Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Кузбасский государственный технический университет
имени Т. Ф. Горбачёва»

Кафедра прикладной механики

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МАНИПУЛЯТОРА
(прямая задача)

Методические указания к лабораторной работе по дисциплине
«Основы робототехники»
для студентов направлений 220700.62, 151900.62, 150700.62

Составитель Н. П. Курышкин

Утверждены на заседании кафедры
Протокол № 10 от 30.04.2013

Рекомендованы к печати
учебно-методической комиссией
направления 220700.62
Протокол № 79 от 17.05.2013

Электронная копия находится
в библиотеке КузГТУ

Кемерово 2013

ЦЕЛЬ И СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

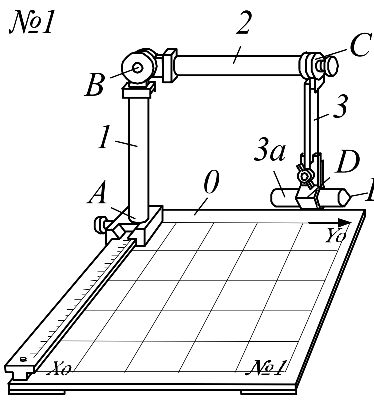
Цель работы – практическое освоение основного метода кинематического анализа манипуляторов – метода преобразования координат.

С этой целью строится кинематическая схема предложенного манипулятора. По заданному взаимному положению звеньев манипулятора определяются координаты конечной точки переносимой детали относительно стойки. Задача решается методом преобразования координат в матричной форме. Найденные координаты проверяются замером их на модели манипулятора.

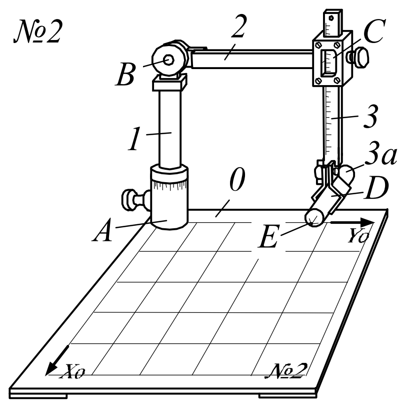
Работа рассчитана на два часа.

ОПИСАНИЕ ОБОРУДОВАНИЯ

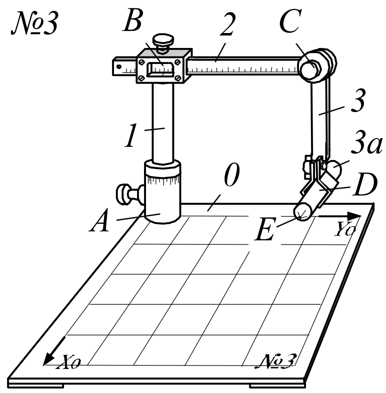
Манипуляторы, предлагаемые для анализа, показаны на рис. 1.



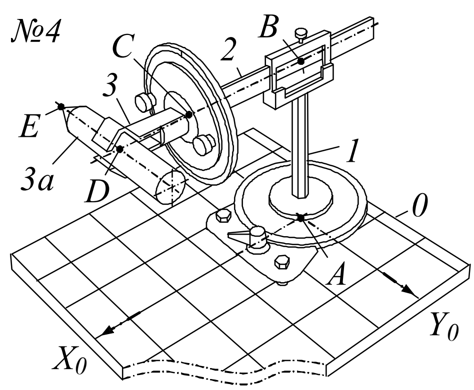
l_{AB}=0.21, l_{BC}=0.19, l_{CD}=0,14, l_{DE}=0.05



