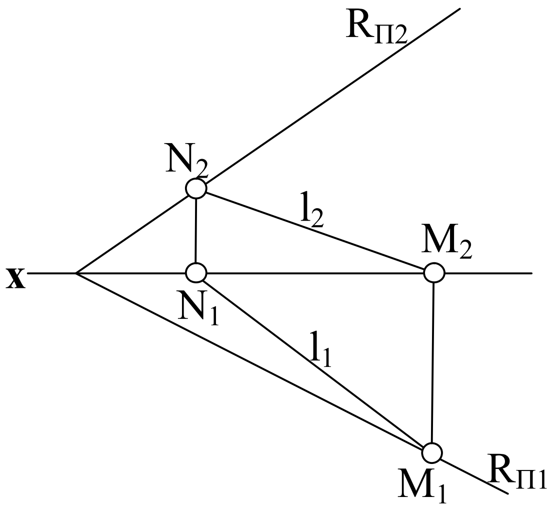
1. Прямая принадлежит плоскости.
2. Прямая параллельна плоскости.
3. Прямая пересекает плоскость.

<u>1.1. Прямая принадлежит плоскости.</u>

<u>Опр. 1:</u> Прямая принадлежит плоскости, если две ее точки принадлежат плоскости.

<u>Опр. 2:</u> Прямая принадлежит плоскости, заданной следами, если следы прямой лежат на следах плоскости.





$l \in$ пл. R (m//n), т.к.

$A \in R$ (m//n),

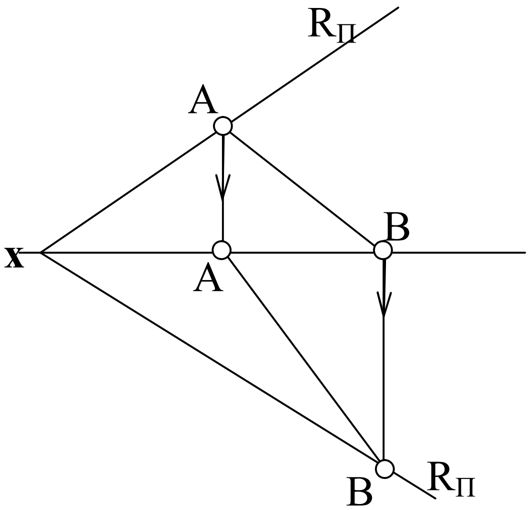
$B \in R$ (m//n)

$l \in R$, т.к.

$M \in R_{П1}$,

$N \in R_{П2}$

<u>Пример.</u> Построить недостающую проекцию отрезка прямой AB, принадлежащей плоскости R.



<u>Дано:</u> A_2B_2;

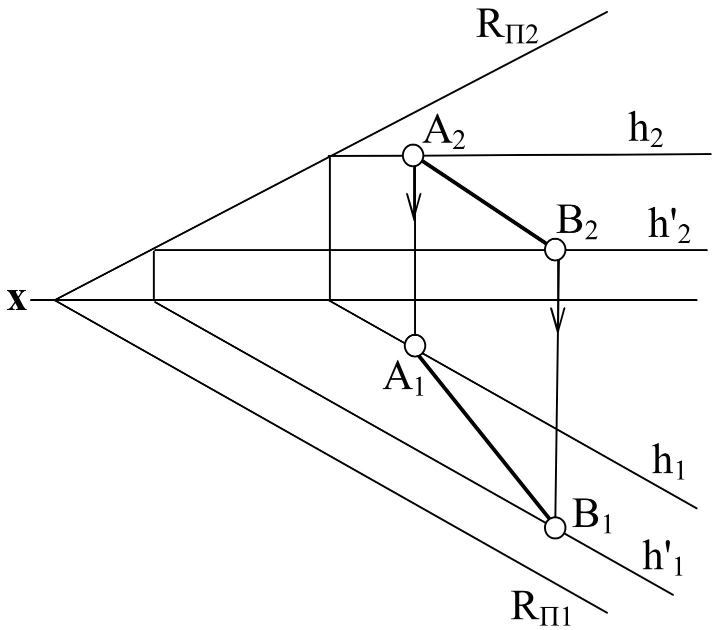
$AB \in R$

<u>Решение:</u>

Находим A_1B_1

$A_2 \in R_{П2} \rightarrow A_1 \in \mathbf{x}$

$B_2 \in \mathbf{x} \rightarrow B_1 \in R_{П1}$



Дано: A_2B_2;

$AB \in R$

Решение:

– находим A_1B_1

– через проекции точек A_2 и B_2 проводим в плоскости R горизонтали h и h'.

$h \in R$; $h' \in R$.

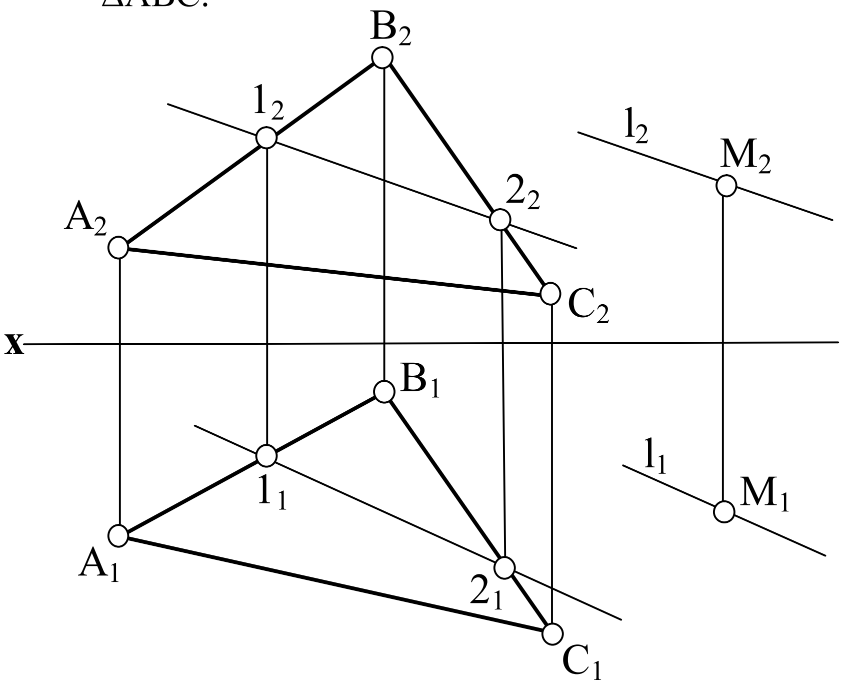
– на горизонтальных проекциях горизонталей h_1 и h'_1 по линиям связи отмечаем проекции точек A_1 и B_1.

– Соединяем A_1 и $B_1 \rightarrow AB \in R$.

1.2. Прямая, параллельная плоскости.

Опр.: Прямая параллельна плоскости, если она параллельна любой прямой, принадлежащей этой плоскости.

Пример. Через точку M провести прямую, параллельную плоскости ΔABC.



Дано: ΔABC;

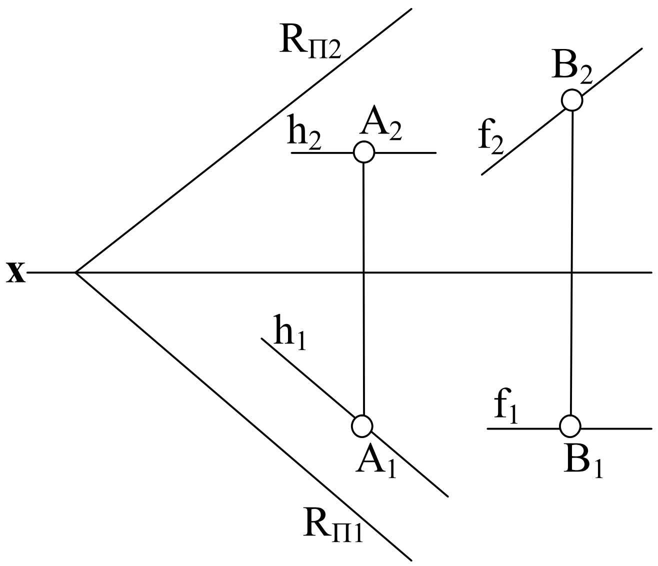
(·)M.

Решение

1. В плоскости ΔABC проводим прямую 1, 2.

2. Через (·) M проводим прямую l, параллельную прямой 1, 2

Пример. Через точки A и B провести прямые, параллельные плоскости R.



Дано: плоскость R;
(·) A, (·) B.

Решение.

$h // R_{П1} \rightarrow h // R$

$f // R_{П2} \rightarrow f // R$

1.3. Пересечение прямой с плоскостью.

Данная задача является второй основной позиционной задачей начертательной геометрии.

Опр.: Построить точку пересечения прямой с плоскостью – значит найти общую точку, принадлежащую одновременно заданной прямой и плоскости.

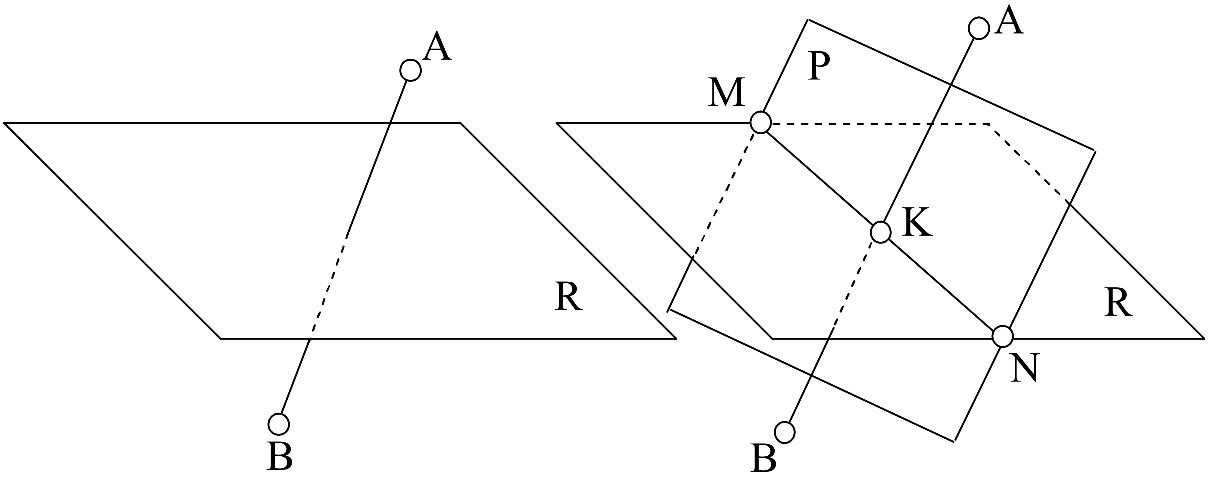
Порядок (алгоритм) построения точки пересечения (точки встречи) прямой с плоскостью:

1. Через данную прямую AB провести некоторую вспомогательную плоскость P (частного положения).

2. Построить линию пересечения MN вспомогательной P и заданной R плоскостей.

3. Определить точку пересечения прямых заданной AB и построенной MN.

4. Определить видимость участков прямой AB.



Дано: Плоскость R, прямая AB.

Найти: (·) К=AB∩R.

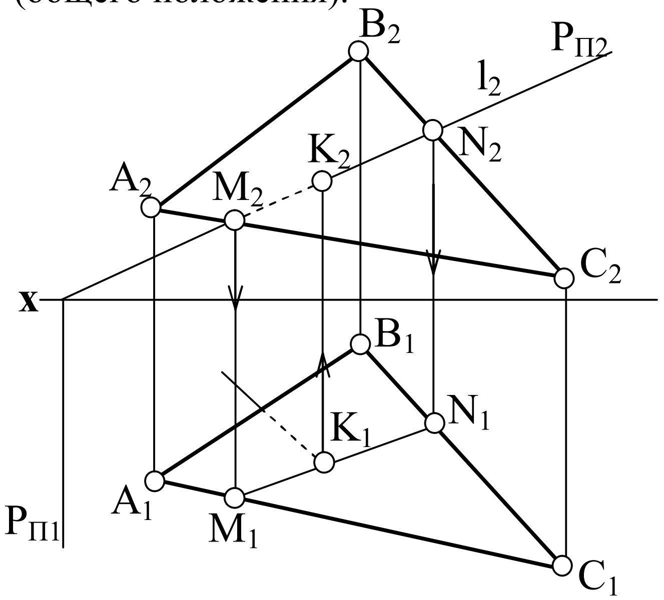
Решение: 1. AB∈P

2. MN=P∩R

3. (·) К=MN∩AB

4. Видимость участков прямой AB определяется методом конкурирующих точек.

Пример. Найти точку пересечения прямой l с плоскостью ΔABC (общего положения).

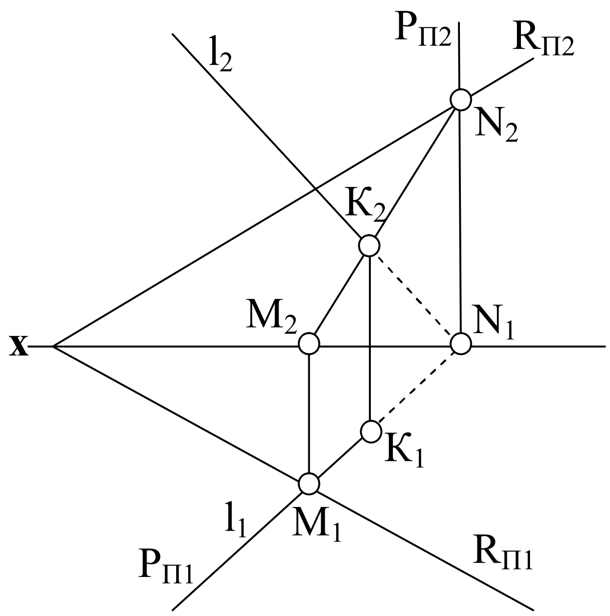


Дано: ΔABC (общего положения)
прямая l (общего положения)

Найти:
(·) К=AB∩ΔABC.

Решение:
1. l∈P; P⊥Π_2.
2. MN=P∩ΔABC.
3. MN∩l=K.
4. Определяем видимость участков прямой l на горизонтальной и фронтальной проекциях методом конкурирующих точек.

Пример. Найти точку пересечения прямой l с плоскостью общего положения, заданной следами.

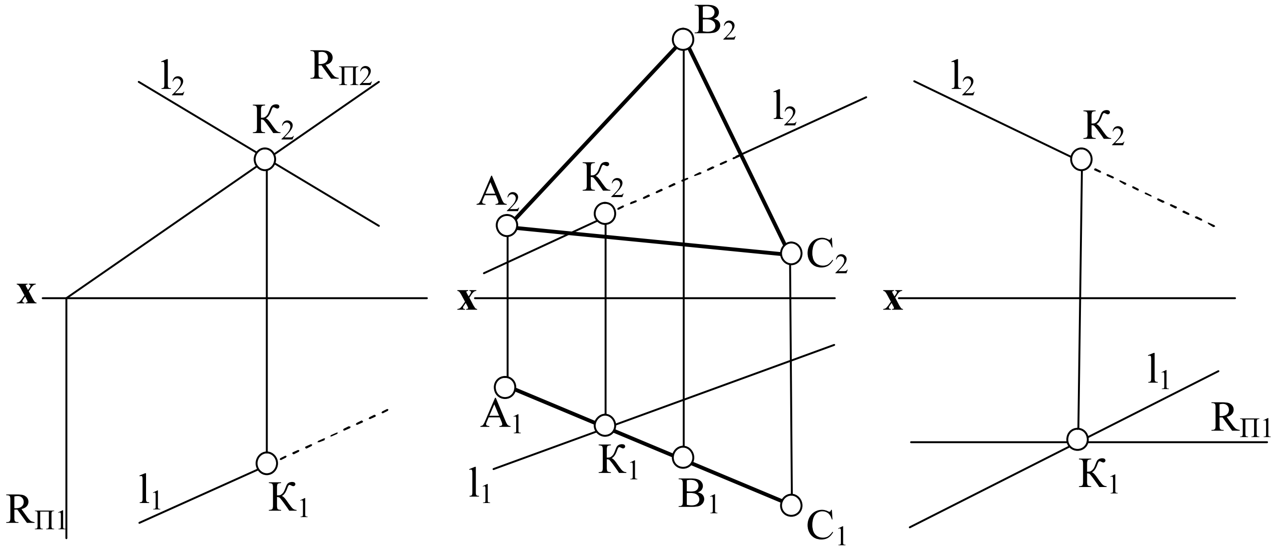


Дано: плоскость R (общего положения)
прямая l (общего положения)

Найти:
(·) К=l∩R

Решение:
1. l∈P; P⊥Π_2
2. MN=P∩R
3. MN∩l=K
4. Определить видимость l.

Частные случаи.



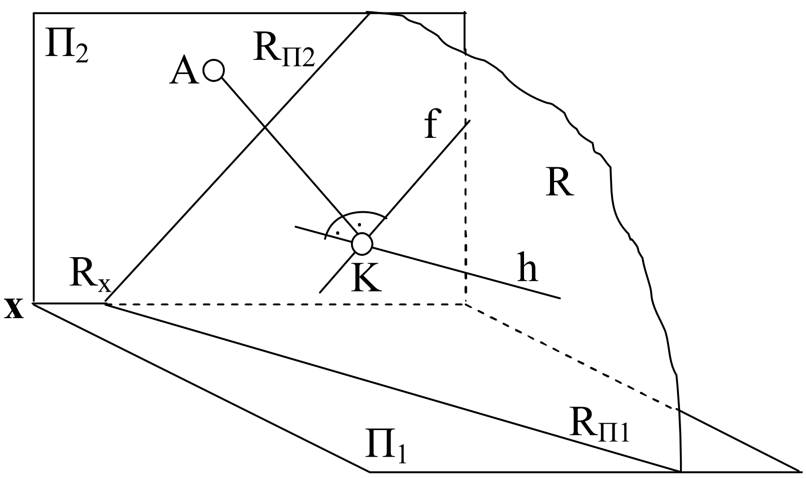
$R \perp П_2$ | $\Delta ABC \perp П_1$ | $R // П_2$

(·) $К = l \cap R$ | (·) $К = l \cap \Delta ABC$ | (·) $К = l \cap R$

1.4. Прямая, перпендикулярная к плоскости.

Это частный случай пересечения прямой с плоскостью.

Опр.: Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости, и наоборот.



$f \cap h$

$f \in R$; $h \in R$

$AK \perp h$

$AK \perp f \rightarrow \underline{AK \perp R}$

Согласно теореме о проецировании прямого угла, если прямая ⊥ плоскости, то ее проекции ⊥ одноименным следам плоскости или соответствующим проекциям горизонтали и фронтали.

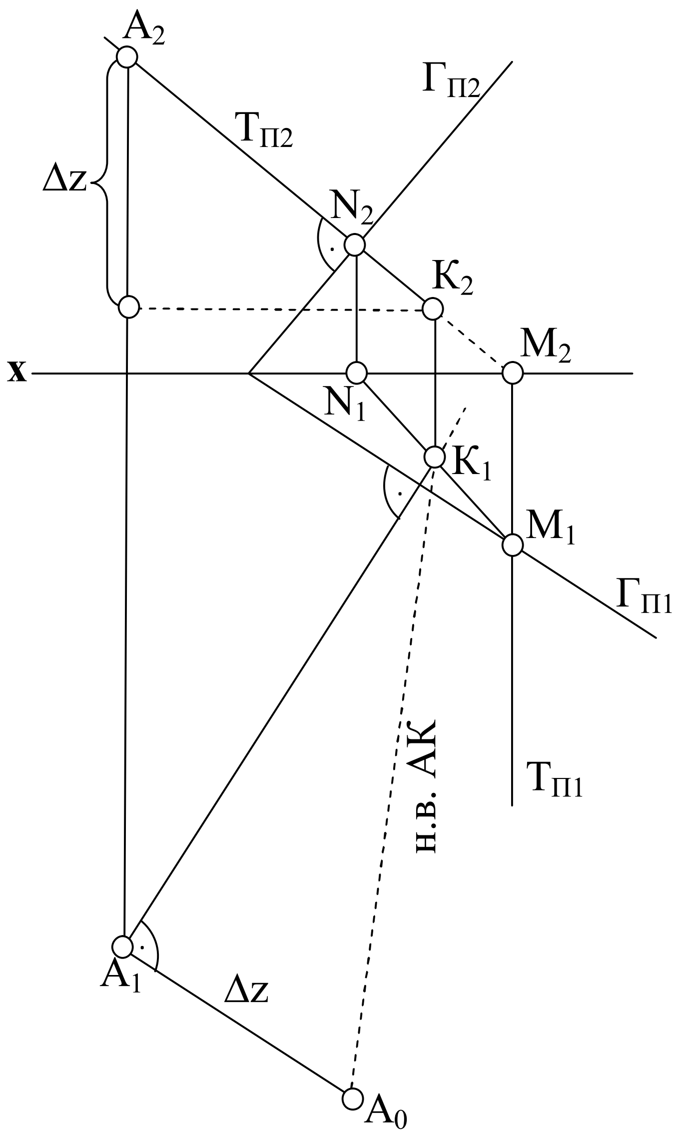
Правила построения прямой, перпендикулярной к плоскости.

1. Провести ⊥ к горизонтальной проекции горизонтали или горизонтальному следу плоскости.

2. Провести ⊥ к фронтальной проекции фронтали или фронтальному следу плоскости.

3. То же на фронтальной проекции.

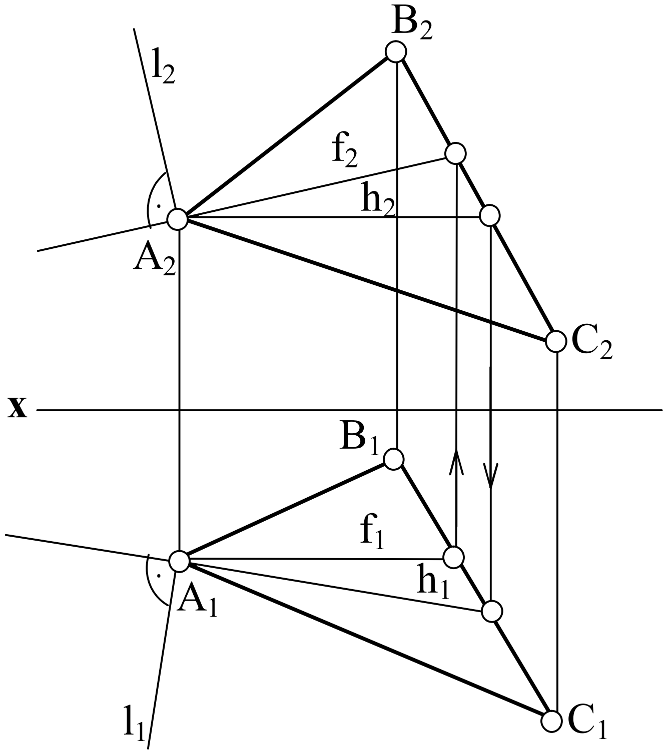
Пример. Определить расстояние от (·) А до плоскости Г.



Решение:

1. Из (·) А опускаем перпендикуляр на плоскость Г (перпендикуляры к следам)
2. Находим точку пересечения перпендикуляра с плоскостью Г (алгоритм второй основной позиционной задачи).
3. Методом прямоугольного треугольника определяем н.в. АК.

Пример. Восставить перпендикуляр к плоскости ΔABC в точке A.



Решение:

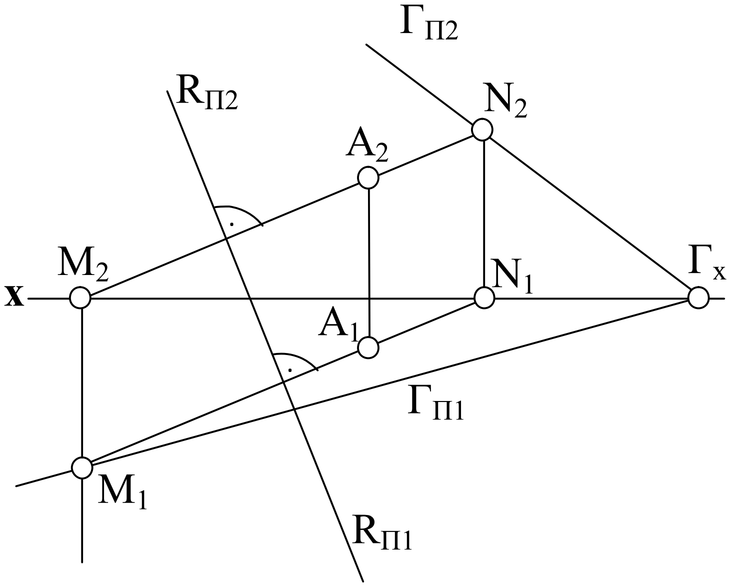
1. Проводим $h \in \Delta ABC$
2. Проводим $f \in \Delta ABC$
3. $l_1 \perp h_1$

$l_2 \perp f_2 \rightarrow l \perp \Delta ABC$.

2.Взаимно перпендикулярные плоскости.

Опр.: Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через перпендикуляр к другой плоскости.

