

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
«Кузбасский государственный технический университет  
имени Т. Ф. Горбачёва»

Кафедра прикладной механики

## АНАЛИЗ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Методические указания к практической работе по механике  
для студентов направлений 280700.62, 140100.62,  
специальности 130101.65 и по прикладной механике  
для студентов специальности 130400.65

Составитель В. Н. Ермак

Утверждены на заседании кафедры  
Протокол № 10 от 30.04.2013

Рекомендованы к печати  
учебно-методической комиссией  
специальности 130400.65  
Протокол № 14 от 28.06.2013

Электронная копия хранится  
в библиотеке КузГТУ

Кемерово 2013

## Цель и содержание работы

Цель работы – научиться определять передаточные отношения в зубчатых механизмах.

С этой целью студенту предлагаются два механизма. Первый представляет собой передачу с неподвижными осями вращения зубчатых звеньев, второй – планетарную передачу.

Для обоих механизмов требуется определить передаточное отношение от наиболее быстроходного звена к наиболее тихоходному. Быстроходное звено отличается наличием рукоятки. Тихоходное звено можно узнать по валу, выведенному за пределы корпуса механизма. Передаточное отношение первого механизма определяется двумя методами – аналитически и экспериментально, второго – теми же методами, а также графически.

## Краткие сведения из теории

Передачи с неподвижными осями вращения. В простейшем случае передача с неподвижными осями содержит только два зубчатых звена (рис. 1).

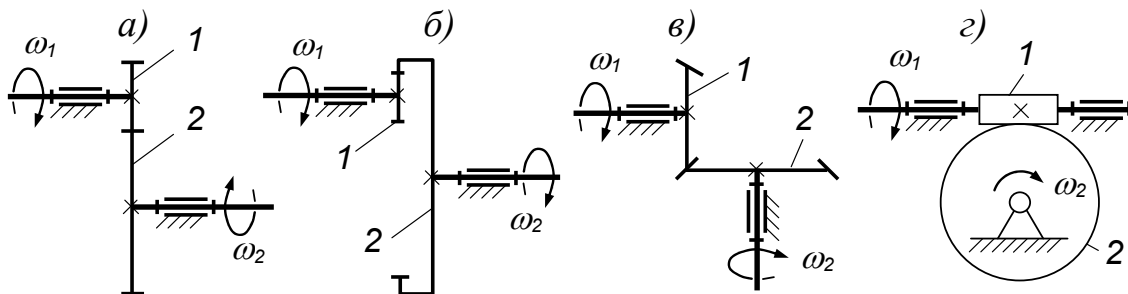


Рис. 1. Простейшие передачи с неподвижными осями:

*a* – цилиндрическая передача внешнего зацепления; *б* – цилиндрическая внутренняя зацепления; *в* – коническая; *г* – червячная.

Передаточное отношение  $u_{1,2}$  от звена 1 к звену 2 есть отношение скорости звена 1 к скорости звена 2:

$$u_{1,2} = \frac{\omega_1}{\omega_2}.$$

Через числа зубьев  $z_1$ ,  $z_2$  это отношение выражается формулой

$$u_{1,2} = \pm \frac{z_2}{z_1}. \quad (1)$$

В червячной передаче (рис. 1, *з*)  $z_1$  – это число заходов (витков) червяка  $1$ . Знак передаточного отношения имеет смысл только для цилиндрических передач. «Минус» ставится при вращении колёс в разные стороны (рис. 1, *а*), «плюс» – при вращении в одну сторону (рис. 1, *б*). Для ориентации в знаках полезно помнить, что у внешнего зацепления передаточное отношение отрицательно, у внутреннего – положительно.