l_{AB}=0.205, l_{BC}=0.21, l_{DE}=0.05



l_{AB}=0.20, l_{CD}=0.14, l_{DE}=0.05



l_{AB}=0.18, l_{CD}=0.090 l_{DE}=0.08

Рис. 1

Каждый манипулятор состоит из стойки *0* и трёх подвижных звеньев *1*, *2*, *3*, образующих друг с другом вращательные и одну поступательную кинематические пары. Даны длины звеньев. Они указаны на рисунке и выражены в метрах. Манипуляторы снабжены шкалами, по ним устанавливается взаимное положение звеньев. Звено *3* оканчивается схватом, удерживающим переносимую деталь *3а*. *E* – конечная точка переносимой детали. На плоскость стойки нанесены оси x_0, y_0 системы $Ax_0y_0z_0$, относительно которой определяются координаты точки *E*. Это делается с помощью сетки и координатного трёхгранника, показанного на рис. 2. Шаг сетки 50 мм.

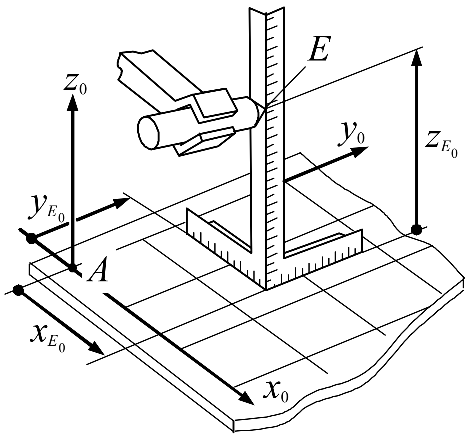


Рис. 2

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ

Согласно методу преобразования координат, с каждым звеном манипулятора связывают систему координат, расположенную, например, как показано на рис. 3.

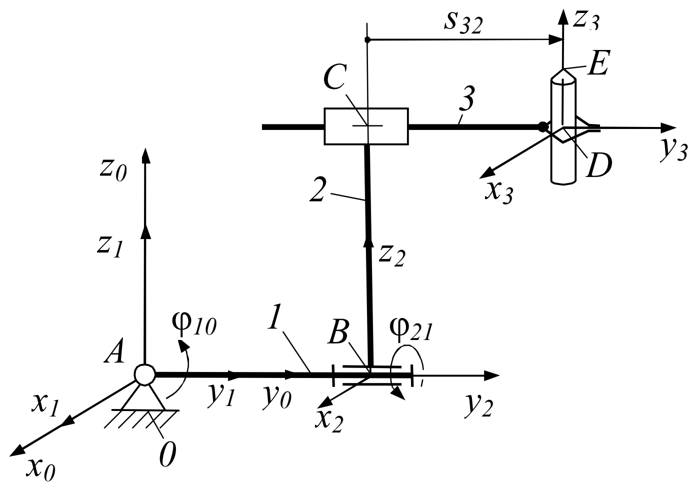


Рис. 3

В исходном положении манипулятора оси всех систем направляют параллельно одноимённым осям системы 0 ($Ax_0y_0z_0$).

Координаты точки *E* последовательно преобразуют из системы 3 в 2, из 2 в 1, из 1 в 0. В матричной записи формула преобразования имеет вид

$$R_{E_0} = T_{10} \cdot T_{21} \cdot T_{32} \cdot R_{E_3}, \qquad (1)$$

где R_{E_0} и R_{E_3} – столбцовые матрицы искомых и заданных координат:

$$R_{E_0} = \begin{bmatrix} x_{E_0} \\ y_{E_0} \\ z_{E_0} \\ 1 \end{bmatrix}; \quad R_{E_3} = \begin{bmatrix} x_{E_3} \\ y_{E_3} \\ z_{E_3} \\ 1 \end{bmatrix};$$

T_{10}, T_{21}, T_{32} – матрицы преобразования координат из системы, указанной первой цифрой индекса в систему, указанную второй цифрой.