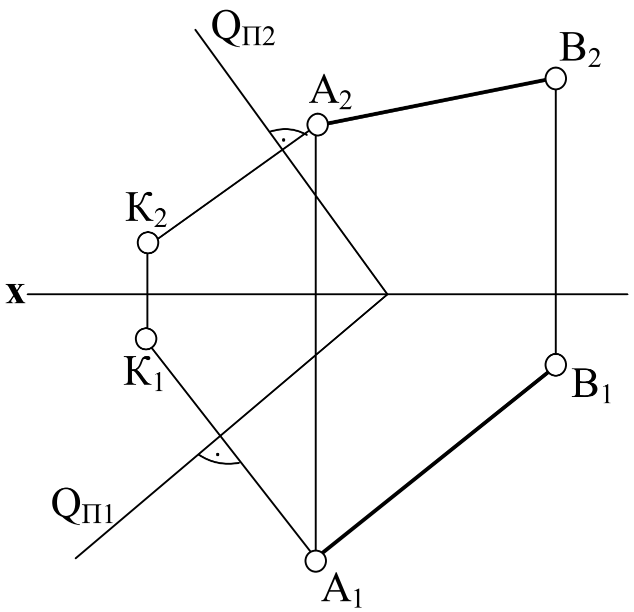
Пример. Через точку A провести плоскость Г, перпендикулярную R.



Решение.

1. Через (·) A проводим прямую $MN \perp R$.
2. Через следы прямой MN и произвольно выбранную точку схода следов $Г_x$ проводим следы плоскости Г.

<u>Пример.</u> Через прямую АВ провести плоскость, перпендикулярную плоскости Q.



<u>Решение.</u>

Из (·) А проводим прямую АК⊥Q. Плоскость (АК∩АВ)⊥Q, т.к. АК∈пл. (АК∩АВ) и АК⊥Q.

Тема № 7

1. Методы преобразования комплексного чертежа.

Многие метрические и позиционные задачи удобнее решать, если геометрические образы (отрезок прямой, фигура и т.п.) занимают частное положение (раскрыть).

Для перевода геометрического образа в частное положение обычно строят новые дополнительные проекции.

Построение новых дополнительных проекций называется преобразованием чертежа.

Два метода преобразования:

1. Метод перемены плоскостей проекций (замена старой системы плоскостей на новую).

2. Метод вращения (перемещение фигуры в пространстве при помощи вращения её вокруг какой-либо оси).

  2.1. Вращение вокруг проецирующих прямых.

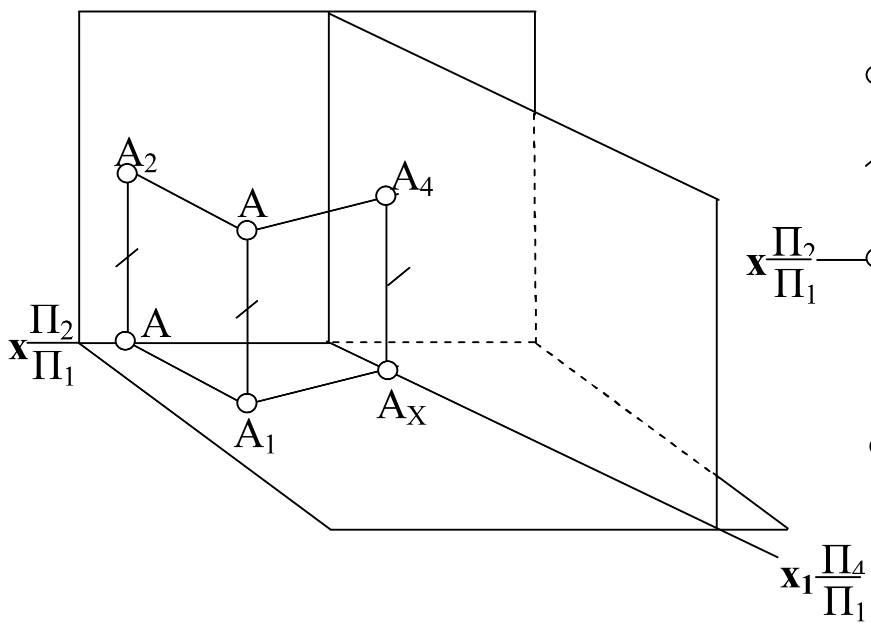
  2.2. Вращение вокруг прямых уровня.

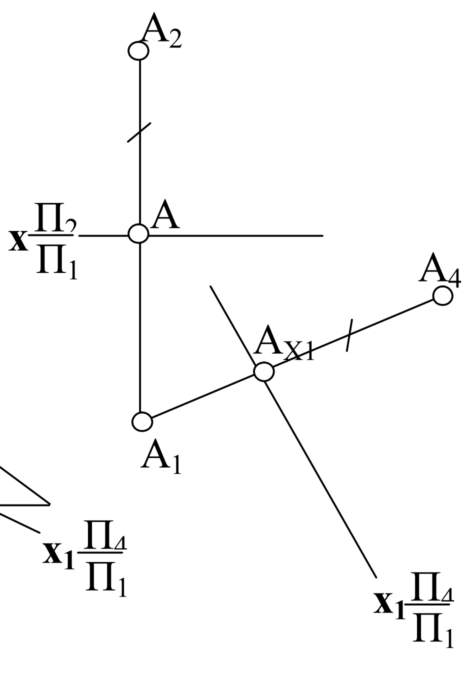
2. Метод перемены плоскостей проекций.

Сущность метода – геометрический образ не меняет своего положения в пространстве, а плоскости проекций занимают новое положение.

Правило 1. При замене плоскостей проекций сохраняется взаимная перпендикулярность двух плоскостей проекций.

Правило 2. Новые плоскости проекций выбираются так, чтобы изображаемая фигура занимала частное положение.

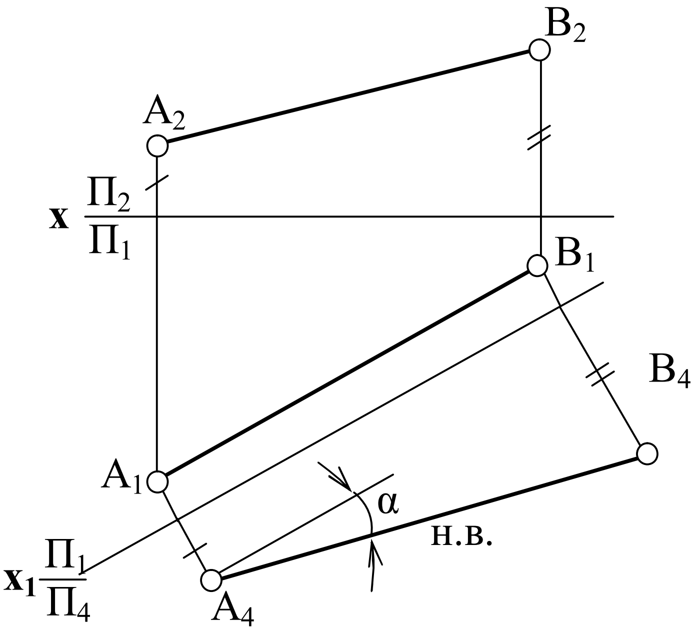




$$\frac{\Pi_2}{\Pi_1} \longrightarrow \frac{\Pi_4}{\Pi_1}$$

$\Pi_4 \perp \Pi_1$; $A_1A_2 \perp \mathbf{x}$; $A_4A_1 \perp \mathbf{x_1}$; $AA_1 = A_2A_X = A_4A_{X1}$.

Пример. Прямую общего положения преобразовать в прямую уровня.



$$\frac{\Pi_2}{\Pi_1} \longrightarrow \frac{\Pi_4}{\Pi_1} \qquad \Pi_4 \perp \Pi_1$$

$\Pi_4 // AB$

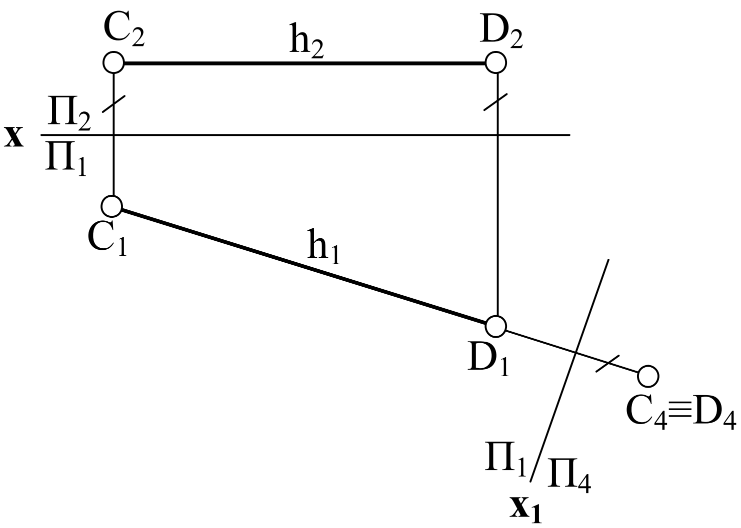
$\mathbf{x_1} // A_1B_1$

$A_4B_4 = /AB/$

$\angle\alpha = \widehat{AB\Pi_1}$

В задаче найдена натуральная величина отрезка АВ.

Пример. Прямую уровня преобразовать в проецирующую.



$$\frac{\Pi_2}{\Pi_1} \longrightarrow \frac{\Pi_4}{\Pi_1} \qquad \Pi_4 \perp \Pi_1$$

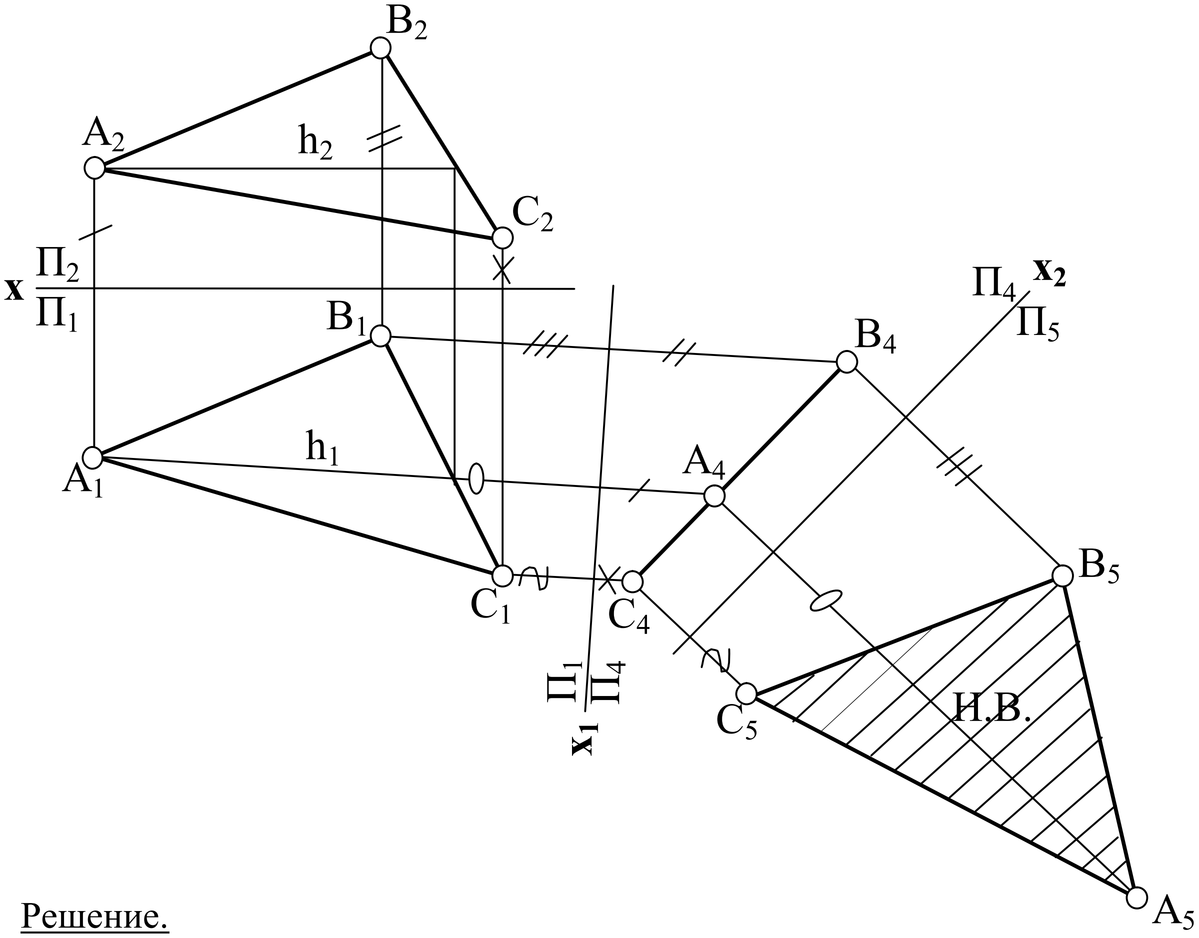
$\Pi_4 \perp CD$

$\mathbf{x_1} \perp C_1D_1$

C_4D_4 – точка

Для перевода прямой из общего в проецирующее положение требуется два последовательных преобразования проекций.

Пример. Определить натуральную величину ΔABC.



Решение.

1. ΔABC переводим из общего положения в проецирующее:

$\frac{\Pi_2}{\Pi_1} \longrightarrow \frac{\Pi_4}{\Pi_1}$; $\Pi_4 \perp \Delta ABC$; $\mathbf{x_1} \perp h_1$

$C_4A_4B_4$ – прямая линия.

2. ΔABC переводим из проецирующего положения в плоскость уровня

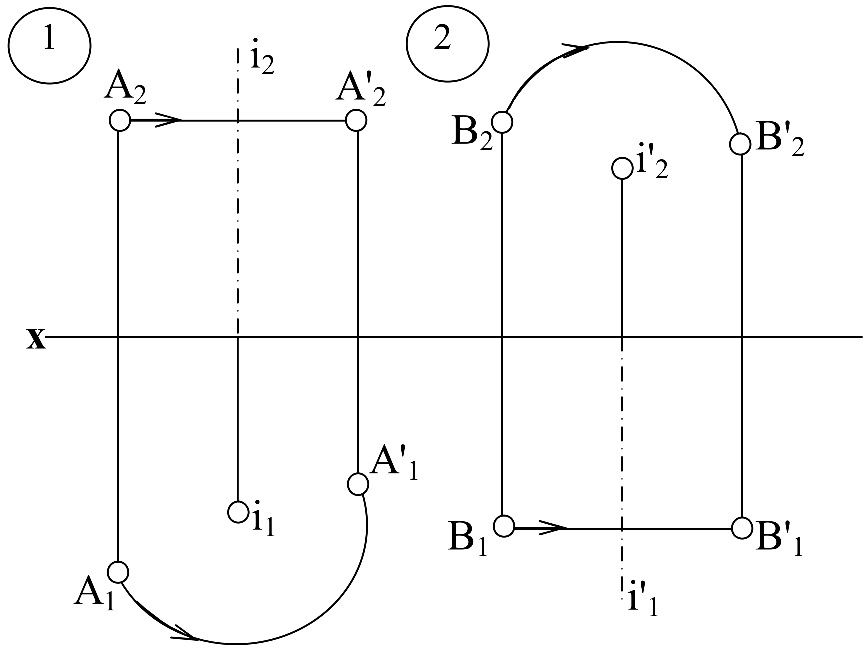
$\frac{\Pi_4}{\Pi_1} \longrightarrow \frac{\Pi_4}{\Pi_5}$; $\Pi_5 // \Delta ABC$; $\mathbf{x_2} // C_4A_4B_4$

$\Delta A_5B_5C_5$ – натуральная величина ΔABC.

3. Метод вращения вокруг проецирующих прямых.

Сущность метода заключается в том, что плоскости проекций остаются неподвижными, а геометрический образ меняет свое положение, вращаясь вокруг некоторой выбранной оси.

Варианты вращения



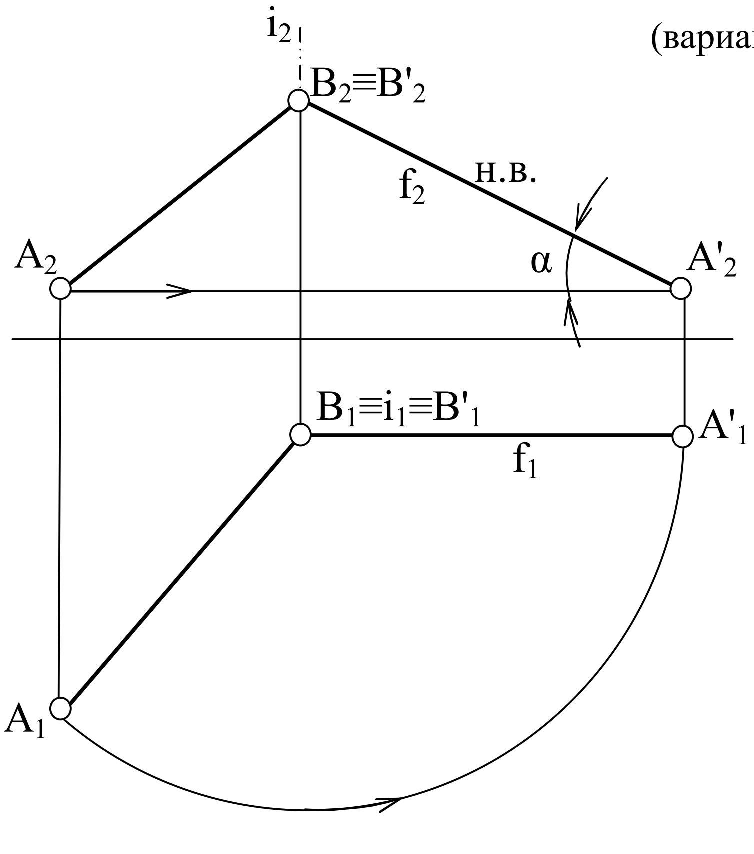
1. $i \perp \Pi_1$
2. $i' \perp \Pi_2$

Траектория вращения точки находится в плоскости, перпендикулярной оси вращения.

Направление вращения не имеет значения. Важны только начальное и конечное положения.

<u>Пример.</u> Прямую общего положения преобразовать в прямую уровня.

(вариант 1).



$i \perp \Pi_1$

$B'_2A'_2 \rightarrow f_2 \rightarrow /AB/$

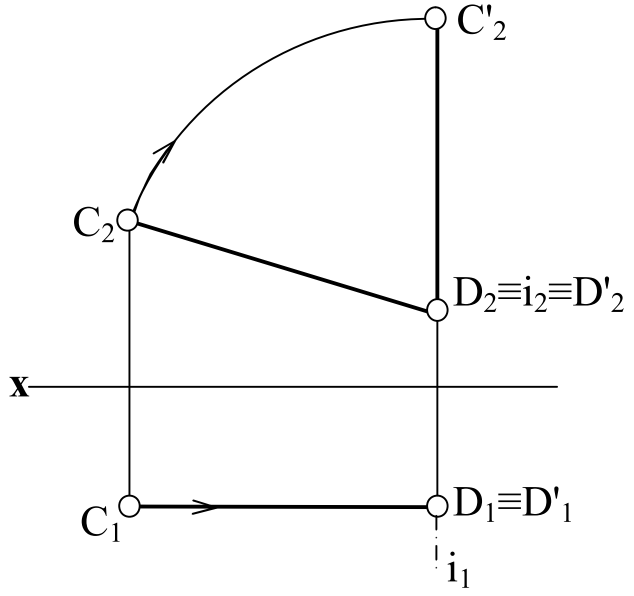
$\angle\alpha = \widehat{AB\Pi_1}$

В задаче найдена натуральная величина отрезка АВ.

Пример. Прямую уровня преобразовать в проецирующую.

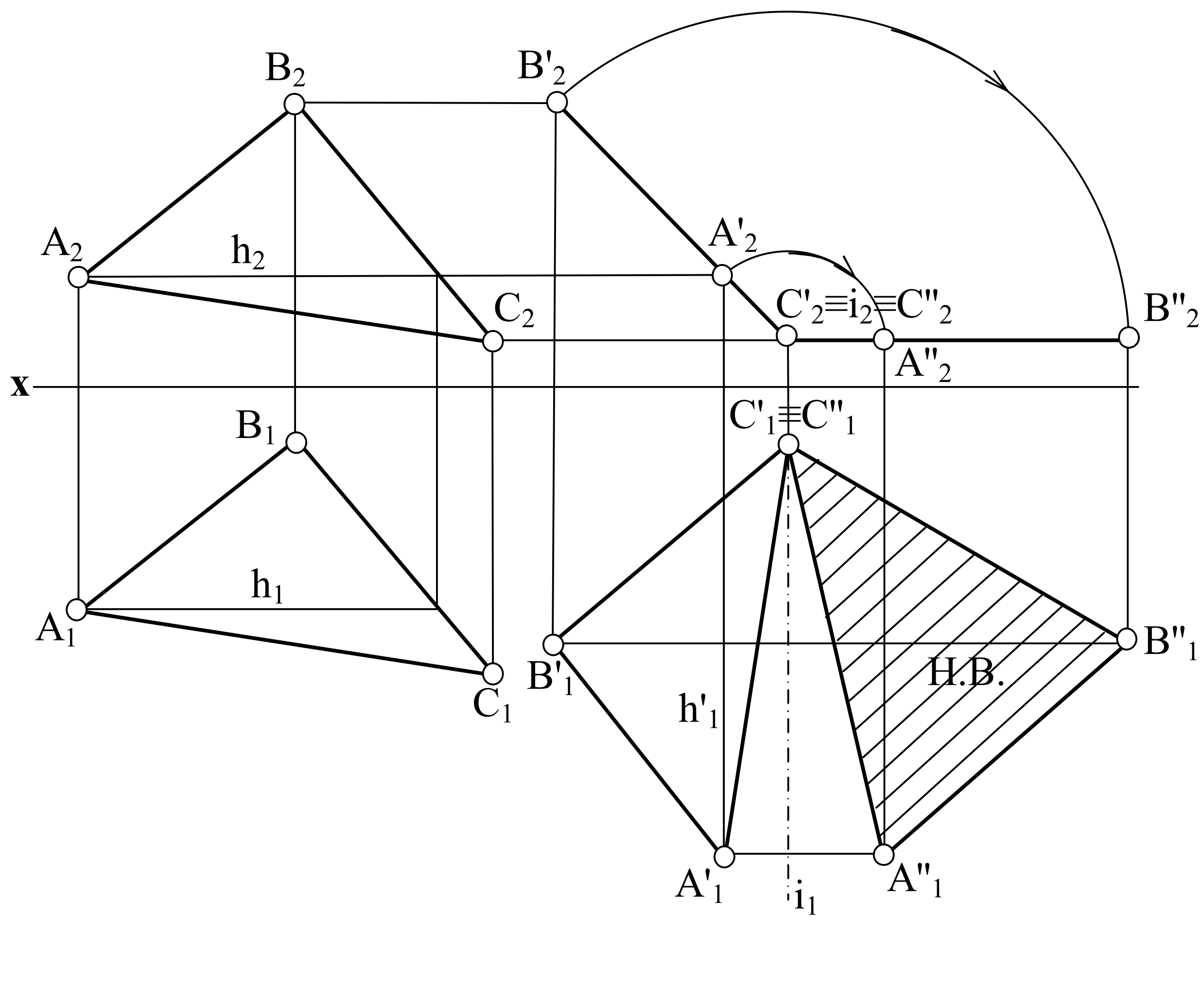
(вариант 2).

$i \perp \Pi_2$



Для перевода прямой из общего положения в проецирующее требуется два последовательных преобразования проекций.

Пример. Определить натуральную величину ΔABC.



Решение.

1. ΔABC методом плоскопараллельного перемещения переведём из общего положения в проецирующее.

$h'_1 \perp \mathbf{x}$; $\Delta ABC \perp \Pi_2$; $B'_2A'_2C'_2$ – прямая.

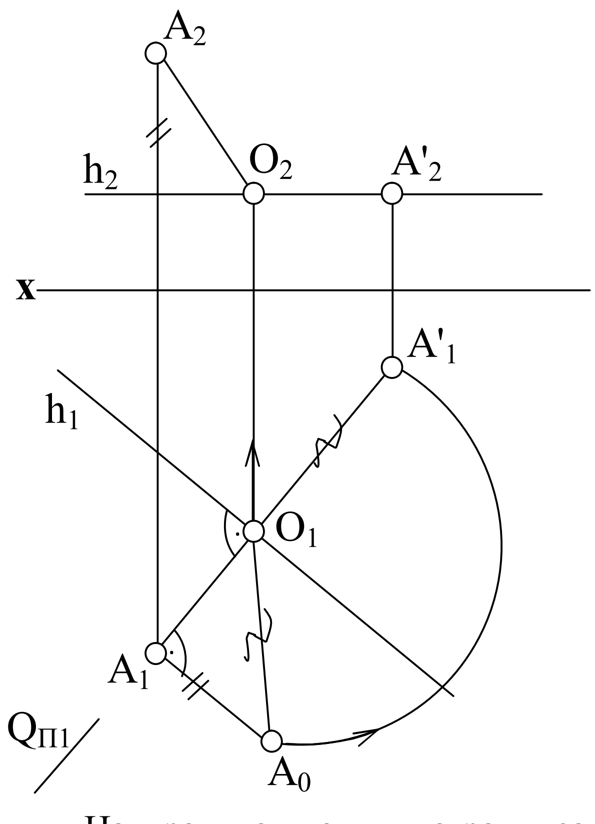
2. ΔABC методом вращения переводим из фронтально проецирующего положения в положение горизонтальной плоскости уровня.

$i \perp \Pi_2$; $C''_2A''_2B''_2 // \mathbf{x}$; $\Delta ABC // \Pi_1$

$A''_1B''_1C''_1 = /\Delta ABC/$

4. Метод вращения вокруг прямых уровня.