При числе зубчатых звеньев более двух передаточное отношение от первого звена к последнему  $n$ -му определяется по формуле:

$$u_{1,n} = u_{1,2} u_{2,3} u_{3,4} \dots u_{n-1,n}. \quad (2)$$

Например, для рядовой передачи (рис. 2, *а*)

$$u_{1,3} = u_{1,2} u_{2,3} \left( -\frac{z_2}{z_1} \right) \left( \frac{z_3}{z_2} \right) = -\frac{z_3}{z_1}.$$

Для ступенчатой передачи (рис. 2, *б*)

$$u_{1,3} = u_{1,2} u_{2,3} \left( -\frac{z_{2a}}{z_1} \right) \left( -\frac{z_3}{z_{2b}} \right) = \frac{z_{2a} z_3}{z_1 z_{2b}}.$$

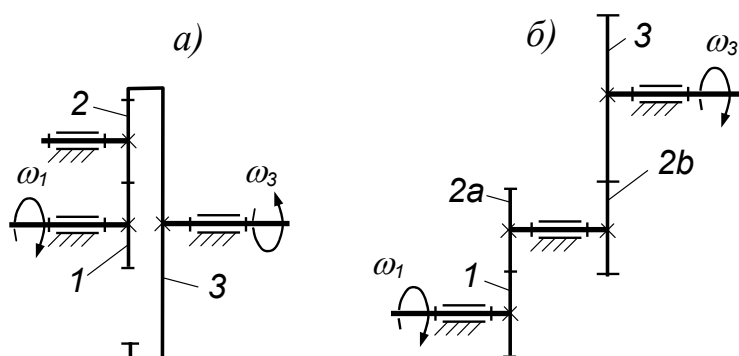


Рис. 2. Цилиндрические передачи с неподвижными осями:  
*а* – рядовая; *б* – ступенчатая.

Как показывают результаты, передаточное отношение рядовой передачи зависит от чисел зубьев только крайних колёс –  $1$ ,  $3$ , поэтому можно не подсчитывать числа зубьев промежуточных колёс и сразу писать:  $u_{1,3} = -z_3/z_1$ . При этом знак передаточного отношения устанавливают, исходя из направления вращения крайних колёс. В примере эти колёса вращаются в разные стороны, значит должен быть «минус».

Передачи с подвижными осями (планетарные). Схемы простейших планетарных передач показаны на

рис. 3, а, б. Колесо с подвижной осью – колесо 2 – называется сателлитом. Звено  $H$ , несущее сателлит, называется водилом. Звенья 1, 3,  $H$  относятся к центральным.

На рис. 3, в, г, д показаны более сложные планетарные передачи. Сателлит в них состоит из двух зубчатых колёс  $2a$ ,  $2b$  и называется двухвенцовым.

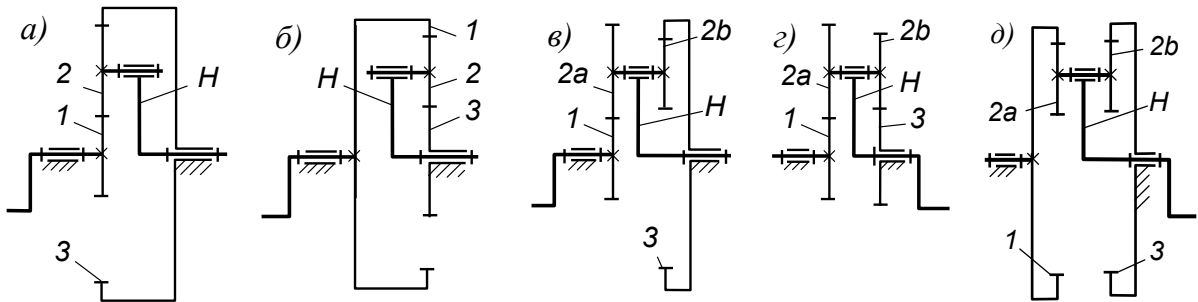


Рис. 3. Планетарные передачи

Для любой схемы планетарной передачи передаточное отношение от центрального колеса 1 к водилу  $H$  определяется по формуле:

$$u_{1,H} = 1 - u_{1,3}^{(H)}, \quad (3)$$

где  $u_{1,3}^{(H)}$  – передаточное отношение от колеса 1 к колесу 3 относительно водила или, иначе, после перестановки механизма на водило.