В общем случае матрица преобразования T_{ji} имеет вид:

$$T_{ji} = \begin{bmatrix} \cos(x_i \wedge x_j) & \cos(x_i \wedge y_j) & \cos(x_i \wedge z_j) & a \\ \cos(y_i \wedge x_j) & \cos(y_i \wedge y_j) & \cos(y_i \wedge z_j) & b \\ \cos(z_i \wedge x_j) & \cos(z_i \wedge y_j) & \cos(z_i \wedge z_j) & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где $\cos(x_i{}^\wedge x_j)$, …, $\cos(z_i{}^\wedge z_j)$ – косинусы углов между осями координат; a, b, c – абсцисса, ордината и аппликата начала координат системы j относительно i. Строка элементов 0, 0, 0, 1 в матрице T_{ji}, а также единицы в матрицах R_{E_0}, R_{E_3} предназначены для выравнивания числа столбцов и строк перемножаемых матриц (обоснование – в рекомендуемой литературе, с.121–125).

Составленные матрицы перемножают в соответствии с формулой (1). В результате перемножения получают столбец R_{E_0}, содержащий формулы искомых координат.

Решим поставленную задачу для манипулятора, изображенного на рис. 3. Координаты точки E в системе 3: $x_{E_3} = 0$; $y_{E_3} = 0$; $z_{E_3} = l_{DE}$. На этом основании:

$$R_{E_3} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_{DE} \\ 1 \end{bmatrix};$$

Для составления матриц преобразования T_{ji} изобразим каждую пару систем координат отдельно, причём с совмещёнными началами (рис. 4).

Систему, из которой ведётся преобразование, изобразим повёрнутой на небольшой положительный (независимо от действительного знака) угол, если поворот предусмотрен заданием. Угол поворота считается положительным, если поворот, наблюдаемый из конца в начало координатной оси поворота, происходит против часовой стрелки. На рис. 3 и 4 все углы – положительные.

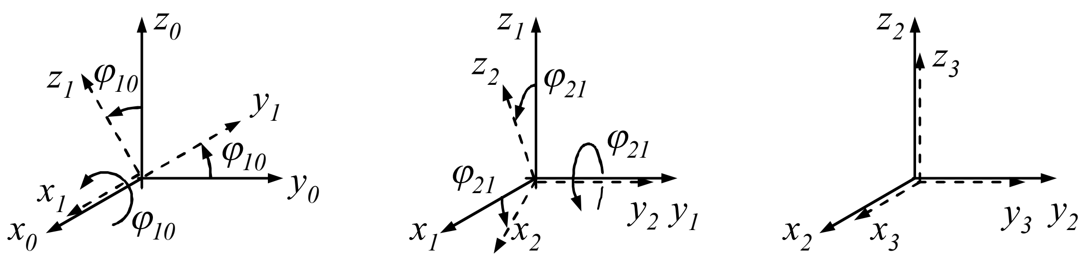


Рис. 4

Используя рис. 3, 4, составим матрицы преобразования. Результат показан на рис. 5.

Матрица T_{10}

	x_1	y_1	z_1	
x_0	1	0	0	0
y_0	0	$\cos\varphi_{10}$	$-\sin\varphi_{10}$	0
z_0	0	$\sin\varphi_{10}$	$\cos\varphi_{10}$	0
	0	0	0	1

Матрица T_{21}

	x_2	y_2	z_2	
x_1	$\cos\varphi_{21}$	0	$\sin\varphi_{21}$	0
y_1	0	1	0	l_{AB}
z_1	$-\sin\varphi_{21}$	0	$\cos\varphi_{21}$	0
	0	0	0	1

Матрица T_{32}

	x_3	y_3	z_3	
x_2	1	0	0	0
y_2	0	1	0	s_{32}
z_2	0	0	1	l_{BC}
	0	0	0	1

Рис. 5

Сверху и сбоку матриц расположены обозначения осей координат. Обозначения сверху принадлежат системе, из которой ведётся преобразование, обозначения сбоку – системе, в которую ведётся преобразование. Эти обозначения не являются элементами матрицы. Они лишь подсказывают наименования осей, между которыми должен быть взят угол, стоящий под знаком косинуса.