Рассмотрим вращение некоторой точки А вокруг горизонтали до совмещения её с плоскостью, параллельной плоскости проекций Π_1 и проходящей через горизонталь.



$h // \Pi_1$ – горизонталь

$h \perp Q$

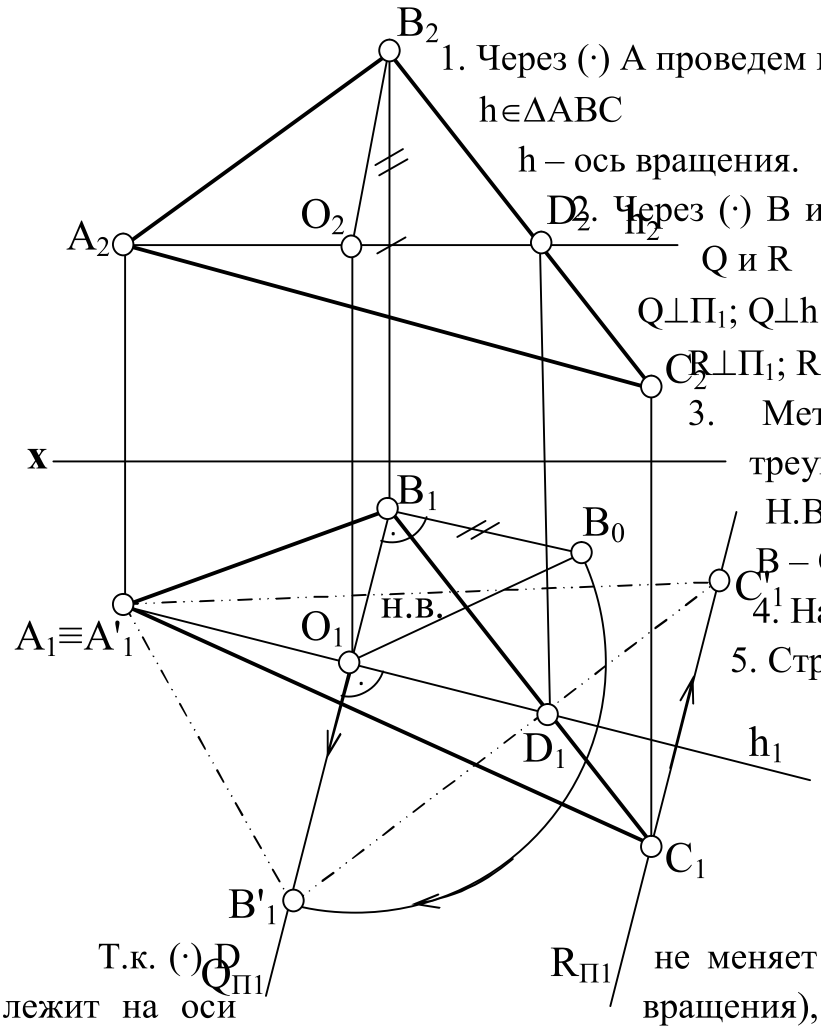
$Q \perp \Pi_1$ – горизонтально проецирующая плоскость.

O – центр вращения точки.

Точка А при своем вращении опишет дугу окружности, которая лежит в горизонтально проецирующей плоскости, перпендикулярной оси вращения.

Натуральная величина радиуса вращения АО определяется методом прямоугольного треугольника.

<u>Пример.</u> Определить натуральную величину треугольника ABC.



<u>Решение.</u>

1. Через (·) A проведем горизонталь h
   $h \in \Delta ABC$
   h – ось вращения.
2. Через (·) B и C проводим плоскости Q и R
   $Q \perp П_1$; $Q \perp h$
   $R \perp П_1$; $R \perp h$/
3. Методом прямоугольного треугольника определяем Н.В. радиуса вращения (·) B – OB.
4. На $Q_{П1}$ получаем (·) B'_1.
5. Строим новую точку C'_1.

Т.к. (·) D не меняет своего положения (она лежит на оси вращения), то соединяем B'_1 с D_1 и продолжаем линию до пересечения с $R_{П1}$.

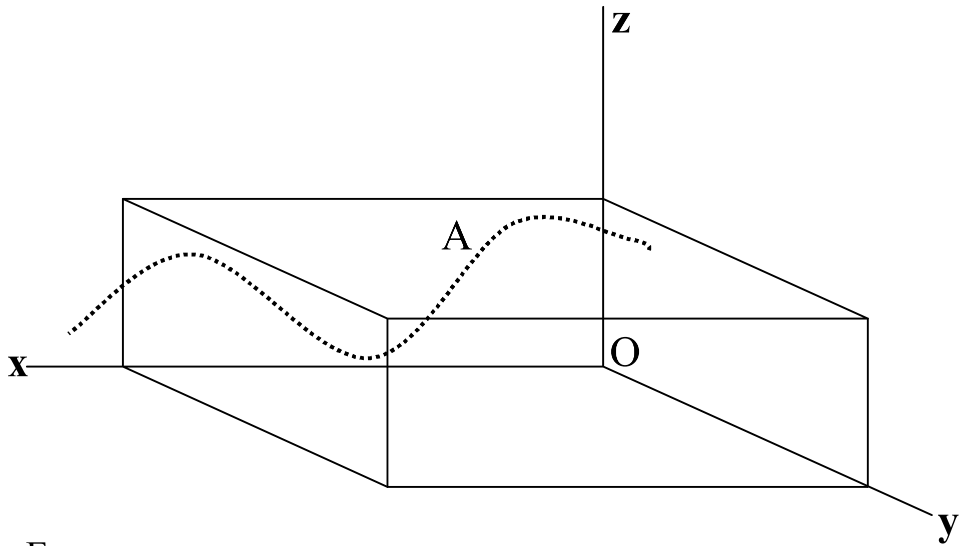
$\Delta A'_1B'_1C'_1 // П_1 \rightarrow \Delta A'_1B'_1C'_1$ – Н.В.

<u>Тема № 8</u>

<u>1. Кривые линии.</u>

Кривые линии широко применяют в технике. С помощью кривых линий решают многие научные и инженерные задачи, которые аналитическим путем решать трудно ввиду их громоздкости.

Опр.: Линия – это множество всех последовательных положений движущейся точки, т.е. это траектория движения точки.



Если точка не меняет направление своего движения – это прямая.

Если меняет – это кривая.

Линии делятся на:

1. Плоские – все точки лежат в одной плоскости (окружность, эллипс, парабола).

2. Пространственные – все точки не лежат в одной плоскости (винтовая линия).

По способу образования кривые линии разделяются на:

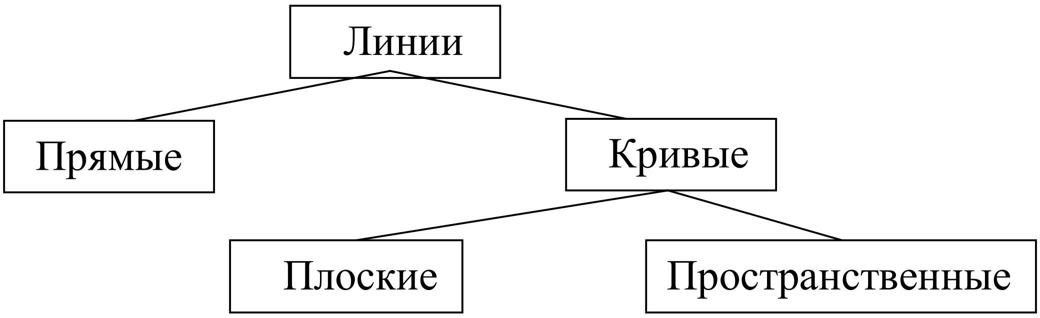
1. Закономерные – их образование подчиняется определенному закону, уравнению:

– алгебраические – окружность, эллипс и т.п.;

– трансцендентные – синусоида, спираль Архимеда и т. п.

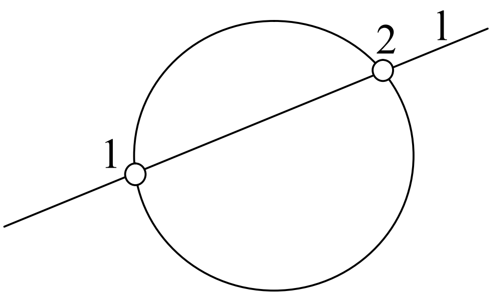
2 . Случайные – образование кривой не имеет строгой закономерности (например: горизонтали на плане местности).

Классификация линий.

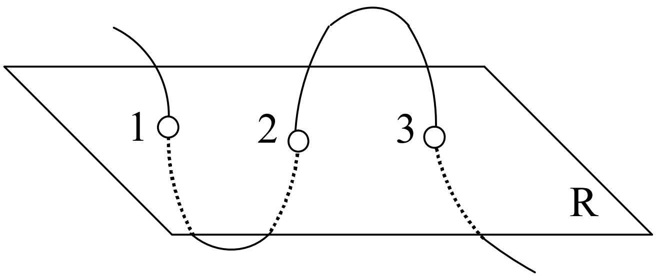


Порядок кривой – степень уравнения, которое выражает алгебраическую кривую.

Геометрический порядок плоской кривой – наибольшее число точек пересечения её с прямой линией.



Геометрический порядок пространственной кривой – наибольшее число точек пересечения её с плоскостью.



Свойства проекций кривой:

1. В общем случае проекции кривой линии являются также кривыми линиями.

2. Если точка принадлежит кривой линии, то её проекции принадлежат одноименным проекциям этой кривой.

3. Касательная к кривой линии проецируется в касательную к проекции этой кривой.

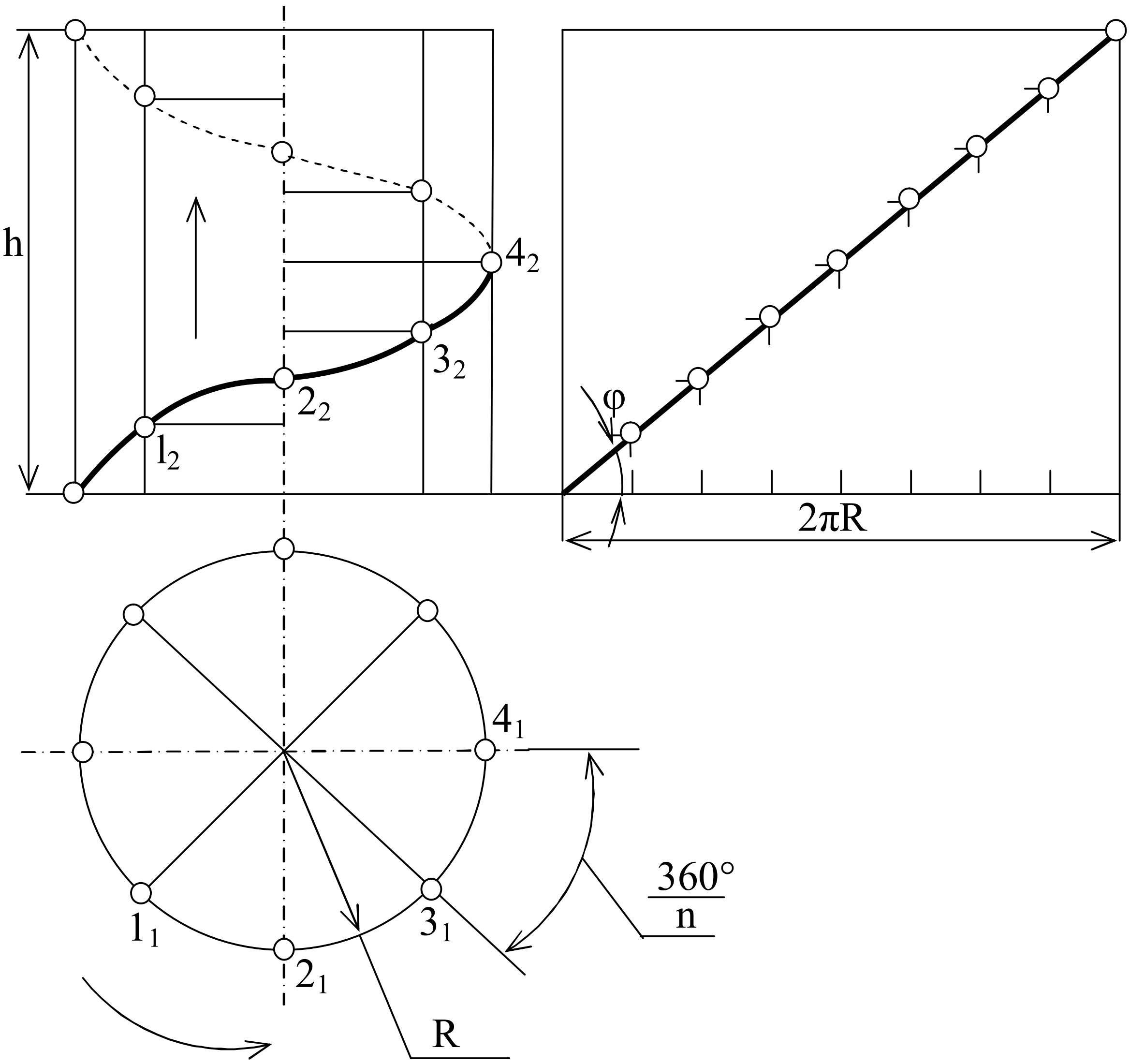
Эталоном кривых является:

– для плоских кривых – окружность;

– для пространственных – винтовая линия.

Цилиндрическую винтовую линию называют гелесой.

Опр.: Гелеса – траектория движения точки, равномерно вращающейся вокруг оси и одновременно перемещающейся с постоянной скоростью вдоль этой оси.



Тема № 9

1. Поверхности.

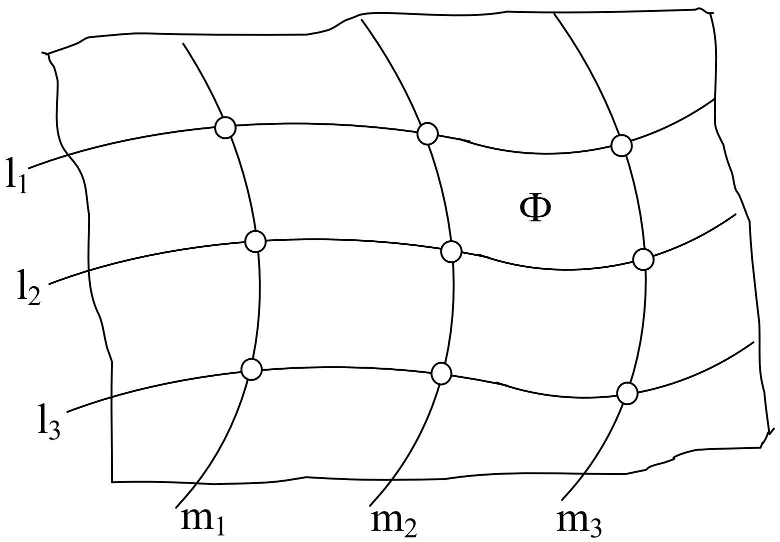
В начертательной геометрии рассматриваются кинематические поверхности, т.е. поверхности, образованные движением линии в пространстве по определенному закону.

Движущаяся линия называется образующей.

Линия, определяющая закон её движения – направляющая.

Поверхность можно задавать следующими способами:

– аналитически (уравнением);
– кинематически (траекторий движения некоторой линии);
– каркасом (двумя семействами линий).



l – образующие
m – направляющие
l_1; l_2; l_3; …
m_1; m_2; m_3; … – семейства кривых
$Ф = (l, m)$

Опр.: Каркас поверхности – два семейства кривых, необходимых для задания поверхности.

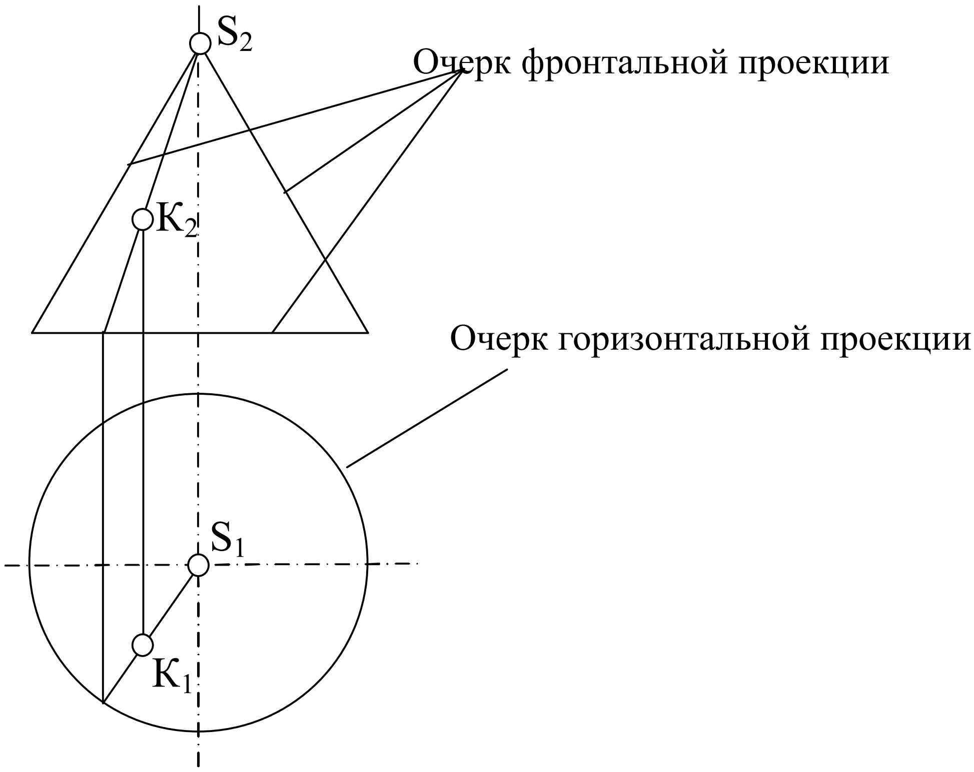
На чертеже достаточно иметь такие элементы поверхности, которые позволяют построить на ней любую точку.

Определитель поверхности – совокупность этих элементов.

Определитель содержит:

1. Геометрическую часть.
2. Алгоритм – закон образования поверхности.

Опр.: Очерком называется линия, ограничивающая область проекции поверхности.



Правило. Для построения точки на поверхности необходимо построить линию, а на этой линии взять точку.

Классификация поверхностей.

1. Линейчатые – образующей является прямая.

2. Нелинейчатые – образующая – кривая.

3. Поверхности вращения – образуются вращением произвольной линии вокруг неподвижной оси.

4. Винтовые поверхности.

5. Топографические поверхности – задаются семейством линий уровня.

Линейчатые поверхности.

Линейчатые поверхности делятся на:

1. Развертывающиеся – поверхности, которые могут быть совмещены с плоскостью без складок и разрывов.

Примеры: цилиндрические, конические, торсы.

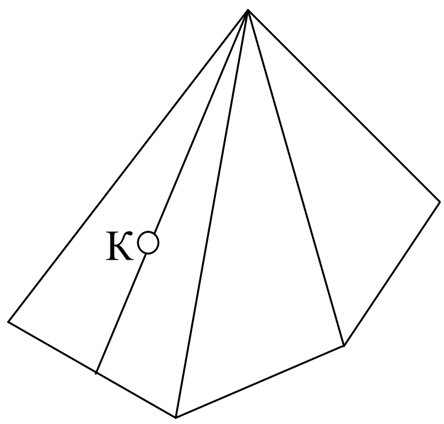
2. Неразвертывающиеся – поверхности, у которых совмещения с плоскостью произвести нельзя.

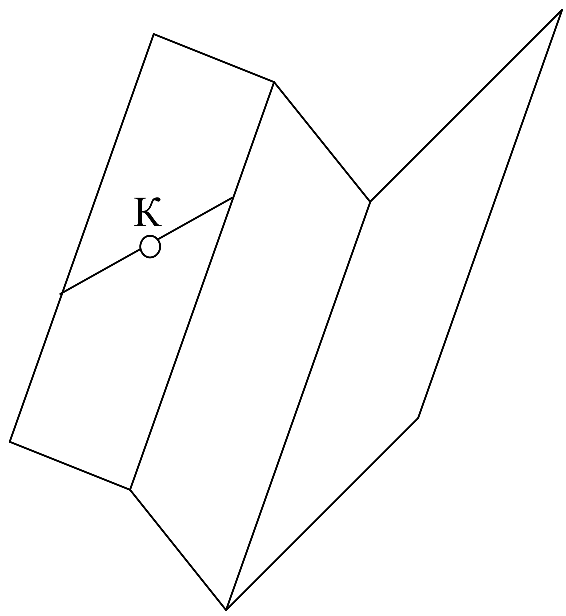
Примеры: цилиндроиды, винтовые поверхности.

Нелинейчатые поверхности образуются вращением некоторой кривой линии вокруг неподвижной оси (поверхности вращения).

Гранные поверхности.

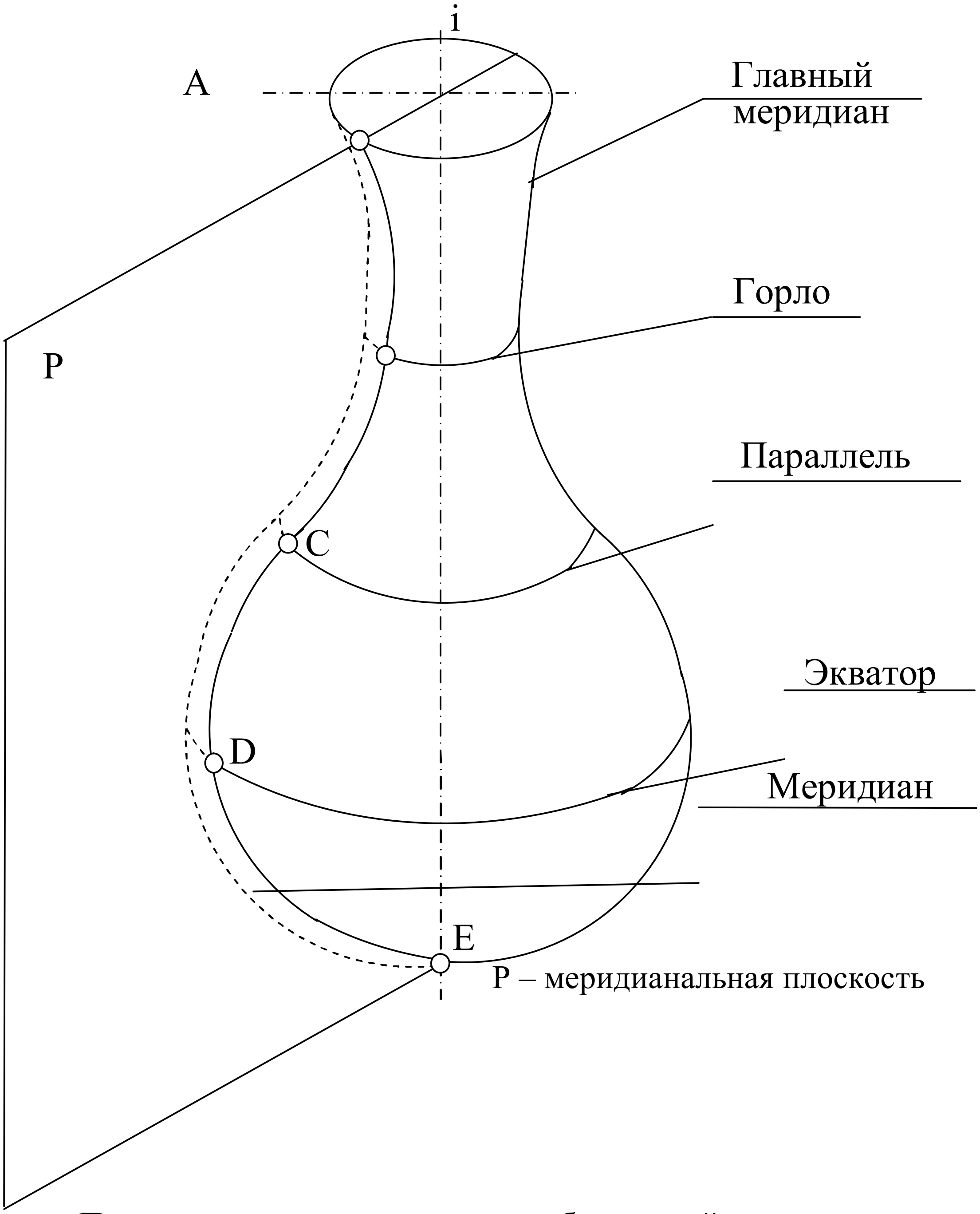
Образуется в случае, если образующая – прямая линия, а направляющая – ломанная, состоящая из прямолинейных звеньев.





Примеры: Призмы, пирамиды.

2. Поверхности вращения.



Поверхность вращения задается образующей и положением оси.

Определения:

Параллель – окружность, образующая при вращении каждой точкой.

Экватор – наибольшая параллель.

Горло – наименьшая параллель.