**Примечание.** Как бы ни нумеровались звенья, из единицы всегда вычитается передаточное отношение между звеньями, примыкающими к сателлиту. Это отношение исчисляется в направлении от того же колеса, что и в  $u_{1,H}$ .

В результате перестановки на водило планетарная передача превращается в обыкновенную зубчатую передачу с неподвижными осями колёс (рис. 4).

**Примечание.** Линия, соединяющая части звена 3, появилась на этом рисунке в связи с тем, что штрихи, указывающие на принадлежность этих частей одному звену, переместились на водило.

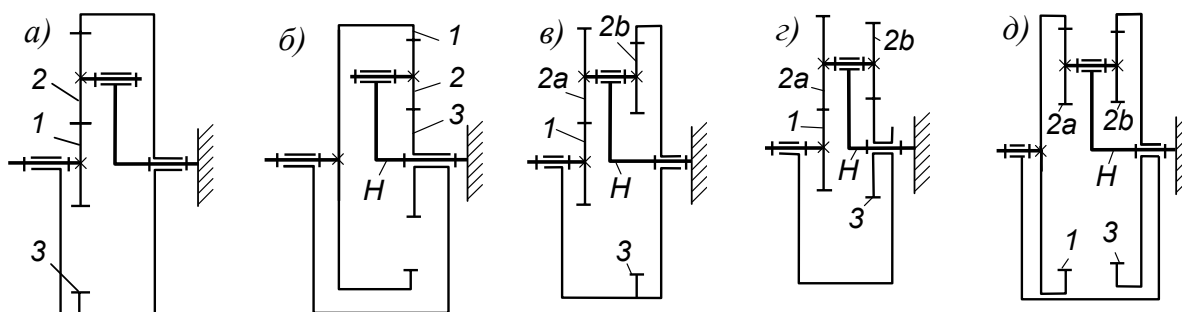


Рис. 4. Планетарные передачи по рис. 1  
после перестановки их на водило

При неподвижных осях передаточное отношение определяется по формуле (2). Найдя его и подставив в формулу (3), получают искомое  $u_{1,H}$ .

Пример. Требуется определить передаточное отношение  $u_{1,H}$  для механизма, показанного на рис. 5, а.

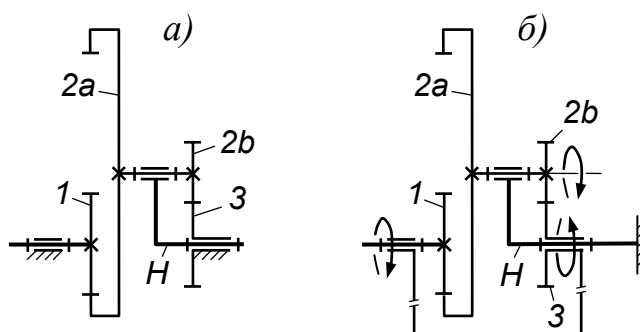


Рис. 5. Планетарная передача:

а – в исходном состоянии; б – после перестановки на водило

Согласно формуле (3),  $u_{1,H} = 1 - u_{1,3}^{(H)}$ . Для определения  $u_{1,3}^{(H)}$  переставим механизм на водило (рис. 5, б). В результате перестановки механизм превратился в передачу с неподвижными осями колёс. Для такой передачи

$u_{1,3}^{(H)} = u_{1,2}^{(H)} u_{2,3}^{(H)} = \left(\frac{z_{2a}}{z_1}\right) \left(-\frac{z_3}{z_{2b}}\right)$  Подставляя  $u_{1,3}^{(H)}$  в исходное уравнение, получим:

$$u_{1,H} = 1 + \frac{z_{2a} z_3}{z_1 z_{2b}}.$$

Для самоконтроля передаточное отношение планетарной передачи определяют также графически. Это можно сделать с помощью картины линейных скоростей. Чтобы её построить, схему передачи дополняют видом вдоль оси (рис. 6, справа).