Не во всех ячейках матриц оказались косинусы. Это объясняется тем, что углы между некоторыми осями координат равны 90°±φ. В таком случае по формулам приведения имеем:

$$\cos(90°+\varphi) = -\sin\varphi; \qquad \cos(90°-\varphi) = \sin\varphi.$$

Кроме того, некоторые углы равны 0 или 90°, косинусы таких углов, как известно, равны 1 и 0 соответственно. Осталось матрицы перемножить. Правило умножения матриц иллюстрирует рис. 6.

		B		
		b_{11}	b_{12}	
A		b_{21}	b_{22}	
a_{11}	a_{12}	$a_{11}\,b_{11}+a_{12}\,b_{21}$	$a_{11}\,b_{12}+a_{12}\,b_{22}$	$C=A\cdot B$
a_{21}	a_{22}	$a_{21}\,b_{11}+a_{22}\,b_{21}$	$a_{21}\,b_{12}+a_{22}\,b_{22}$	

Рис. 6

Здесь матрица A из элементов a_{ij} умножается на матрицу B из элементов b_{ij} и получается матрица C. Умножение матриц в соответствии с формулой (1) показано на рис. 7.

Рекомендуется располагать перемножаемые матрицы вдоль длинной стороны листа формата А4 или на двух тетрадных листах.

				T_{21}				T_{32}				R_{E_3}
				$\cos\varphi_{21}$	0	$\sin\varphi_{21}$	0	1	0	0	0	0
				0	1	0	l_{AB}	0	1	0	s_{32}	0
				$-\sin\varphi_{21}$	0	$\cos\varphi_{21}$	0	0	0	1	l_{BC}	l_{DE}
				0	0	0	1	0	0	0	1	1
1	0	0	0	$\cos\varphi_{21}$	0	$\sin\varphi_{21}$	0	$\cos\varphi_{21}$	0	$\sin\varphi_{21}$	$l_{BC}\sin\varphi_{21}$	$l_{DE}\sin\varphi_{21}+l_{BC}\sin\varphi_{21}$
0	$\cos\varphi_{10}$	$-\sin\varphi_{10}$	0	$\sin\varphi_{10}\sin\varphi_{21}$	$\cos\varphi_{10}$	$-\sin\varphi_{10}\cos\varphi_{21}$	$l_{AB}\cos\varphi_{10}$	$\sin\varphi_{10}\sin\varphi_{21}$	$\cos\varphi_{10}$	$-\sin\varphi_{10}\cos\varphi_{21}$	$s_{32}\cos\varphi_{10}-l_{BC}\sin\varphi_{10}\cos\varphi_{21}+l_{AB}\cos\varphi_{10}$	$-l_{DE}\sin\varphi_{10}\cos\varphi_{21}+s_{32}\cos\varphi_{10}-l_{BC}\sin\varphi_{10}\cos\varphi_{21}+L_{AB}\cos\varphi_{10}$
0	$\sin\varphi_{10}$	$\cos\varphi_{10}$	0	$-\cos\varphi_{10}\sin\varphi_{21}$	$\sin\varphi_{10}$	$\cos\varphi_{10}\cos\varphi_{21}$	$l_{AB}\sin\varphi_{10}$	$-\cos\varphi_{10}\sin\varphi_{21}$	$\sin\varphi_{10}$	$\cos\varphi_{10}\cos\varphi_{21}$	$s_{32}\sin\varphi_{10}+l_{BC}\cos\varphi_{10}\cos\varphi_{21}+l_{AB}\sin\varphi_{10}$	$l_{DE}\cos\varphi_{10}\cos\varphi_{21}+s_{32}\sin\varphi_{10}+l_{BC}\cos\varphi_{10}\cos\varphi_{21}+l_{AB}\sin\varphi_{10}$
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
T_{10}				$T_{10}T_{21}$				$T_{10}T_{21}T_{32}$				$R_{E_0}=T_{10}T_{21}T_{32}R_{E_3}$