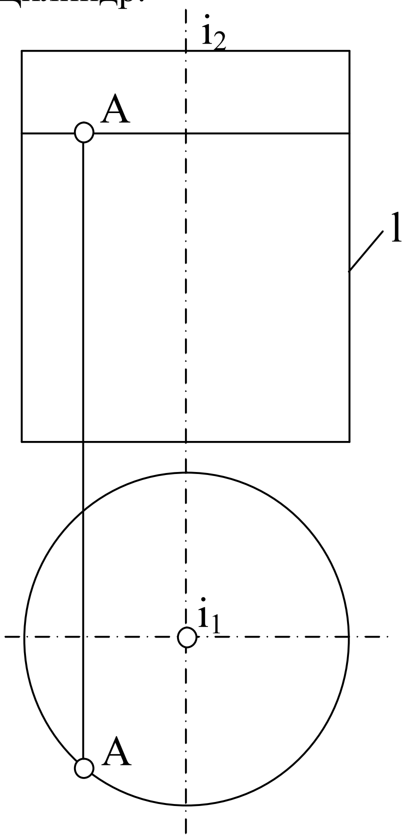
Меридианальная плоскость – проходящая через ось вращения.

Меридиан – сечение поверхности этой плоскостью.

Главный меридиан – лежащий в плоскости, параллельной фронтальной плоскости проекций.

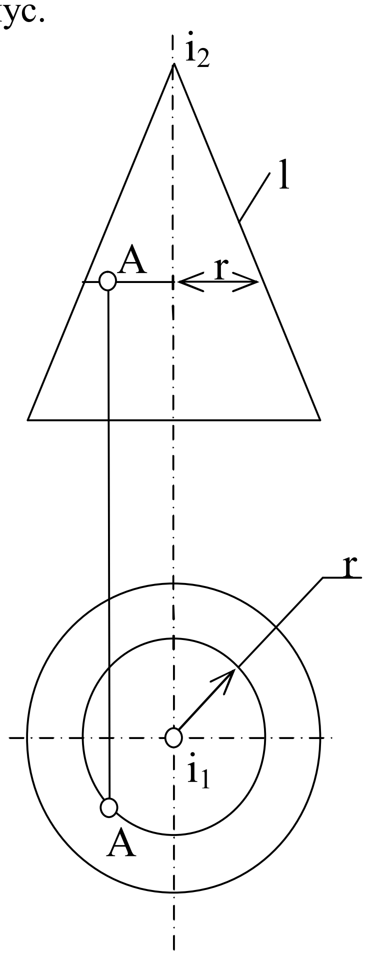
<u>Поверхности</u>, полученные вращением прямой линии вокруг неподвижной оси:

1. Цилиндр.



Φ (l; i);
l//i; A∈Φ
Образующая l параллельна оси i.

2. Конус.

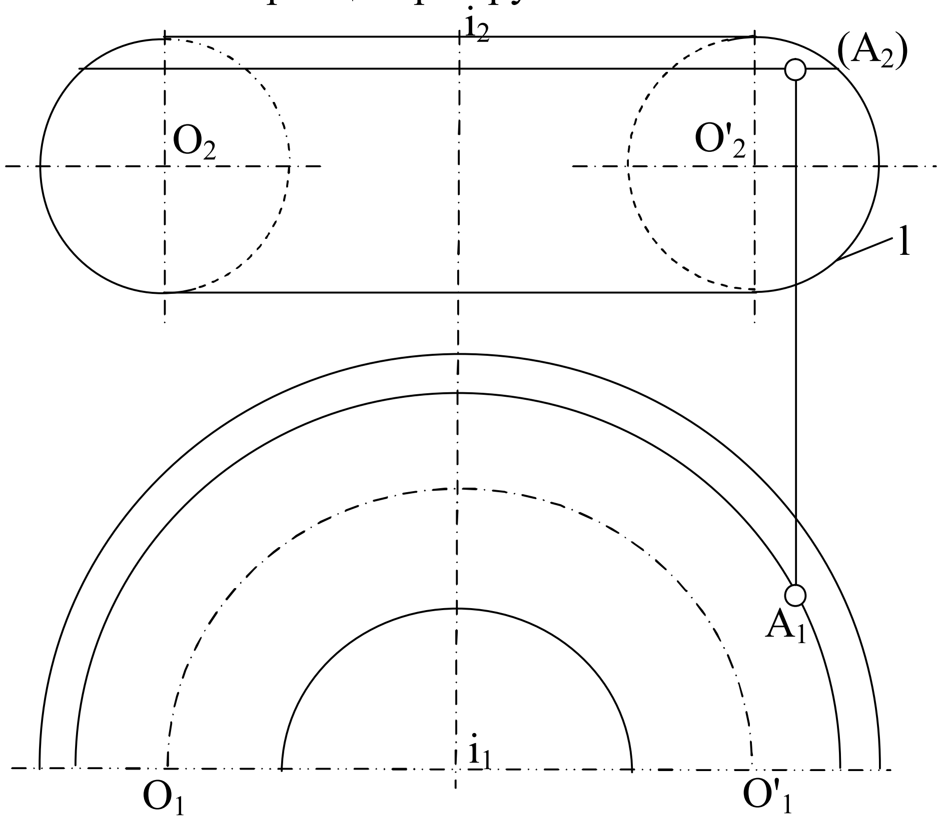


Φ (l; i);
l∩i; A∈Φ
Образующая l пересекает ось i.

<u>Поверхности</u>, получаемые вращением окружности или её дуги.

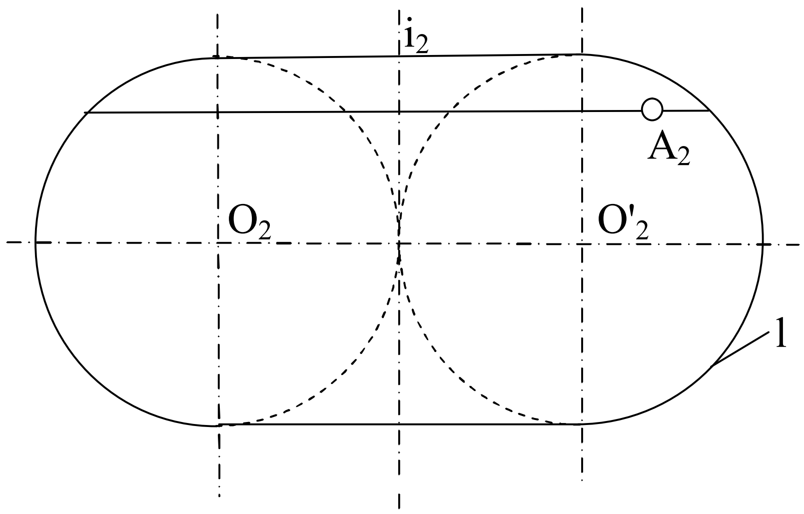
1. Сфера – центр окружности совпадает с осью.

2. Тор – центр окружности не лежит на оси вращения.



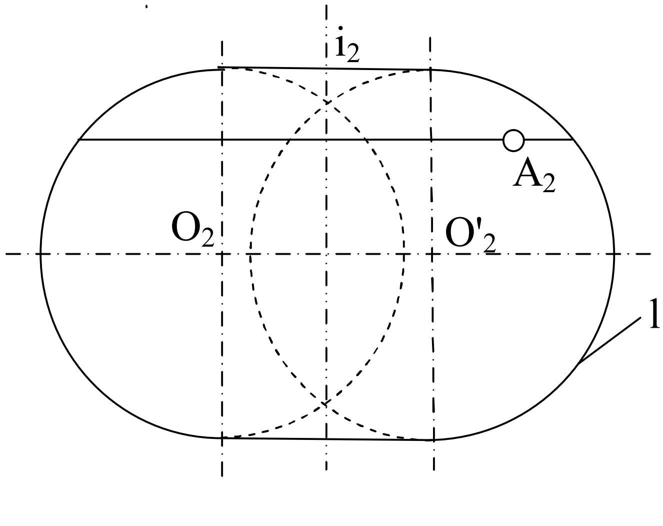
Открытый тор
Ф (l; i);
O∈i;
A∈Ф – лежит на параллели

Закрытый тор



Тор закрытый самопересекающийся

Тор закрытый самопересекающийся

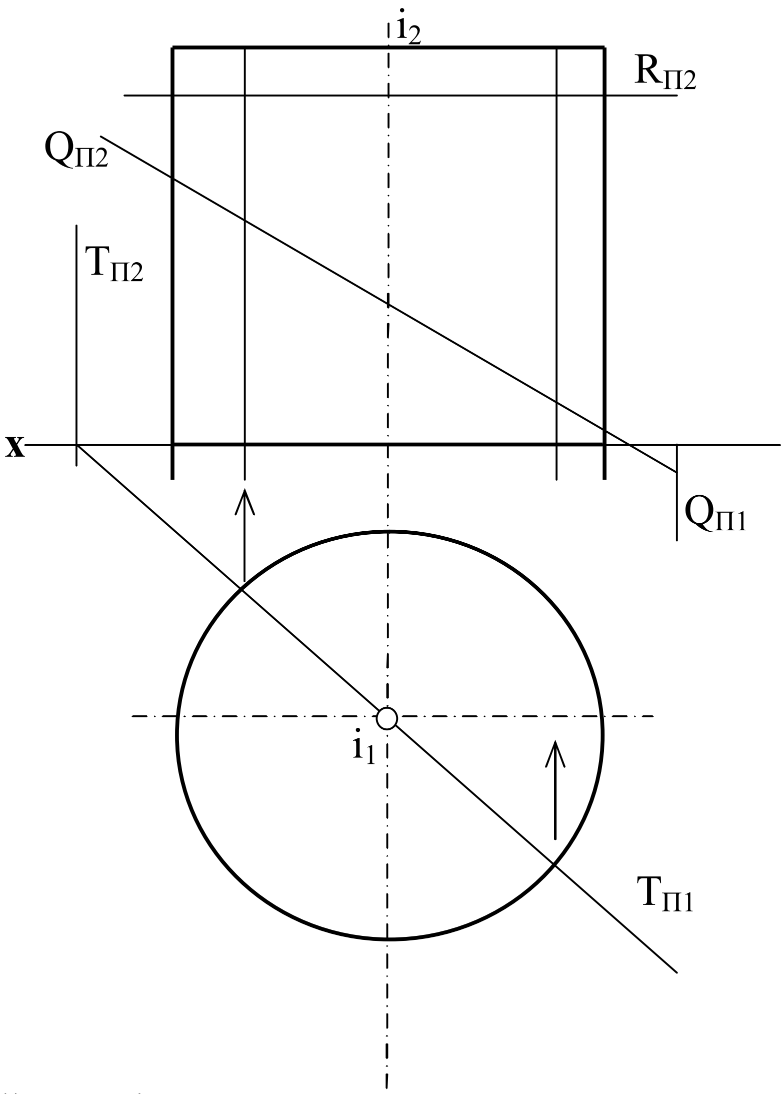


<u>Правило.</u> Точки на поверхностях вращения строятся при помощи

Тема № 10

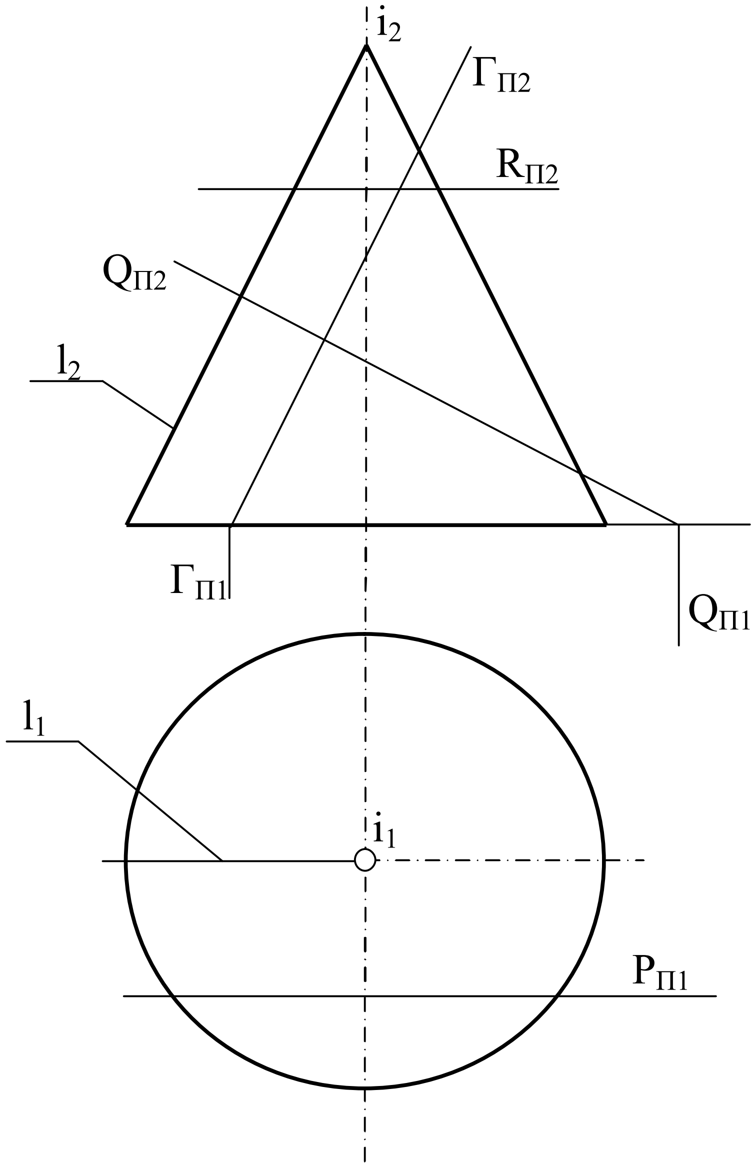
Сечение поверхностей вращения плоскостями.

1. Сечение прямого кругового цилиндра плоскостями частного положения.



1. $R // П_1$; $R \perp i \rightarrow$ сечение – окружность.
2. $Q \perp П_2$; $Q \not\perp i \rightarrow$ сечение – эллипс.
3. $T \perp П_1$; $T // i \rightarrow$ сечение – прямоугольник.

<u>2. Сечение прямого кругового конуса плоскостями частного положения.</u>



1.$R // \Pi_1$; $R \perp i \rightarrow$ сечение – окружность.

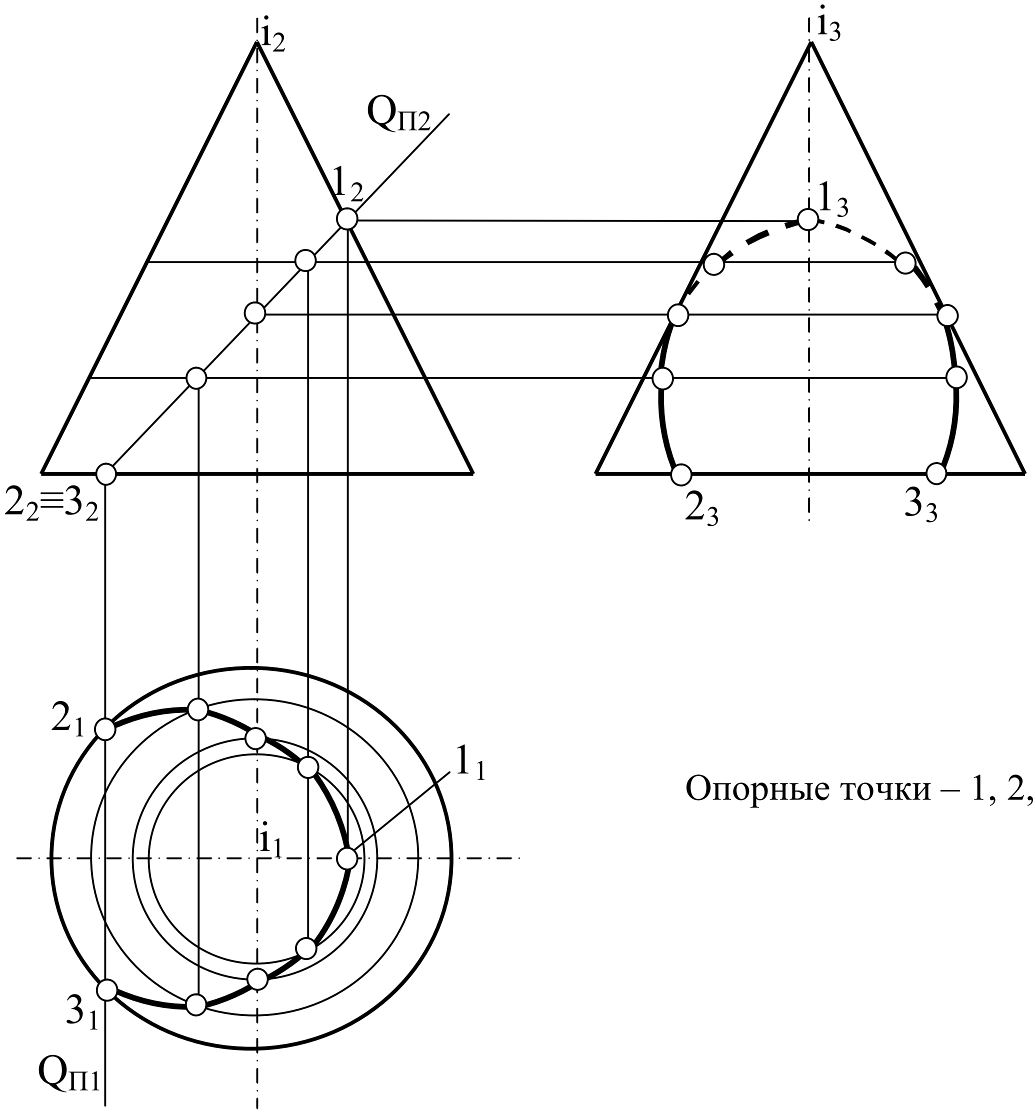
2. $Q \perp \Pi_2$; $Q \not\perp i$; Q пересекает все образующие$\rightarrow$сечение - эллипс.

3. $Г // l \rightarrow$сечение – парабола.

4. $P // i \rightarrow$сечение – гипербола.

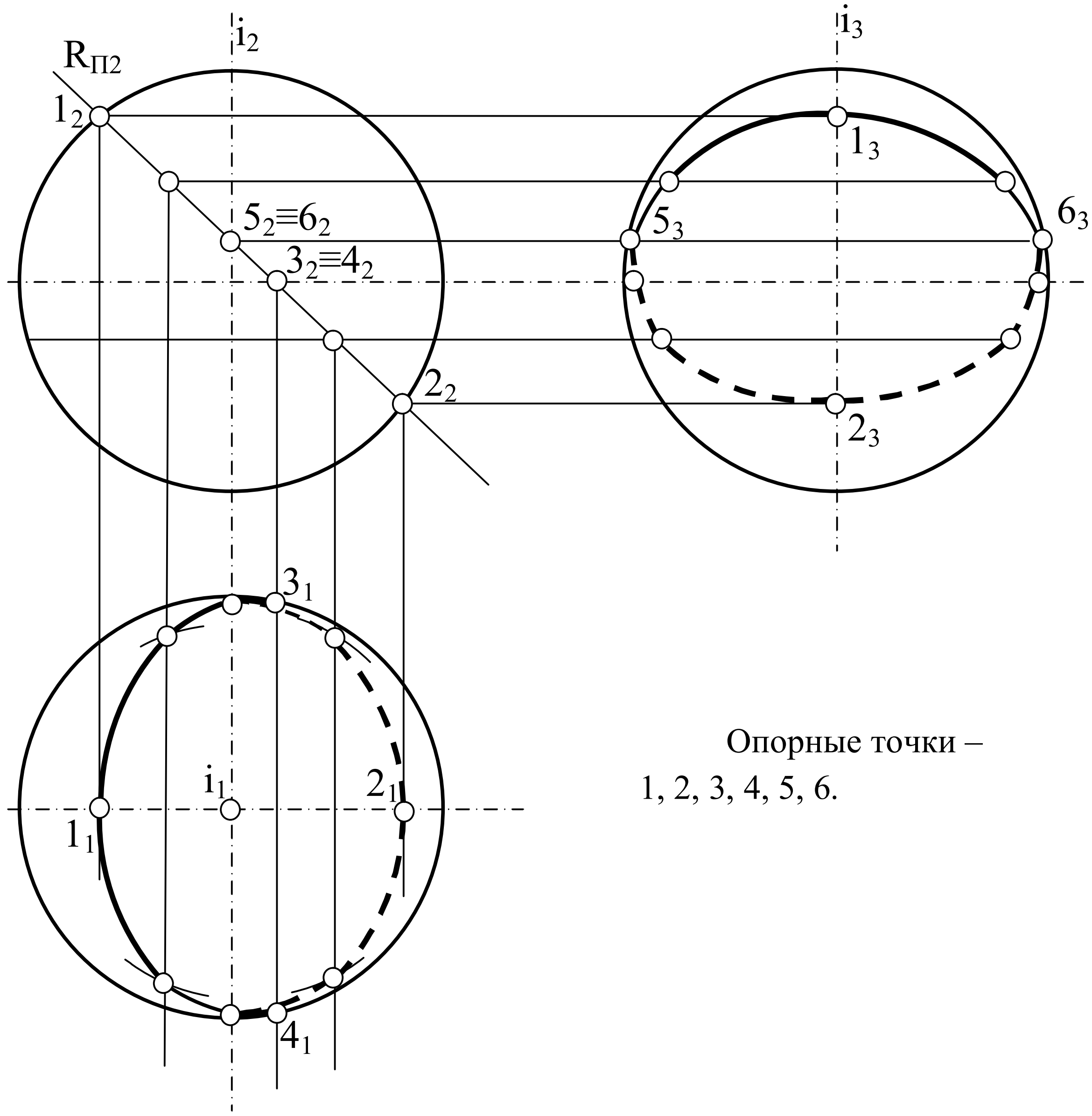
5. Если секущая плоскость проходит через вершину конуса, то сечение – треугольник.

<u>Пример.</u> Построить сечение прямого кругового конуса фронтально проецирующей плоскостью.



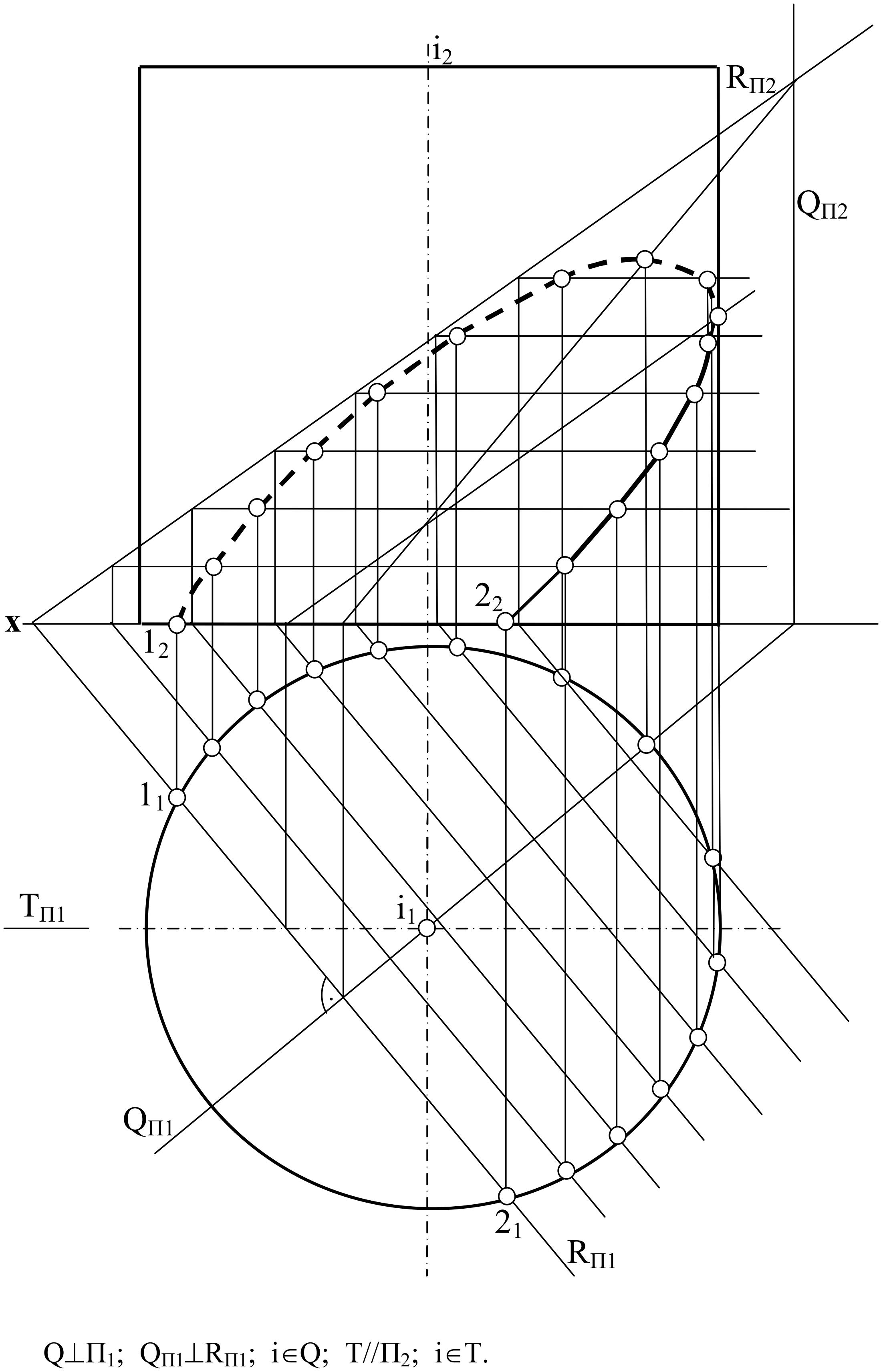
Опорные точки – 1, 2, 3.

3. Сечение сферы фронтально проецирующей плоскостью.