Рис. 7

Формулы координат точки E находятся в столбце R_{E_0} и, как видно по рис. 7, имеют следующие выражения:

$$x_{E_0}=l_{DE}\sin\varphi_{21}+l_{BC}\sin\varphi_{21};$$

$$y_{E_0}=-\,l_{DE}\sin\varphi_{10}\cos\varphi_{21}+s_{32}\cos\varphi_{10}-l_{BC}\sin\varphi_{10}\cos\varphi_{21}+l_{AB}\cos\varphi_{10};$$

$$z_{E_0}=l_{DE}\cos\varphi_{10}\cos\varphi_{21}+s_{32}\sin\varphi_{10}+l_{BC}\cos\varphi_{10}\cos\varphi_{21}+l_{AB}\sin\varphi_{10}.$$

Подставляя в формулы размеры звеньев и задаваемые координаты, получают численные значения искомых координат.

ПОРЯДОК РАБОТЫ

1. Начертить схему манипулятора в исходном положении, аналогично показанному на рис. 3.
2. Связать с каждым звеном систему координат.
3. Изобразить системы координат попарно (подобно показанному на рис. 4) и составить матрицы T_{10}, T_{21}, T_{32} и R_{E_3}.
4. Перемножить матрицы, расположив их уступом, как на рис. 7.
5. Извлечь из столбца R_{E_3} формулы координат точки E и найти их численные значения. Задаваемые координаты взять из таблицы, приведённой ниже.
6. На модели манипулятора установить значения задаваемых координат.
7. Используя координатный трёхгранник (рис. 2), измерить координаты точки E и сравнить их с расчётными. При разнице более 10 мм искать ошибку в формулах и расчётах.

№ манипулятора	Задаваемые координаты	№ варианта									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	s_{10}, м	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1	0,12	0,14	0,16	0,18	0,15
	φ_{21}, град.	–20	–10	30	60	50	–30	60	20	40	60
	φ_{32}, град.	–40	–80	–100	–60	40	110	30	50	120	50
2	φ_{10}, град.	–10	–20	–30	–40	–50	–60	–70	–80	–15	–45
	φ_{21}, град.	60	50	–20	40	30	50	–10	–30	–20	20
	s_{32}, м	0,13	0,09	0,08	0,17	0,1	0,09	0,08	0,08	0,08	0,19
3	φ_{10}, град.	–10	–20	–30	–40	–50	–60	–70	–45	–30	–60
	s_{21}, м	0,13	0,11	0,17	0,07	0,15	0,18	0,12	0,09	0,14	0,1
	φ_{32}, град.	40	80	120	40	-20	20	45	80	100	50
4	φ_{10}, град.	15	30	45	–30	–60	–75	60	75	–15	–45
	s_{21}, м	0,06	0,03	0,07	0,20	0,04	0,03	0,03	0,04	0,11	0,08
	φ_{32}, град.	60	–40	–30	140	120	170	50	–20	45	150

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какова структура матрицы преобразования координат?
2. Каково назначение четвёртой строки матрицы преобразования?
3. Составьте одну из ваших матриц преобразования координат.
4. Сформулируйте правило умножения матриц.
5. Напишите матричную формулу преобразования координат.

6. Что получается в результате умножения матрицы T_{32} на R_{E_3}?

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Курышкин, Н. П. Основы робототехники: учеб. пособие / ФГБОУ ВПО "Кузбас. гос. техн. ун-т им. Т. Ф. Горбачева". – Кемерово, 2012. – 168 с.

Составитель
Курышкин Николай Петрович

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МАНИПУЛЯТОРА
(прямая задача)
Методические указания к лабораторной работе по дисциплине
«Основы робототехники»
для студентов направлений 220700.62, 151900.62, 150700.62

Печатается в авторской редакции

Подписано в печать 30.05.2013. Формат 60×84/16
Бумага офсетная. Отпечатано на ризографе. Уч.-изд. л. 0,8
Тираж 56 экз. Заказ
КузГТУ. 650000, Кемерово, ул. Весенняя, 28
Типография КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Д. Бедного, 4а