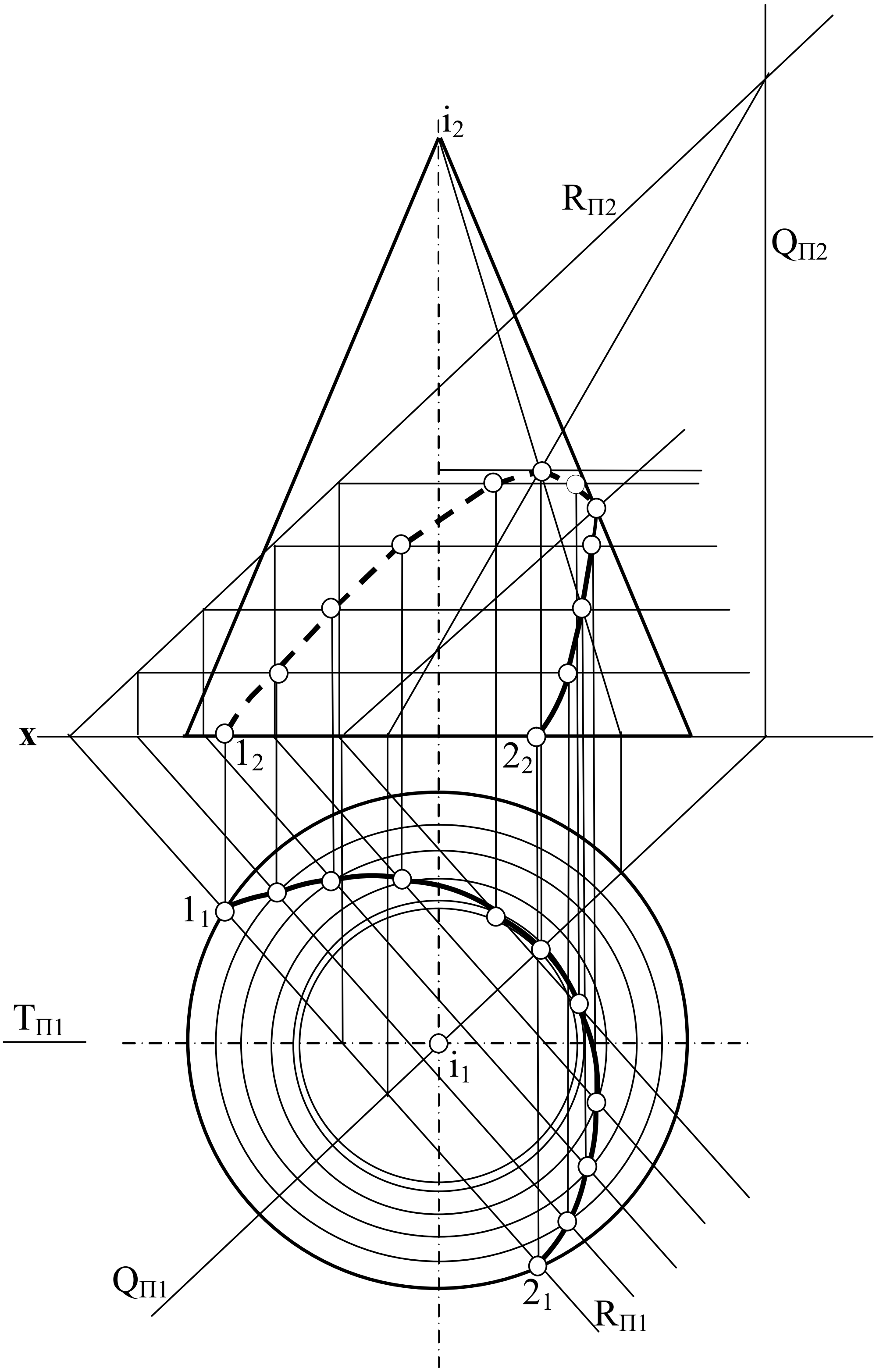
Опорные точки –
1, 2, 3, 4, 5, 6.

4. Сечение цилиндра плоскостью общего положения.



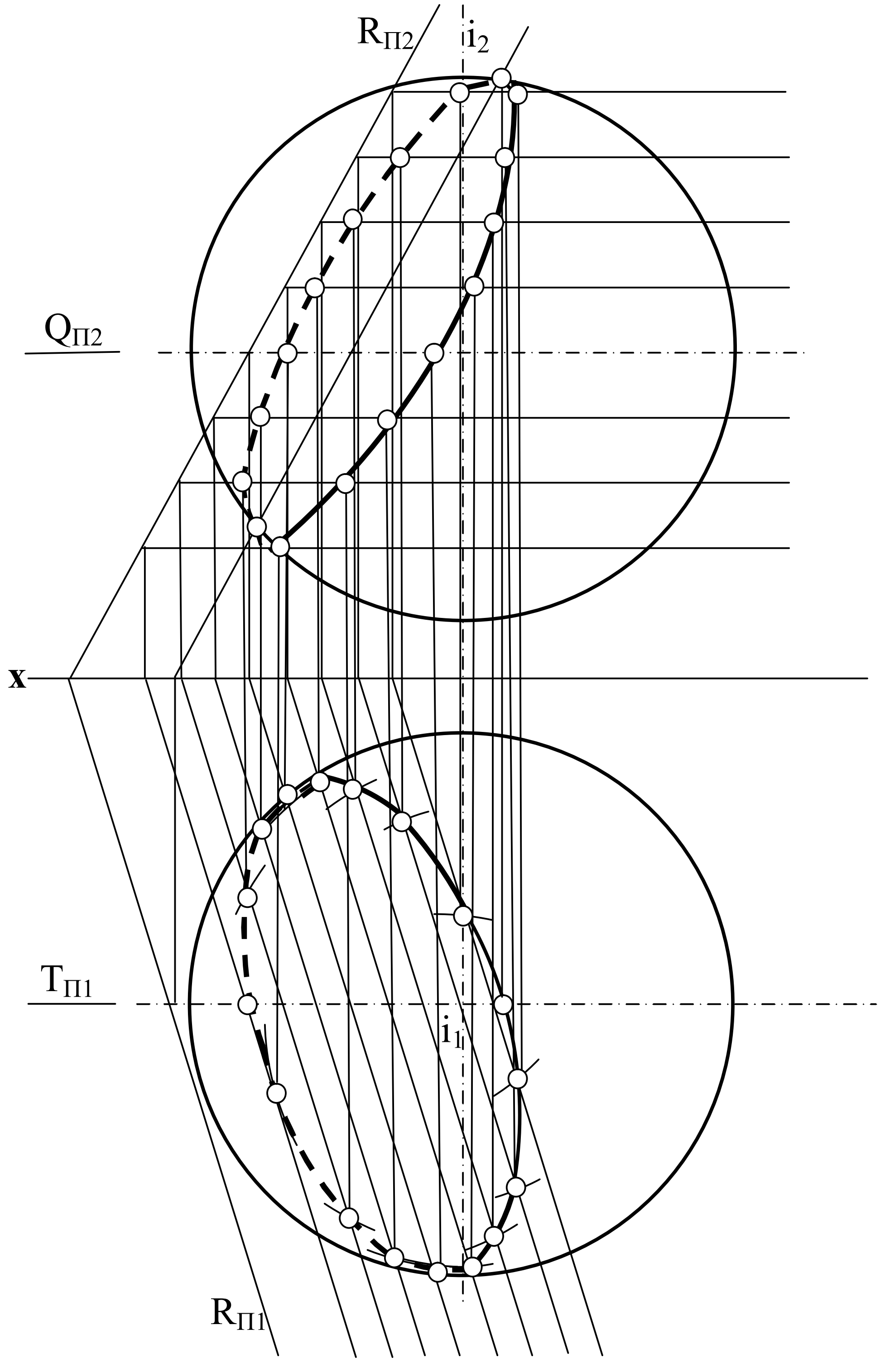
$Q \perp П_1$; $Q_{П1} \perp R_{П1}$; $i \in Q$; $T // П_2$; $i \in T$.

5. Сечение конуса плоскостью общего положения.



$Q \perp П_1$; $Q_{П1} \perp R_{П1}$; $i \in Q$; $T // П_2$; $i \in T$.

6. Сечение сферы плоскостью общего положения.



$T//П_2$; $i \in T$; $Q//П_1$.

Плоскость Q проходит через экватор.

Тема №11

Взаимное пересечение поверхностей.

Детали машин и механизмов включают в себя различные геометрические поверхности, пересекающиеся между собой. Поэтому на технических чертежах должны быть построены проекции линий пересечения этих поверхностей.

Общий метод.

Результатом пересечения двух поверхностей является линия, точки которой принадлежат каждой из пересекающихся поверхностей.

Линия пересечения может распадаться на две и более части.

Линии пересечения могут быть плоские кривые и пространственные кривые.

Порядок кривой равен произведению порядков двух пересекающихся поверхностей.

Для построения линии пересечения необходимо построить ряд точек, способ построения которых зависит от вида пересекающихся поверхностей и их взаимного расположения.

Алгоритм общего метода

1. Две заданные поверхности пересекают вспомогательной поверхностью, которая называется посредником.

Примечание: в качестве посредника принимаются поверхности, которые пересекали бы заданные поверхности по наиболее простым для построения линиям – прямым, окружностям.

2. Строят два сечения – линии пересечения посредника с двумя заданными поверхностями.

3. Находят общие точки двух полученных сечений.

4. Определяют видимость геометрического образа.

Вспомогательные секущие поверхности (посредники) могут быть:

1. Плоскими (метод плоскостей).
2. Сферическими.
   2.1. Метод концентрических сфер.
   2.2. Метод эксцентрических сфер.

1. Построение взаимного пересечения поверхностей методом секущих плоскостей.

Пример. Построить линию пересечения прямого кругового конуса и сферы.

Построение линии пересечения начинают с построения опорных (характерных) точек. К ним относятся точки пересечения главного меридиана сферы с очерковой образующей конуса – точки 1 и 2.

Для построения промежуточных точек вводим плоскости - посредники T, R, Q, Г – горизонтальные плоскости уровня.

Проекции точек 3_1 и 4_1 – границы перехода видимой части линии пересечения в невидимую.

2. Построение взаимного пересечения поверхностей методом концентрических секущих сфер.

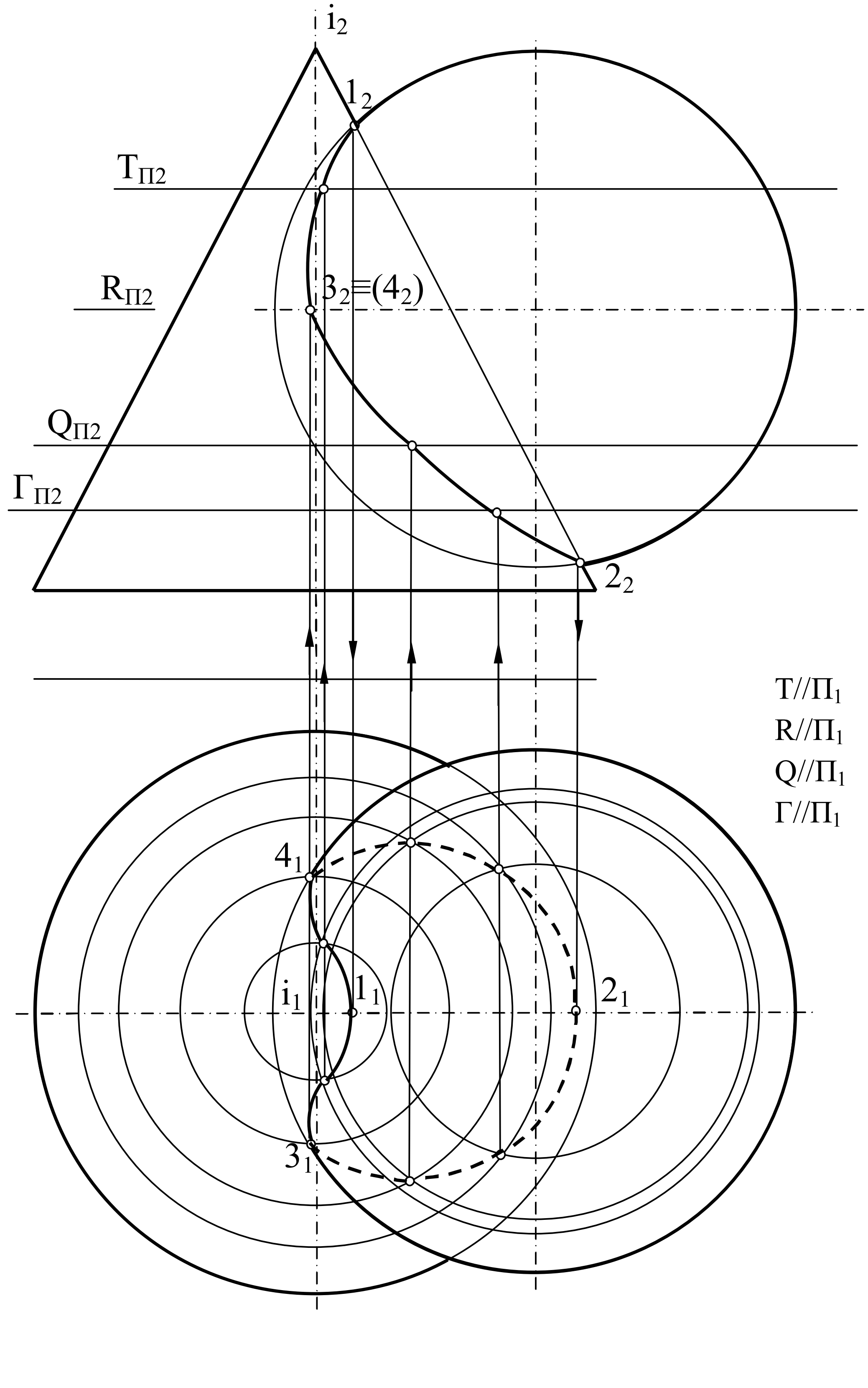
Концентрические сферы проводят из одного центра.

Метод основан на свойстве сферы пересекаться с поверхностью вращения по окружности, если центр сферы лежит на оси этой поверхности.

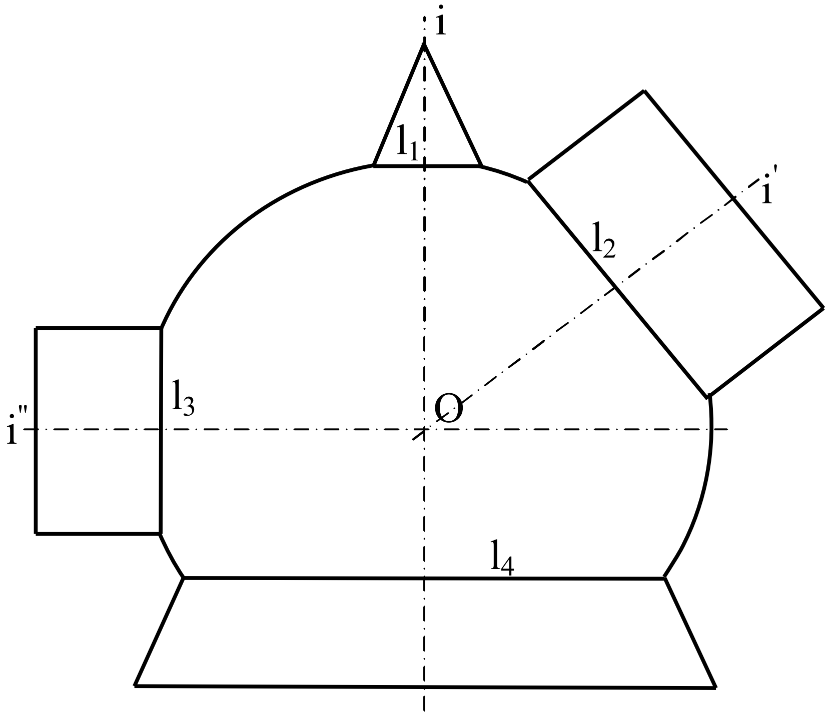
Применение метода сфер возможно при следующих условиях:

1. Обе пересекающиеся поверхности являются поверхностями вращения.
2. Оси этих поверхностей пересекаются.
3. Оси этих поверхностей параллельны одной из плоскостей проекций.

Достоинство метода: для построения линии пересечения достаточно одной проекции поверхностей (той, которой параллельны оси).



i2
12
TП2
RП2
32≡(42)
QП2
ГП2
22
T//П1
R//П1
Q//П1
Г//П1
41
i1
11
21
31



<u>Пример.</u> Построить линию пересечения прямого кругового конуса и наклонного кругового цилиндра.

1. За центр сфер принимается точка пересечения осей поверхностей – О.

2. Определяем опорные точки 1 и 2 – точки пересечения очерковых образующих.

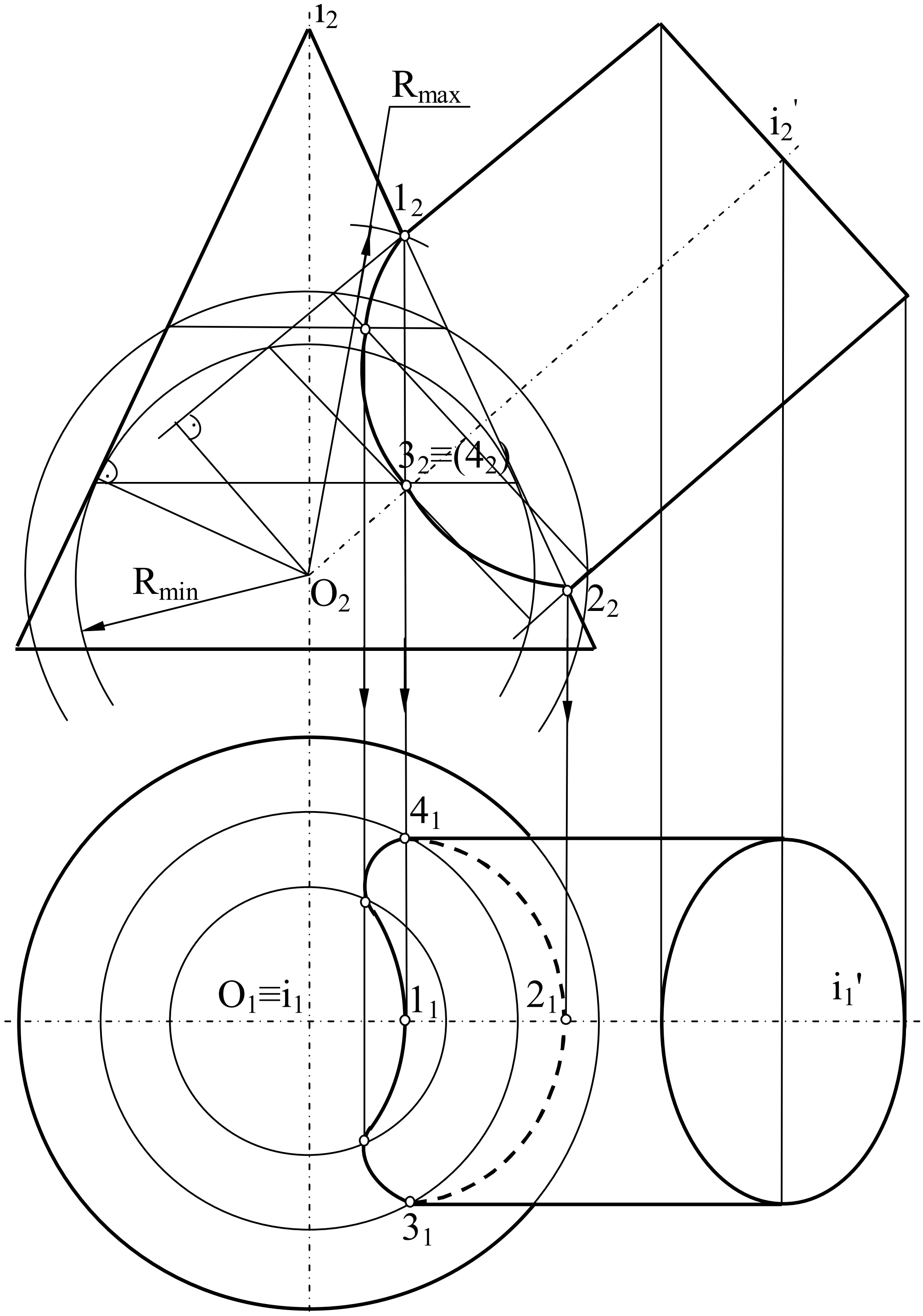
3. Находим R_{max} сферы – расстояние до самой удаленной от центра точки пересечения.

4. Находим R_{min} сферы - больший из перпендикуляров на образующие поверхностей.

5. Находим промежуточные точки.

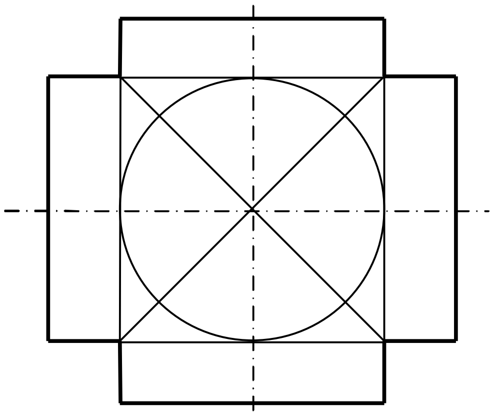
6. Обводим проекции с учетом видимости.

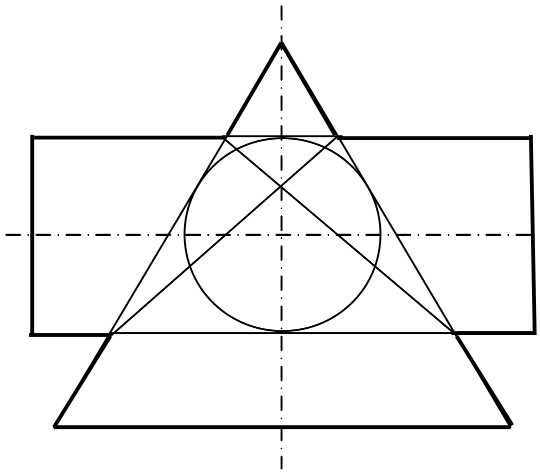
$i // \Pi_2$
$i' // \Pi_2$

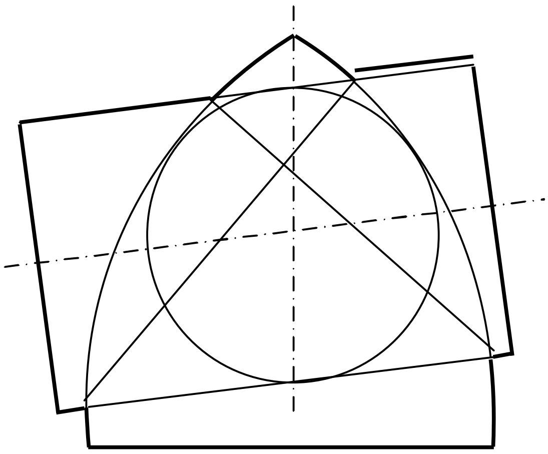


3. Частные случаи пересечения поверхностей вращения.

Правило: Если две поверхности вращения описаны (или вписаны) вокруг одной и той же сферы, то линия их пересечения распадается на две плоские кривые (примерная формулировка теоремы Монжа).







Тема №12

Развертки поверхностей.

Процесс проектирования и изготовления разнообразных деталей и конструкций включает в себя построение разверток.

Все поверхности делятся на развертывающиеся (гранные, цилиндрические, конические, торсовые) и не развертывающиеся (сферические и др.).

Определение 1: Поверхность, которая может быть совмещена с плоскостью без разрывов и деформаций, называется развертывающейся.

Определение 2: Развертыванием называется такое преобразование поверхности, в результате которого она совмещается с плоскостью.

Определение 3: Плоская фигура, полученная в результате развертывания поверхности и совмещения ее с плоскостью, называется разверткой.

Свойства разверток

1. Длины двух соответствующих линий развертки и поверхности равны между собой.

2. Углы, образованные линиями на поверхности и развертке, также равны.

3. Фигура на поверхности и соответствующая ей фигура на развертке имеют равные площади.

Следствие 1. Прямая на поверхности переходит в прямую на развертке.

Следствие 2. Параллельным прямым, лежащим на поверхности, соответствуют параллельные прямые на развертке.

Определение 4: Линии поверхности, отрезки которых определяют кратчайшее расстояния между точками поверхности, называются геодезическими линиями.

На развертке это прямые.

1. Построение разверток гранных поверхностей.

Правило1. Для построение развертки гранной поверхности нужно совместить все ее грани с одной плоскостью так, чтобы образовалась связная фигура.

Правило 2. Смежными будут две грани, имеющие общее ребро.

Правило 3. Все грани на развертке изображаются в натуральную величину.

Способы построения развертки гранной поверхности:

1. Способ нормального сечения.
2. Способ раскатки.
3. Способ треугольников (триангуляции).

2.1.Способ нормального сечения.

Пример. Построить развертку наклонной трехгранной призмы.

1. Пересечем призму фронтально проецирующей плоскостью R ($R \perp \Pi_2$).

Плоскость R перпендикулярна ребрам призмы, являющимся фронталями.

В сечении получим $\Delta 123$.

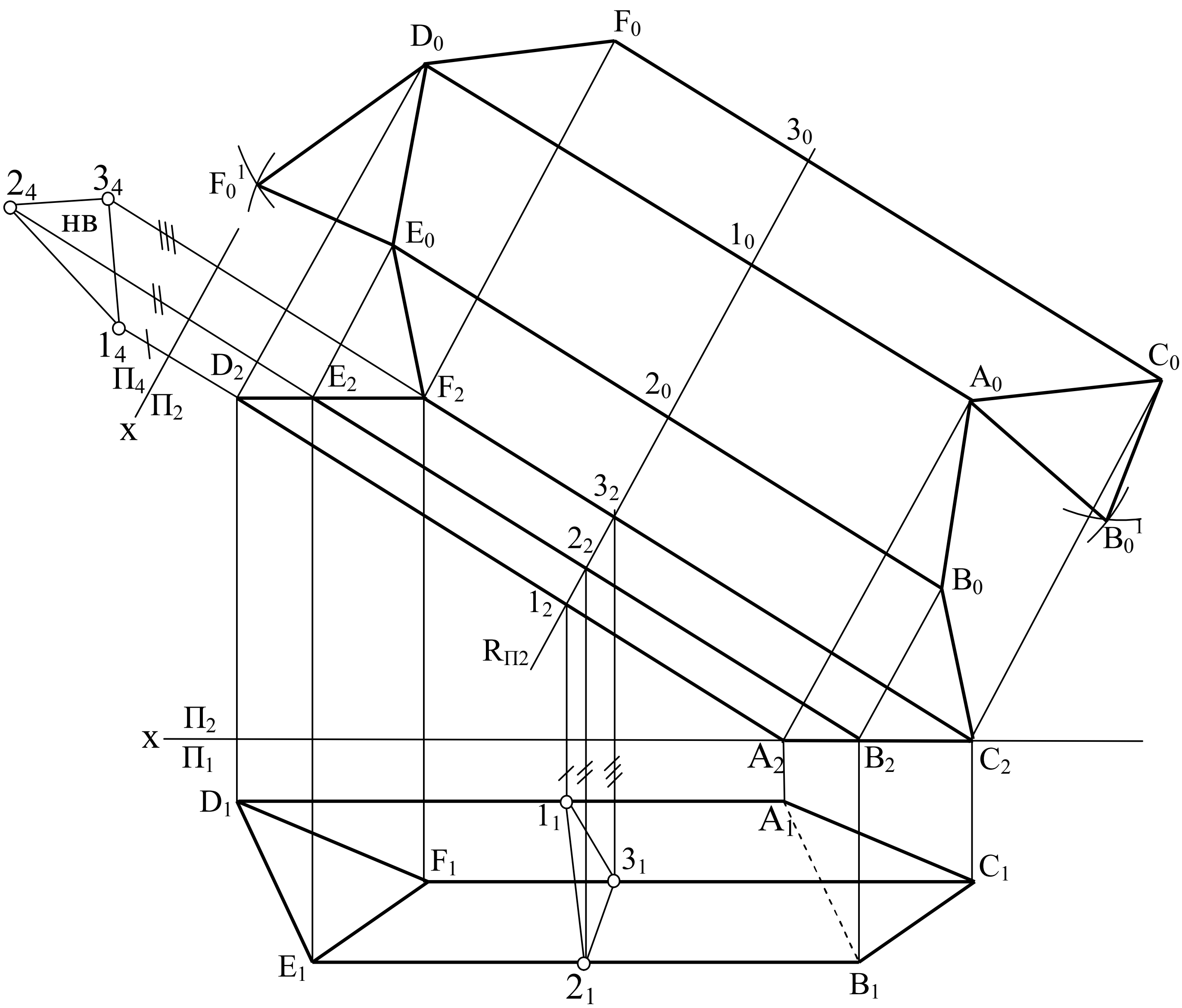
2. Методом перемены плоскостей проекций найдем натуральную величину сечения $1_4\ 2_4\ 3_4$.

$$\frac{\Pi_2}{\Pi_1} \longrightarrow \frac{\Pi_2}{\Pi_4}\ .$$

$x_1 \perp A_2D_2$ и фронтальным проекция других ребер.

3. На следе $R_{\Pi 2}$ построим развертку $3_2 - 2_0 - 1_0 - 3_0$.

4. Используя точки 2_0, 1_0, 3_0, построим боковую развертку призмы и ее оснований.



$C_2B_0=C_1B_1=C_0B_0^1$

$B_0A_0=A_0B_0^1=A_1C_1$

$A_0C_0=A_1C_1$

$F_2E_0=F_1E_1=E_0F_0^1$

$E_0D_0=E_1D_1$

$D_0F_0^1=D_1F_1$

<u>2.2. Способ раскатки.</u>

<u>Пример.</u> То же условие.

Боковые ребра – фронтали.

Ребра оснований – горизонтали.

1. Разрежем (мысленно) поверхность по ребру CF и будем поочередно совмещать (раскатывать) грани с плоскостью развертки. Точки A, B, C, D, E, F будут перемещаться в плоскостях, перпендикулярных боковым ребрам призмы.

2. $C_2 B_0 = C_1B_1$; $F_2E_0 = F_1E_1$;
$B_0A_0 = B_1A_1$; $E_0D_0 = E_1D_1$;
$A_0C_0 = A_1C_1$; $D_0F_0 = D_1F_1$.

Полученные точки соединяем и получаем искомую развертку боковой поверхности призмы. Затем строим верхнее и нижнее основания призмы: $A_0C_0B_0$ и $E_0D_0F_0^1$.

<u>2.3. Способ треугольников (триангуляции).</u>

<u>Пример</u>. Построить развертку боковой поверхности пирамиды.

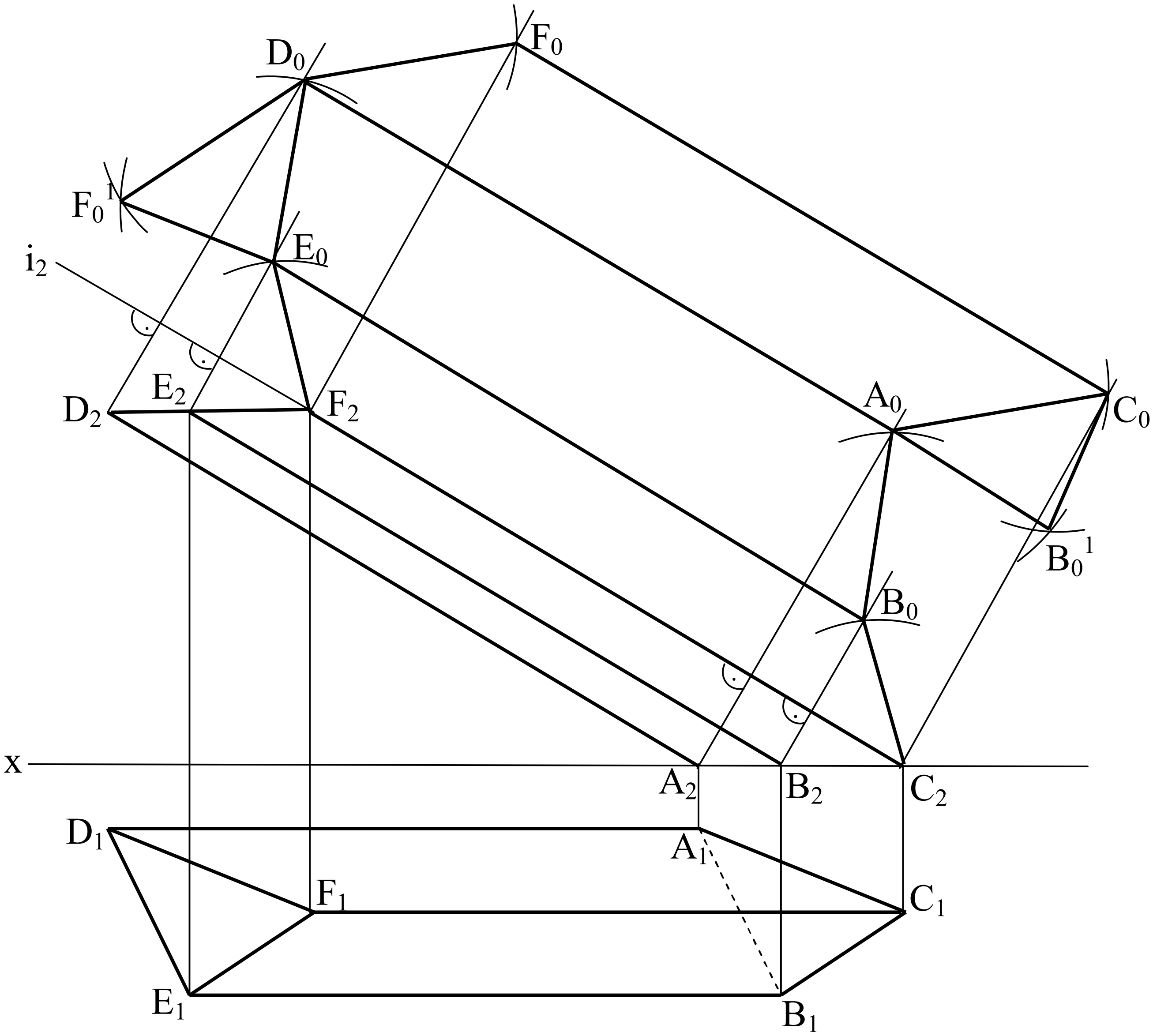
Построение сводится к определению натуральной величины ребер пирамиды и построению по трем сторонам треугольников – граней пирамиды.

1. Методом вращения вокруг оси $i \perp \Pi_1$ $(S \in i)$ определяем натуральную величину ребер – $S_2A_2^1$; $S_2B_2^1$; $S_2C_2^1$.

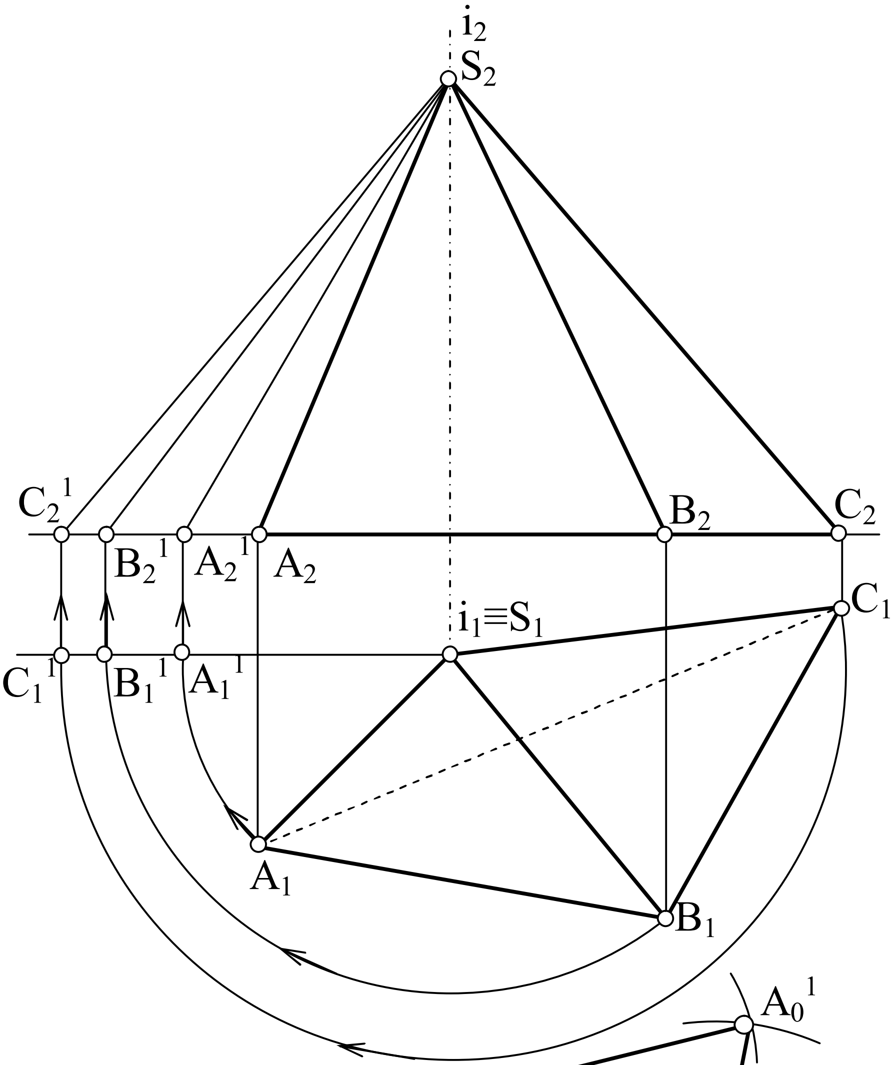
2. Строим отрезок $S_0A_0 = S_2A_2^1$.

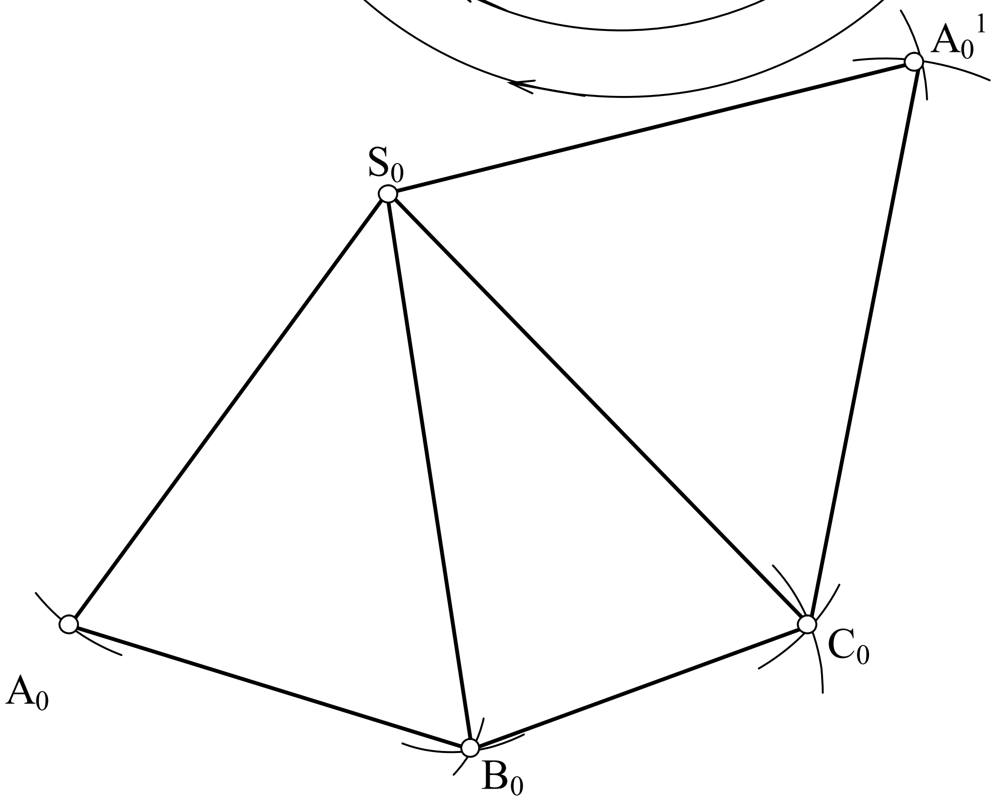
С помощью циркуля находим точки B_0, C_0, A_0^1.

3. Соединяем полученные точки и получаем искомую развертку боковой поверхности пирамиды.



D0
F0
F0 1
E0
i2
D2
E2
F2
A0
C0
B0 1
B0
x
A2
B2
C2
D1
A1
F1
C1
E1
B1



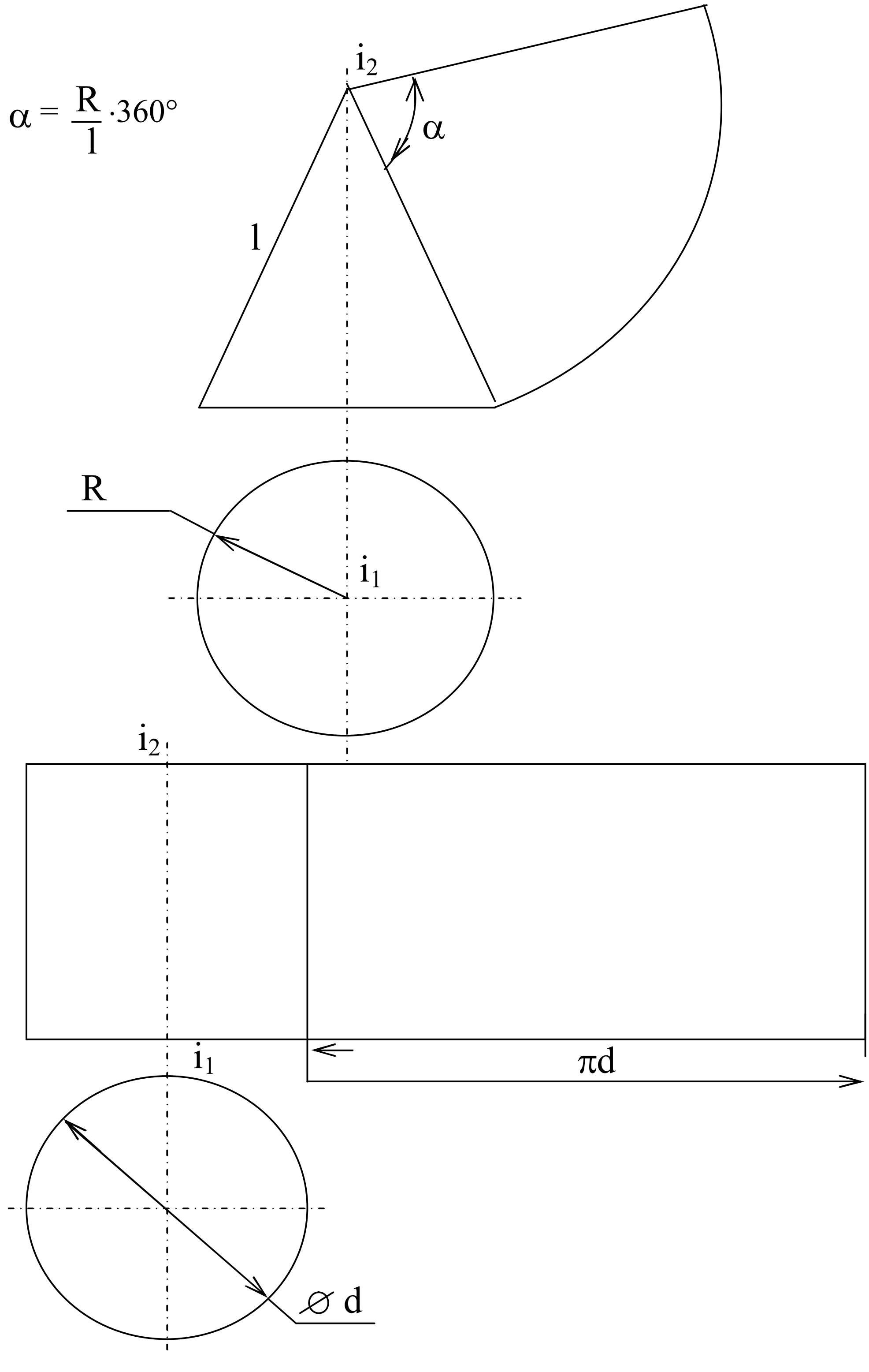


$S_0A_0 = S_0A_0{}^1 = S_2A_2{}^1$;
$S_0B_0 = S_2B_2{}^1$;
$A_0B_0 = A_1B_1$;
$S_0C_0 = S_2C_2{}^1$;
$B_0C_0 = B_1C_1$;
$C_0A_0{}^1 = C_1A_1$.

2. Построение разверток торсовых поверхностей.

2.1. Развертки прямого кругового конуса и прямого кругового цилиндра.

$$\alpha = \frac{R}{l} \cdot 360°$$



2.2. Построение развертки боковой поверхности наклонного цилиндра.

Задача решается с использованием тех же способов нормального сечения и раскатки.

Способ раскатки.

1. Заданную поверхность аппроксимируем призматической поверхностью (вписанной).

2. Проводим перпендикулярно оси i линии связи от точек 1-10.

3. Способом раскатки строим развертку поверхности вписанной в цилиндр призмы.

4. Плавной линией соединяем полученные точки.

Примечание. Чем больше граней у аппроксимирующей призмы, тем точнее (в принципе) развертка поверхности.

2.3. Построение развертки боковой поверхности эллиптического конуса.

Используем метод треугольников (триангуляции).

1. Поверхность конуса аппроксимируем вписанной поверхностью пирамиды.

Ось конуса параллельна плоскости проекций $П_2$.

$S_2 1_2 = /S1/$;

$S_2 5_2 = /S5/$.

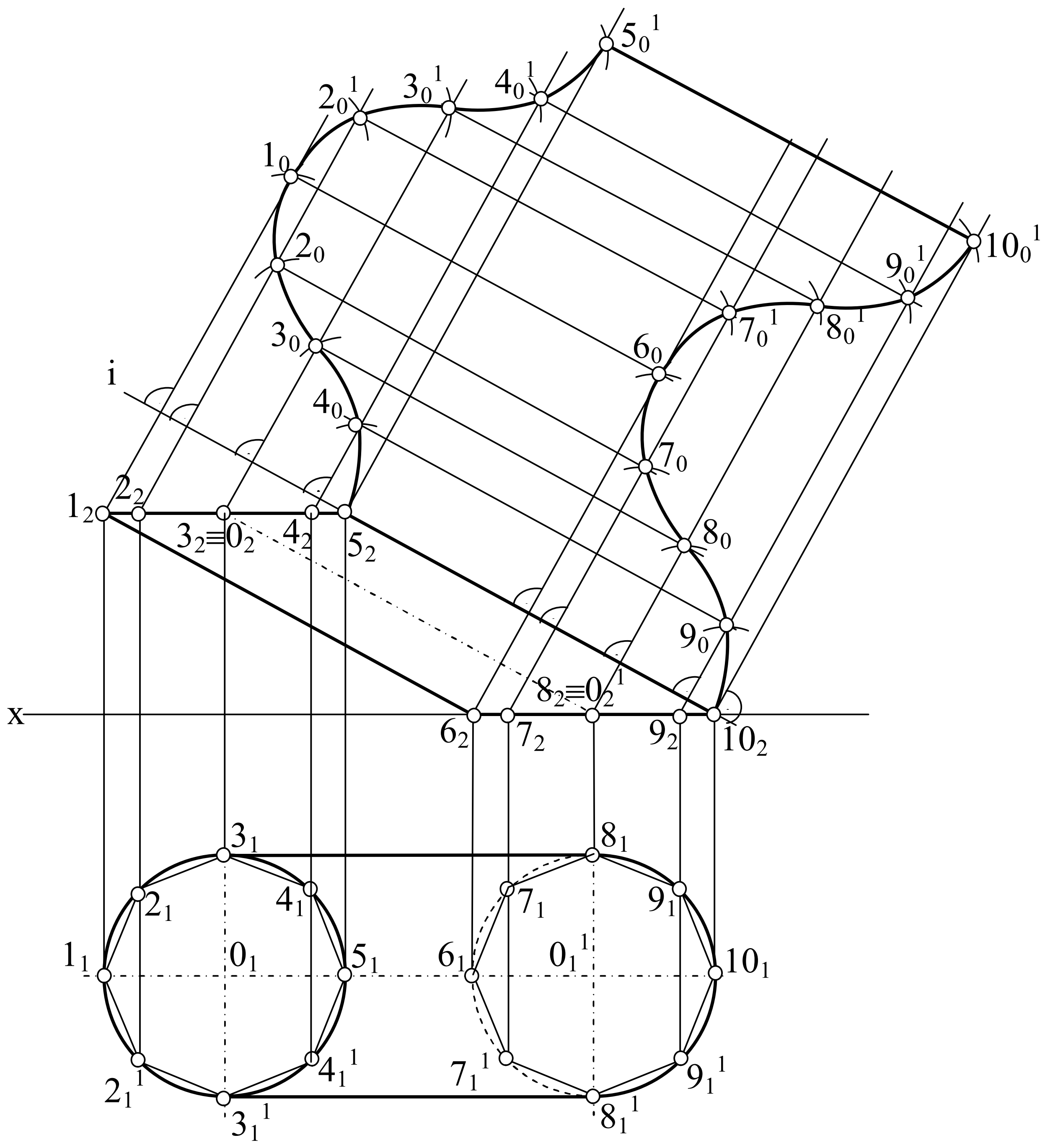
2. Методом вращения вокруг оси $i \perp П_1$, проходящей через вершину конуса S, определяем натуральные величины ребер S2, S_3, S_4:

$/S2/ = S_2 2_0$

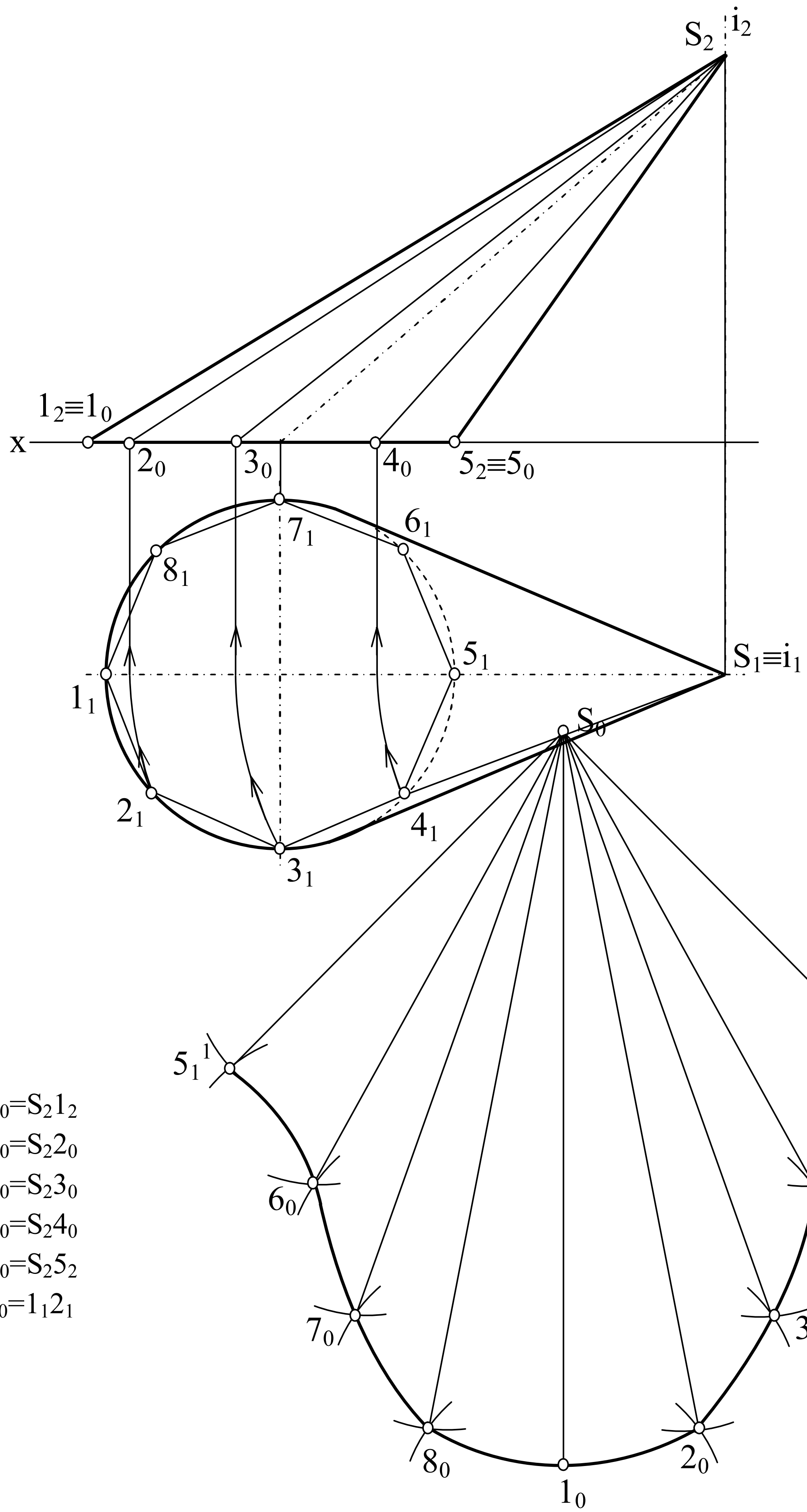
$/S3/ = S_2 3_0$

$/S4/ = S_2 4_0$

4. Способом треугольников строим развертку боковой поверхности пирамиды и плавной линией соединяем полученные точки 1_0, 2_0, 3_0, 4_0, 5_0, 6_0, 7_0, 8_0.



5_0^1
4_0^1
3_0^1
2_0^1
1_0
2_0
3_0
4_0
i
10_0^1
9_0^1
8_0^1
7_0^1
6_0
7_0
8_0
9_0
1_2
2_2
$3_2 \equiv 0_2$
4_2
5_2
$8_2 \equiv 0_2^1$
x
6_2
7_2
9_2
10_2
3_1
2_1
4_1
1_1
0_1
5_1
2_1^1
4_1^1
3_1^1
8_1
7_1
9_1
6_1
0_1^1
10_1
7_1^1
9_1^1
8_1^1



$S_0 1_0 = S_2 1_2$

$S_0 2_0 = S_2 2_0$

$S_0 3_0 = S_2 3_0$

$S_0 4_0 = S_2 4_0$

$S_0 5_0 = S_2 5_2$

$1_0 2_0 = 1_1 2_1$

Тема № 13

Проекции с числовыми отметками.

1. Проекции точек

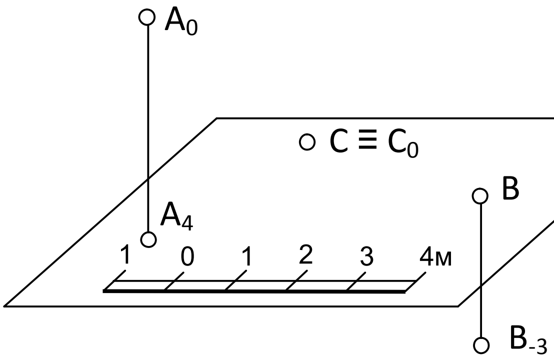
Опр.: Прямоугольные проекции точек на горизонтальную плоскость проекций, сопровождаемые числами, определяющими удаление самих точек от этой плоскости, называются проекциями с числовыми отметками.

В проекциях с числовыми отметками заменяется числами (отметками) фронтальная проекция, служащая в метрическом отношении для определения расстояний точек от плоскости $П_1$. Такая замена особенно удобна в тех случаях, когда вертикальные размеры предмета (высоты) являются незначительными по сравнению с его горизонтальными размерами (например, отметки рельефа земной поверхности и горизонтальная протяженность его и т. п.).

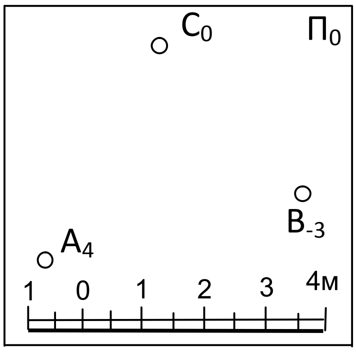
Область применения. Проекции с числовыми отметками применяются в инженерно-строительном деле для изображения и проектирования на земной поверхности различных инженерных сооружений (котлованы, насыпи, выемки, искусственные сооружения, каналы, плотины и т. д.), в горном деле и геологии, для решения всевозможных метрических задач. В геодезии при помощи этих проекций изображается рельеф земной поверхности (планы в горизонталях).

К основным достоинствам проекций с числовыми отметками относятся простота построений (самый простой метод изображения), удобоизмеримость (вертикальные размеры даны в готовом виде, горизонтальные измеряются непосредственно в истинную величину) и относительная простота решения метрических задач. Недостатком является малая наглядность изображения, что в некоторых случаях приводит к необходимости дополнения его вертикальными сечениями (так называемыми разрезами, профилями).

Зададим в пространстве случайную горизонтальную плоскость П и построим на ней прямоугольные проекции двух случайных точек А и В, находящихся в пространстве. Проекция любой точки С, лежащей на плоскости П, будет совпадать с самой точкой. Допустим, что точка А удалена от плоскости П на 4 единицы, точка В – на 3 единицы. Для точки С это удаление равно 0. Условно примем отметку плоскости П равной 0. Удаление точек, лежащих ниже ее будем обозначать знаком (-).



Если проекцию каждой точки сопроводить отметкой, т. е. числом, указывающим на удаление самой точки от плоскости проекций, то полученные проекции A_4, B_{-3}, C_0 будут называться проекциями с числовыми отметками. Проекции точек можно сопровождать только числовыми отметками, без буквенных обозначений. Плоскость П называется основной плоскостью и обозначается буквой с индексом, указывающим на отметку этой плоскости (в данном случае $П_0$).



Обычно расстояние точек от основной плоскости выражается в тех же единицах масштаба, в которых измеряются расстояния на этой плоскости.

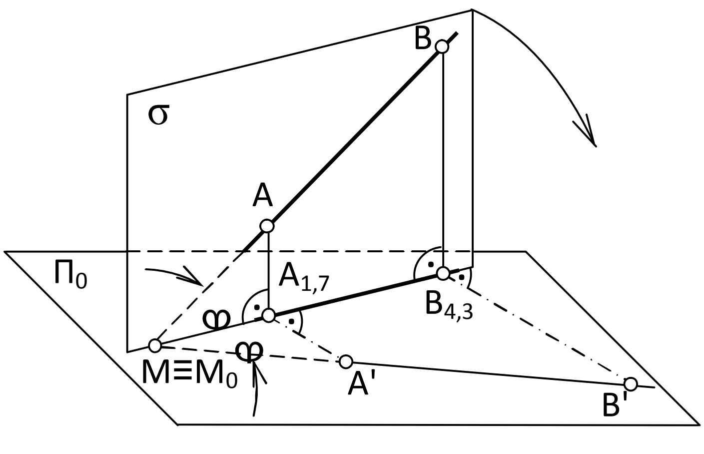
Для решения некоторых практических вопросов бывает удобно перейти от одной основной плоскости к другой, ей параллельной и расположенной выше или ниже первоначально выбранной основной плоскости.

При этом положение проекций точек не изменяется, а изменяются только их отметки. Если новая основная плоскость располагается выше первоначальной на *n* единиц, то положительные отметки всех точек уменьшатся на *n* единиц, а отрицательные отметки по своей абсолютной величине увеличатся на *n* единиц; если новая основная плоскость располагается ниже первоначальной на *m* единиц, то положительные отметки всех точек увеличатся на *m* единиц, а абсолютная величина отрицательных отметок уменьшится на *m* единиц. Новая плоскость обозначается также буквой П с соответствующим индексом (например, $П_4$, $П_{-10}$ и т. п.). Такой переход применяется при переходе от условных отметок к абсолютным и т. д.

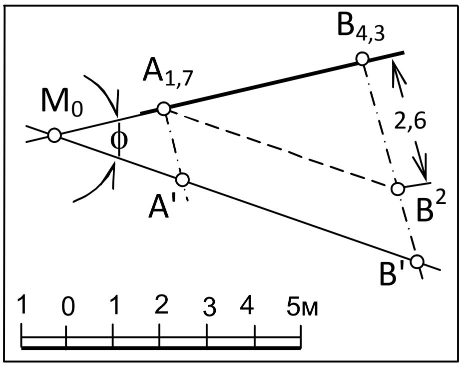
2. Проекции прямых линий.

Прямая линия в проекциях с числовыми отметками задается своей проекцией на основную плоскость и отметками двух точек.

Прямая общего положения. Спроецируем две произвольные точки А и В данной прямой на основную плоскость $П_0$. Прямая, соединяющая проекции этих точек, будет проекцией данной прямой только тогда, когда проекции точек будут дополнены числовыми отметками, например, $A_{1,7}B_{4,8}$. В противном случае эта прямая будет проекцией всех прямых, лежащих в горизонтально-проецирующей плоскости σ, проходящей через данную прямую АВ. На рисунке изображена плоскость $П_0$ в совмещенном с плоскостью чертежа положении и проекция $A_{1,7}B_{4,3}$ данной прямой АВ.



Определение истинной величины отрезка прямой и угла наклона ее к основной поверхности. Совместим плоскость σ с плоскостью $П_0$ вращением вокруг проекции $A_{1,7}B_{4,3}$ данной прямой АВ. При этом прямая АВ, совместившись с $П_0$, займет положение A'B'. Очевидно, что отрезок A'B' равен истинной величине АВ, а угол φ между проекцией данной прямой и ее совмещенным положением равен истинной величине угла наклона прямой АВ к плоскости $П_0$.



Исходя из этого, для определения истинной величины отрезка прямой и угла наклона ее необходимо:

1. Через проекции точек, ограничивающих отрезок, провести прямые, перпендикулярные к проекции этого отрезка.

2. В масштабе чертежа отложить на этих перпендикулярах от их основания высоты соответствующих точек. При разных знаках высоты откладываются в разные стороны.

3. Прямая, соединяющая полученные точки, равна истинной величине данного отрезка.

4. Угол между этой прямой и проекцией равен истинной величине угла наклона прямой к основной плоскости.

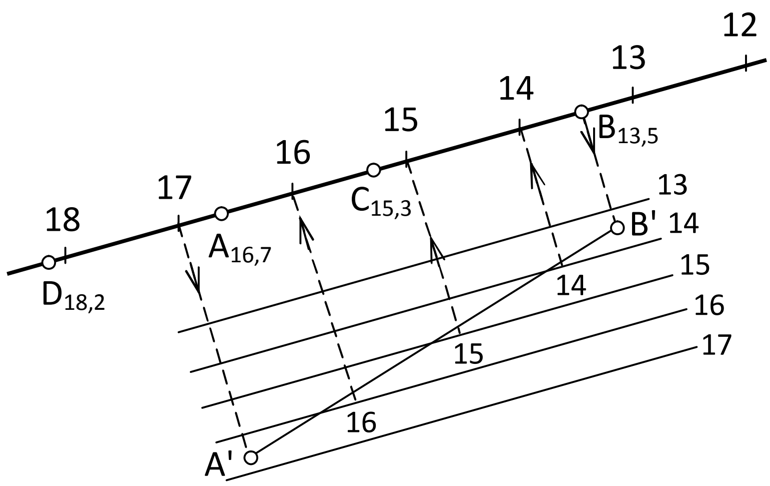
На приведенном выше рисунке выполнены построения для определения истинной величины отрезка АВ, заданного своей проекцией $A_{1,7}B_{4,3}$ и угла φ наклона прямой к плоскости $П_0$. Очевидно, что натуральную величину отрезка прямой можно также определить, отложив на одном перпендикуляре разность отметок, равную 2,6, и соединив полученную точку B^2 с $A_{1,7}$ (на рисунке показано штриховой линией).

Построение следа прямой. Следом прямой АВ на плоскости $П_0$ будет точка М пересечения продолжения этой прямой с продолжением ее проекции. Проекция M_0 следа совпадает с точкой М и будет иметь ту же отметку, что и основная плоскость (в данном случае $П_0$ и M_0). Очевидно, что точка M_0 также будет точкой пересечения продолжения проекции $A_{1,7}B_{4,3}$ прямой с продолжением A'B'. Из этого следует, что для построения проекции следа прямой необходимо построить ее совмещенное положение и полученную прямую продолжить до пересечения с продолжением проекции данной прямой.

Градуирование прямой линии. *Определение точек проекции прямой, являющихся проекциями таких точек самой прямой, отметки которых выражены последовательными целыми числами, называется градуированием (или интерполированием прямой).* Градуирование основано на способе пропорционального деления отрезка прямой линии и применяется при решении различных задач.

Пример. Произвести градуирование прямой $A_{16,7}B_{13,5}$.

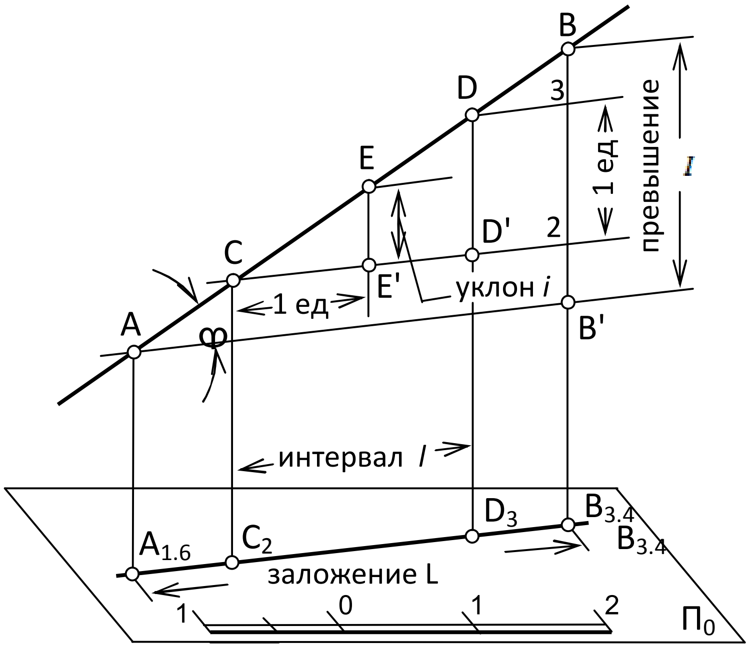
Решение. Параллельно проекции $A_{16,7}B_{13,5}$ прямой проведем ряд прямых, отстоящих друг от друга на равном расстоянии произвольной величины, и примем их за линии уровня с отметками 13, 14, 15 и т. д. На прямых, перпендикулярных к проекции данной прямой и проведенных через точки $A_{16,7}B_{13,5}$, отметим соответственно точку A^1 на уровне 16,7 и B^1 – на уровне 13,5 прямой линией. Точки пересечения этой прямой с линиями уровня будут иметь отметки 14, 15 и 16. Основания перпендикуляров, опущенных из этих точек на проекцию прямой, и будут проекциями точек, имеющих целые отметки 14, 15 и 16. Очевидно, что эти точки разделят проекцию прямой на равные отрезки. Отложив такие отрезки вправо, получим точки 13 и 12, влево – 17, 18 и т. д.



После градуирования прямой можно определить отметку любой точки C такой прямой или задать на ней точку D, имеющую данную отметку. На рисунке определена отметка точки C, равная 15,3 (так как эта точка находится выше точки 15 на 0,3 отрезка 15 – 16). Точка D, имеющая отметку 18,2 и лежащая на прямой AB, задана своей проекцией $D_{18,2}$.

Описанный способ градуирования прямой при помощи параллельных прямых, проведенных на равных расстояниях друг от друга, положен в основу «палетки», применяемой при нанесении горизонталей рельефа местности на картах и планах.

Интервал и уклон прямой линии. На рисунке изображена прямая AB и ее проекция $A_{1,6}B_{3,4}$ на основную плоскость $П_0$. Параллельно проекции прямой и, следовательно, параллельно плоскости $П_0$ проведем линию уровня 2 и выше ее на расстоянии, равном одной единице длины, – линию уровня 3. Точки C и D пересечения прямой с линиями уровня будут иметь отметки 2 и 3. Расстояние между проекциями C_2 и D_3 будет интервалом прямой AB.



Итак, *интервалом l прямой называется горизонтальное расстояние между такими двумя точками прямой, разность отметок которых равна единице*. Горизонтальное расстояние между двумя любыми точками A и B прямой называется заложением L или горизонтальным проложением, а расстояние по вертикали между этими же точками – превышением I. Следовательно, *интервал прямой есть заложение при превышении, равном единице, и численно равен отношению заложения к превышению.*

Из треугольников CDD' и ABB', подобных друг другу, имеем:

$$\frac{l}{1} = \frac{L}{I}, \text{ откуда } l = \frac{L}{I}.$$

Величина превышения, приходящаяся на заложение, равное единице, называется уклоном i прямой.

Из подобия треугольников CEE' и ABB' имеем:

$$\frac{i}{1} = \frac{I}{L}, \text{ откуда } i = \frac{I}{L}.$$

Из этих равенств следует, что *уклон линии является величиной, обратной интервалу ее:*

$i =$.

Из последнего равенства также следует, что *уклон прямой равен отношению превышения к заложению* или равен тангенсу угла наклона прямой к основной плоскости.

Уклон и интервал прямой могут быть вычислены при помощи приведенных уравнений или определены графически, при помощи совмещения прямой с плоскостью $П_0$ и выполнения построений, рассмотренных на рисунке.

Следствие. Прямую линию в проекциях с числовыми отметками можно также задать направлением ее проекции с проекцией одной точки и интервалом или уклоном. Понятие уклон и интервал используются для характеристики продольного профиля пути, крутизны откосов насыпей и выемок и т. д.

Прямые частного положения. Горизонтальная прямая проектируется на плоскость $П_0$ двумя точками, имеющими одинаковые числовые отметки. Вертикальная прямая проектируется на плоскость $П_0$ в точку, имеющую две отметки.

Взаимное положение двух прямых линий. Две прямые в пространстве могут быть параллельны, могут пересекаться или скрещиваться друг с другом.

1. *Прямые параллельны.* В этом случае их проекции параллельны друг другу, уклоны (или интервалы) взаимно равны и отметки возрастают в одну сторону.

2. *Две прямые пересекаются.* Проекции таких прямых пересекаются в точке, которая, будучи отнесена к каждой из пересекающихся прямых, имеет одинаковую отметку.

Следствие. Любые две горизонтальные прямые, имеющие одинаковые отметки и не параллельные друг другу, пересекаются. Это положение используется для построения линии пересечения двух плоскостей.

3. *Скрещивающиеся прямые.* Если проекции прямых не удовлетворяют условиям параллельности или пересечения, то такие прямые будут скрещивающимися.

Тема № 14.

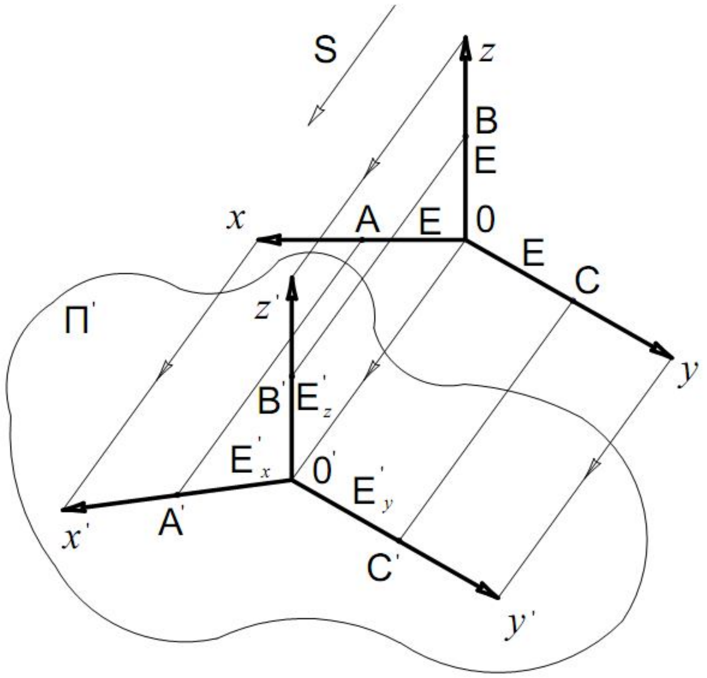
1. Аксонометрические проекции

Часто на практике при выполнении технических чертежей возникает необходимость иметь наряду с комплексным чертежом предмета и наглядное его изображение. Эти изображения называются **аксонометрическими** или **аксонометрией.** Слово аксонометрия в переводе с древнегреческого означает измерение по осям. Аксонометрические чертежи обладают хорошей наглядностью, простотой построения и обратимостью, т. е. позволяют восстановить форму и размеры предмета по аксонометрическому чертежу.

Опр.: Аксонометрией называется наглядное изображение, полученное параллельным проецированием предмета вместе с декартовой системой координат, к которой оно отнесено в пространстве, на новую плоскость, называемую плоскостью аксонометрического проецирования.

Направление проецирования не должно совпадать ни с одной из осей координат, тогда изображение получается наглядным и позволяет увидеть три измерения тела.

Спроецируем декартовую систему координат $OXYZ$ на некоторую аксонометрическую плоскость проекций П', произвольно расположенную по отношению к данной системе координат. Если направление проецирования S перпендикулярно к плоскости П', то аксонометрические проекции называются прямоугольными (ортогональными), а если наклонно к П' – косоугольными.



На осях координат *X, Y, Z* отложим от начала координат 0 равные отрезки $OA = OB = OC = E$. Примем отрезок E за единицу измерения. Отрезки $O'A' = E'_x$, $O'B' = E'_z$, $O'C' = E'_y$ являются аксонометрическими проекциями отрезка E, и в общем случае они не равны между собой, т. е. $E'_x \neq E'_y \neq E'_z$. Следовательно, размеры изображаемого предмета при аксонометрическом проецировании по всем трем осям искажаются. Величины отрезков E'_x, E'_y, E'_z называются аксонометрическими единицами, а система $O'\ X'\ Y'\ Z'$ называется аксонометрическими осями.

Отношение длины отрезка в аксонометрических проекциях к истинной длине отрезка называют показателями (коэффициентами) искажения по аксонометрическим осям:

$$K_x = \frac{E'_X}{E};\ K_y = \frac{E'_y}{E};\ \ K_x = \frac{E'_z}{E}.$$

Зная величину показателей искажения, можно построить аксонометрическое изображение по ее натуральным координатам, используя выражения:

$$E'_x = K_x E;\ E'_y = K_y E;\ E'_z = K_z E.$$

Геометр К. Польке в 1853 г., изучая вопрос о зависимости направления аксонометрических осей и коэффициентов искажения по ним от направления проецирования и положения плоскости проекций, сделал следующий вывод: три произвольно выбранных отрезка *O'A'*, *O'B'*, *O'C'* на плоскости П', выходящих из одной точки *O'*, представляют параллельную проекцию трех равных и взаимно перпендикулярных отрезков *OA*, *OB*, *OC*, выходящих из некоторой точки пространства *O*. Эта теорема Польке является основной теоремой аксонометрии и имеет большое значение как для теории аксонометрии, так и для практики. Согласно этой теореме, сделан вывод, что любые три прямые линии, расположенные в одной плоскости и проходящие через одну точку, могут быть приняты за аксонометрические оси а показатели искажения по ним могут быть заданы совершенно произвольно, лишь бы сумма их квадратов не была меньше двух, а сумма двух любых из них не была меньше единицы.

Для косоугольного проецирования показатели искажения и угол наклона α проецирующих лучей к плоскости аксонометрических проекций связаны следующей зависимостью: $K_X^2 + K_y^2 + K_z^2 = 2 + \mathrm{ctg}^2\varphi$, где φ – угол между направлением проецирования и аксонометрической плоскостью.

Для ортогонального проецирования при φ = 90°

$$K_X^2 + K_y^2 + K_z^2 = 2.$$

Прямоугольные и косоугольные аксонометрические проекции в зависимости от сравнительной величины показателей искажения по осям разделяют на следующие виды:

1. **Изометрию** – все три показателя искажения по осям равны между собой: $K_x = K_y = K_z$.

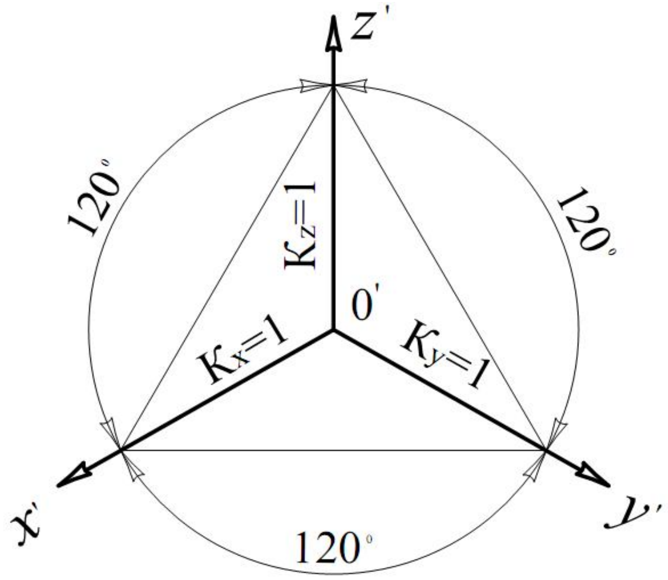
2. **Диметрию** – если два показателя искажения равны между собой и отличаются от третьего: $K_x = K_z \neq K_y$.

3. **Триметрию** – если три показателя искажения по осям различны: $K_x \neq K_y \neq K_z$.

Согласно ГОСТ 2.317–68 введены стандартные аксонометрические проекции: **прямоугольная изометрия, прямоугольная диметрия** и **косоугольная диметрия.** В инженерной практике наибольшее применение получили прямоугольные изометрические и диметрические проекции.

2. Прямоугольная изометрическая проекция

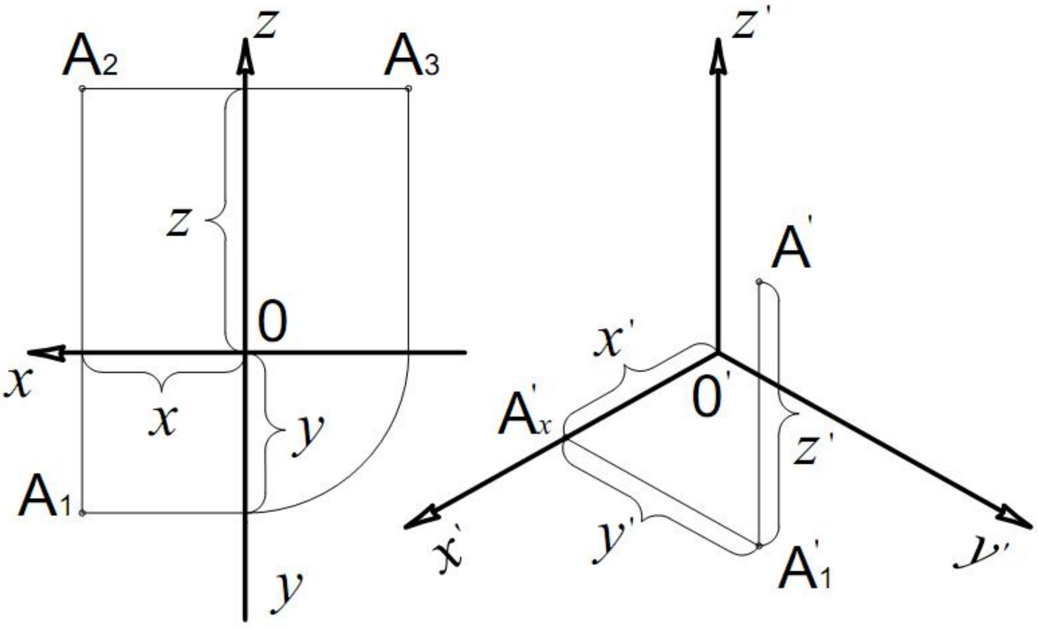
При прямоугольном проецировании системы координат на аксонометрическую плоскость проекций П', равнонаклоненную ко всем трем осям координат, аксонометрические оси образуют между собой углы 120°.



Так как все три показателя искажения равны $K_x = K_y = K_z$, то, подставив их в формулу $K_X^2 + K_y^2 + K_z^2 = 2,$ получим $3\sqrt{K^2} = 2$ или $K = \pm\sqrt{2/3 = 0,82}$ – теоретический показатель искажения по осям.

Но для упрощения построений показатели искажения принимают равными 1 ($K_x = K_y = K_z = 1$), т. е. размеры изображаемого предмета по всем трём осям откладываются в натуральную величину, а изображение предмета получается увеличенным в 1,22 раза относительно к его истинной величине.

Построение точки *A* по координатам в изометрии показано на чертеже.



Построение изображения предмета выполняется по каркасу характерных для предмета точек с учетом свойств параллельного проецирования: параллельные прямые остаются на аксонометрических проекциях параллельными, а точки, принадлежащие линиям, на проекциях принадлежат аксонометрическим проекциям этих линий. Характерные точки строят по координатам. На рисунке показано построение изометрической проекции точки A по комплексному чертежу.

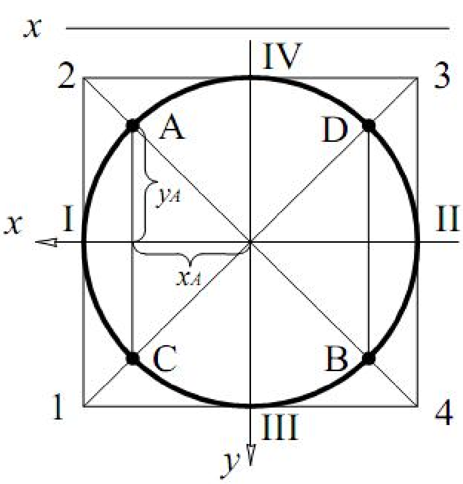
Рассмотрим построение квадрата 1234 и окружности в изометрии. Их целесообразно выполнять в такой последовательности:

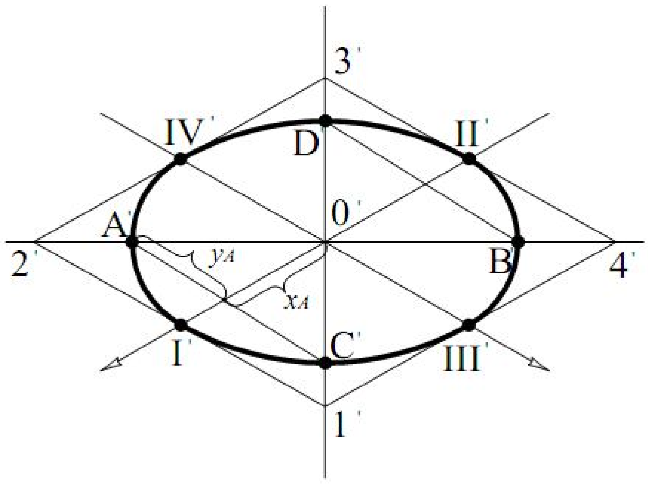
1. Оси симметрии квадрата x, y принимают из оси координат. Для построения изометрической проекции от начала аксонометрических осей (точка O') по оси x' необходимо отложить отрезки $O'I = O'II' = I$, а по оси y' – $O'III' = O'IV' = OIII$. Показатели искажения по трем осям равны единице.

Через точки I', II' проводят прямые, параллельные оси y', а через точки III', IV' – параллельные оси x' до пересечения их в точках 1', 2', 3', 4', которые принадлежат параллелограмму 1'2'3'4'.

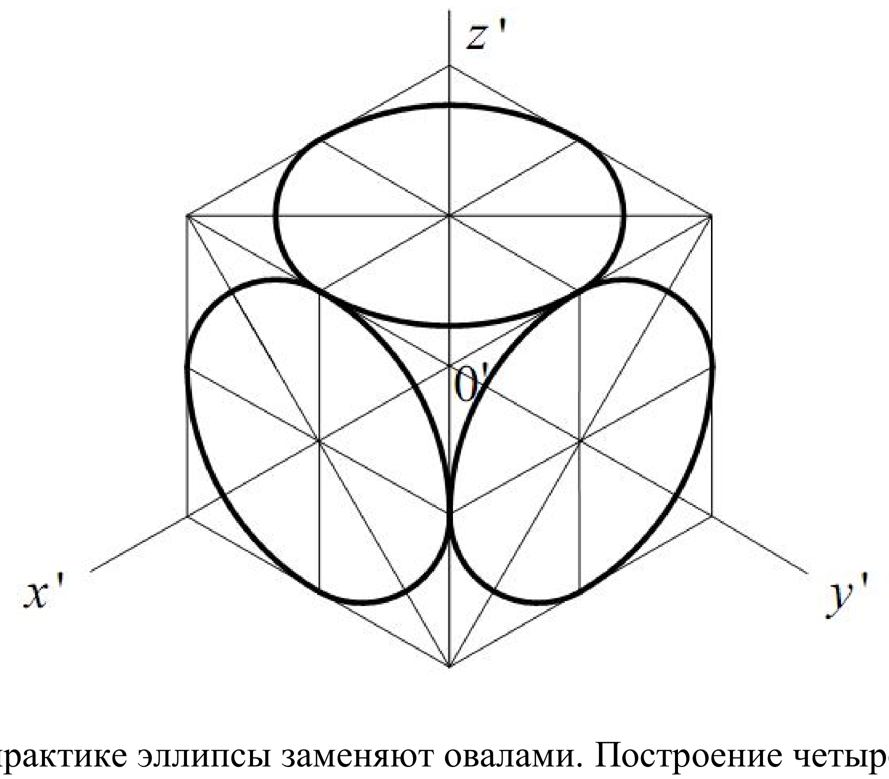
2. Точки, принадлежащие большей $A'B'$ и малой $C'D'$ осям эллипса, в который превращается окружность в изометрии, строят по соответствующим координатам.

3. Построив 8 точек и соединив их плавной кривой, можно с достаточной точностью вычертить эллипс.

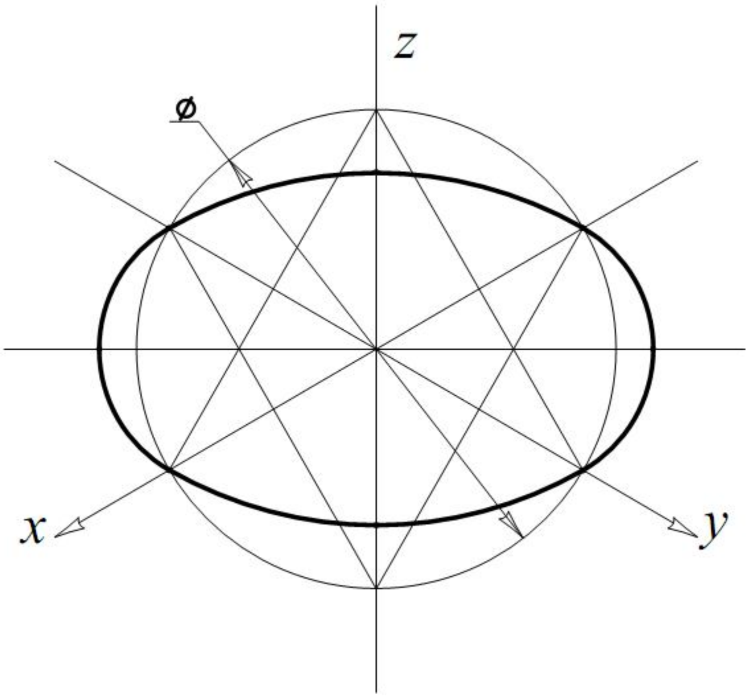




На следующем рисунке изображена изометрия куба с вписанными в его грани окружностями диаметром *d*. Из рисунка видно, что все три окружности, каждая из которых расположена параллельно одной из плоскостей проекций, проецируются на них в виде равновеликих эллипсов, большие оси которых равны 1,22*d* и расположены перпендикулярно к осям, отсутствующим в данных плоскостях, а малые равны 0,71*d* и перпендикулярны большим осям.

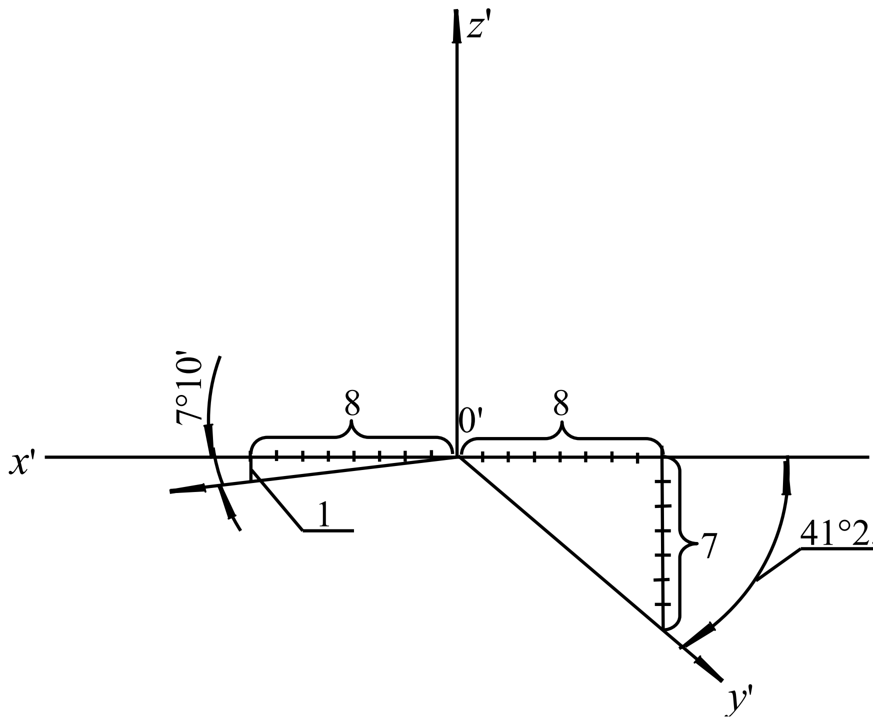


На практике эллипсы заменяют овалами. Построение четырехцентрового овала показано на рисунке (AB = 1,22d; CD = 0,71d).



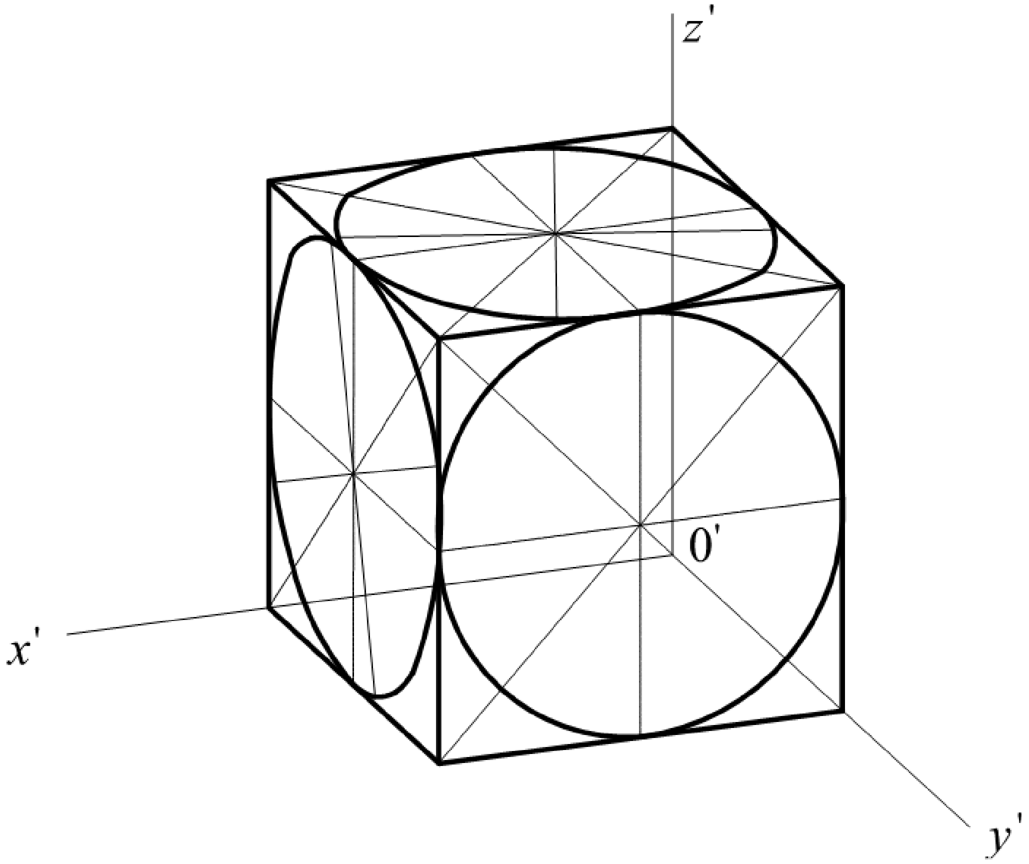
3. Прямоугольная диметрическая проекция

Оси в прямоугольной диметрической проекции изображены на рисунке.



Теоретические показатели искажения по осям *x* и *z* равны 0,94, а по оси *y* – 0,47, приведенные соответственно к 1 и 0,5, в результате чего изображение на чертеже увеличивается по отношению к истинной величине в 1,06 раза.

Изображение куба с вписанными в его грани окружностями дано на рисунке ниже. Окружность, расположенная в плоскости проекций *X'O'Z'*, проецируется на нее в виде эллипса, большая ось которого равна 1,06*d*, а малая – 0,95 *d*. Окружности, находящиеся в плоскостях, параллельных двум другим плоскостям проекций, проецируются на них в виде одинаковых эллипсов, большие оси которых равны 1,06*d*, а малые – 0,35*d*. Большие оси эллипсов перпендикулярны аксонометрическим осям, отсутствующим в данной плоскости.



Контрольные вопросы

1. Определяет ли одна проекция точки положение этой точки в пространстве (две проекции)?
2. Как определить на эпюре расстояние от проецируемой точки до плоскости проекций $П_1$, $П_2$, $П_3$?
3. Что называется прямой общего положения?
4. Что называется следом прямой?
5. В каком случае точка принадлежит прямой?
6. Как определить натуральную величину отрезка прямой и углы наклона его к плоскостям проекций?
7. Назовите прямые частного положения.
8. Как располагаются на эпюре проекции прямых уровня, проецирующих?
9. Как изображаются на эпюре проекции прямых: параллельных, пересекающихся, скрещивающихся?
10. В каком случае прямой линейный угол проецируется в натуральную величину?
11. Как определяется видимость геометрических элементов на чертеже?
12. Как можно задать плоскость?
13. Что такое след плоскости?
14. Какая плоскость называется плоскостью общего положения?
15. Какие плоскости называются проецирующими, уровня?
16. Назовите условие принадлежности прямой и точки плоскости.
17. Какие линии относятся к особым (главным) линиям плоскости?
18. Как построить горизонталь, фронталь, профильную прямую в плоскости?
19. Назовите условие параллельности прямой и плоскости.
20. В каком случае прямая перпендикулярна плоскости?
21. Как построить перпендикуляр к плоскости, заданной следами, треугольником?
22. В каком случае две плоскости параллельны?
23. Назовите признак перпендикулярности двух плоскостей.
24. Что значит в общем случае найти линию пересечения двух плоскостей?
25. Для чего проводят вспомогательные плоскости при построении линии пересечения двух плоскостей?
26. Какие плоскости обычно принимаются в качестве вспомогательных?
27. Назовите частные случаи пересечения плоскостей.
28. Как построить линию пересечения плоскостей, заданных следами?

29. Назовите алгоритм решения задачи на пересечение прямой с плоскостью.

30. Какую вспомогательную плоскость нужно применять для нахождения точки пересечения прямой с плоскостью?

31. В каких случаях точка пересечения прямой с плоскостью определяется непосредственно без дополнительных построений?

32. Как определяется видимость на чертеже при пересечении прямой с плоскостью?

33. Для чего применяют методы преобразования проекций?

34. Какие существуют методы преобразования проекций?

35. В чем состоит сущность метода перемены плоскостей проекций?

36. Какие преобразования надо выполнить, чтобы прямую общего положения спроецировать в точку на новую плоскость проекций?

37. Как надо расположить новую плоскость проекций, чтобы спроецировать на нее плоскую фигуру в отрезок прямой линии?

38. В чем состоит сущность метода вращения?

39. В какой плоскости перемещается точка, вращаемая вокруг оси: а – перпендикулярной к плоскости $П_1$; б - перпендикулярной к плоскости $П_2$?

40. К какой плоскости проекций должна быть перпендикулярна ось вращения, чтобы прямую общего положения повернуть: а – в горизонтальное положение; б – во фронтальное положение?

41. Как определяется положение центра вращения и величина радиуса вращения точки при ее повороте вокруг горизонтали (фронтали)?

42. В чем отличие способа вращения вокруг проецирующих прямых и плоскопараллельного перемещения?

43. Назовите четыре исходные задачи преобразования чертежа.

44. Какими способами можно определить расстояние между двумя точками?

45. Решение какой исходной задачи применяется для определения расстояния от точки до прямой, между двумя прямыми?

46. Решение какой исходной задачи применяется для определения расстояния от точки до плоскости, между двумя параллельными плоскостями?

47. Решение какой исходной задачи применяется для определения угла между двумя пересекающимися прямыми?

48. Решение какой исходной задачи применяется для определения угла между двумя плоскостями (двугранного угла)?

49. Изложите план решения задачи на определение угла между прямой и плоскостью.

50. Решение какой исходной задачи применяется для определения натуральной величины плоской фигуры?

51. Назовите способы определения угла наклона прямой к плоскости проекций (углов наклона плоскости к плоскостям проекций).

52. Назовите возможные способы построения линии пересечения многогранников плоскостями.

53. В чем состоит последовательный ход построения фигуры сечения многогранника плоскостью общего положения?

54. Назовите основные способы построения линий пересечения поверхностей.

55. Изложите алгоритм решения задачи методом секущих плоскостей.

56. Какие точки линии пересечения поверхностей называются главными (опорными)?

57. Какие плоскости используют для построения линий пересечения поверхностей и чем руководствуются при выборе вспомогательных секущих плоскостей?

58. Как определить видимость линии пересечения поверхностей?

59. Изложите алгоритм решения задачи методом секущих сфер.

60. В каких случаях можно использовать метод секущих сфер?

61. Как выбирается центр секущих сфер?

62. Какое свойство лежит в основе метода секущих сфер?

63. Изложите основную теорему Г. Монжа, на которой основаны частные случаи пересечения поверхностей вращения.

Список литературы.

1. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=701 Лызлов, А. Н. Начертательная геометрия: задачи и решения : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по техн. направлениям подготовки (специальностям) / А. Н. Лызлов, М. В. Ракитская, Д. Е. Тихонов-Бугров. - СПб. : Лань, 2011. - 96 с.

2. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=3735 Тарасов Б. Ф. Начертательная геометрия [Электронный ресурс] учебник Б. Ф. Тарасов, Л. А. Дудкина, С. О. Немолотов. – СПб. : Лань 2012. – 256 с.

3. Левицкий, В. С. Машиностроительное черчение и автоматизация выполнения чертежей : учебник для студентов техн. вузов. - М. : Высшая школа, 2009. - 435 с.

4. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=1808 Инженерная графика [Электронный ресурс] : учебник / Н. П. Сорокин [и др.] под ред. Н. П. Сорокина. - СПб. : Лань, 2011. - 400 с.

5. Гордон, В. О. Сборник задач по курсу начертательной геометрии : учеб. пособие для студентов втузов / В. О. Гордон, Ю. Б. Иванов, Т. Е. Солнцева; под ред. Ю. Б. Иванова. - М. : Высшая школа, 2006. - 320 с.

Дополнительная литература

6. Гордон, В. О. Курс начертательной геометрии : учеб. пособие для студентов втузов / В. О. Гордон, М. А. Семенцов-Огиевский; под ред. В. О. Гордона. - М. : Высшая школа, 2008. - 272 с.

7. Чекмарев, А. А. Справочник по машиностроительному черчению : / А. А. Чекмарев, В. К. Осипов. - М. : Высшая школа, 2006. - 493 с.

8. Единая система конструкторской документации : Общие правила выполнения чертежей. ГОСТ 2.301-68 (СТ СЭВ 1181-78)-ГОСТ 2.320-82 (СТ СЭВ 3332-81). - М., 1984. - 239 с.

9. Новичихина, Л. И. Справочник по техническому черчению : . - Минск : Книжный дом, 2005. - 320 с.

Методические указания

10. Кобылянский, М. Т. Начертательная геометрия : учеб. пособие для студентов всех специальностей, кроме строительных / М. Т. Кобылянский, Л. Н. Бедина; ГОУ ВПО "Кузбас. гос. техн. ун-т". - Кемерово, 2008. - 138 с.

11. Кобылянский М. Т. Начертательная геометрия и инженерная графика: Рабочая тетрадь для самостоятельной работы студентов специализации 130410.65 – «Электрификация и автоматизация горного производства», профилей 120703.62 – «Городской кадастр»; 190601.62 – «Автомобили и автомобильное хозяйство»; 190701.62 – «Организация перевозок на автомобильном транспорте»; 190709.62 – «Организация и безопасность движения» очной формы обучения / ГОУ ВПО "Кузбас. гос. техн. ун-т.". – Кемерово, 2013. – 44 с.

Оглавление