Зубчатые колёса представляют своими центроидами или, иначе, начальными окружностями. В каждом зацеплении их радиусы определяют из своей системы уравнений. Применительно к обсуждаемому примеру уравнения имеют вид, показанный ниже в таблице.

Первое уравнение системы выражает условие взаимного касания начальных окружностей. Второе есть выражение прямой пропорциональности радиусов и чисел зубьев [2, с. 25...27].

Чтобы не загромождать уравнения и рисунок, опущен индекс  $w$ , полагающийся по стандарту в обозначениях радиусов начальных окружностей.

| Внешнее зацепление  | Внутреннее зацепление   |
|---|---|
| $\begin{cases} r_{2b} + r_b = a_w \\ \frac{r_{2b}}{r_b} = \frac{z_{2b}}{z_b} \end{cases}$ | $\begin{cases} r_{2a} - r_1 = a_w \\ \frac{r_{2a}}{r_1} = \frac{z_{2a}}{z_1} \end{cases}$ |

Если в формулы подставить масштабное значение межосевого расстояния  $a_w$ , что рекомендуется, то радиусы получатся тоже в виде масштабных значений.

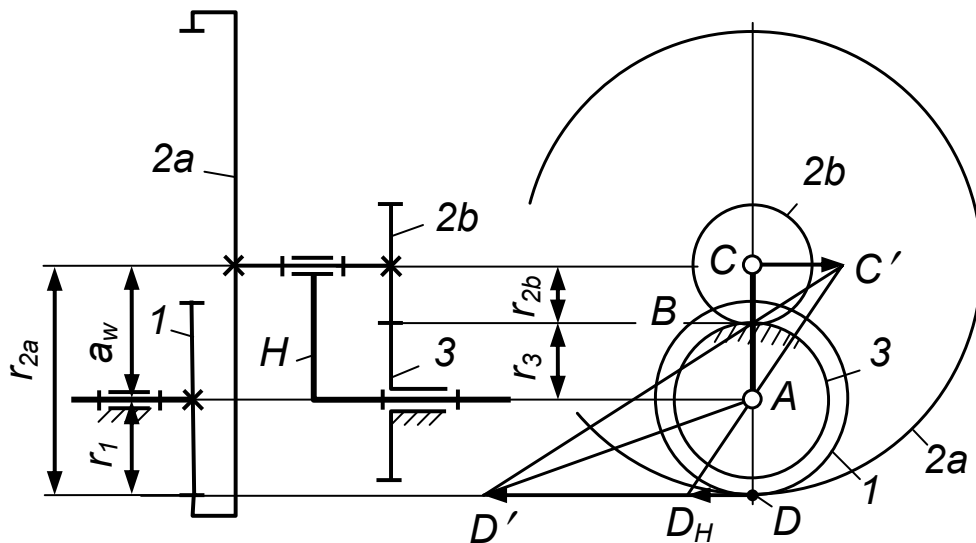


Рис. 6. Картина линейных скоростей

Для повышения точности отрезок  $a_w$  должен быть как можно больше, например в 1/2 листа по вертикали. При этом придётся мириться с тем, что некоторые окружности возможно не впишутся в лист. Важно лишь, чтобы вписались центры колёс –  $A$ ,  $C$  и полюса зацеплений –  $B$ ,  $D$ . Обозначив названные точки, находят мгновенный центр вращения сателлита –  $B$ . Он всегда лежит

в точке касания окружности неподвижного колеса с окружностью сателлита.

Задавшись скоростью одной из обозначенных точек, например  $D_1$ , определяют скорости других точек, лежащих на линии  $CD$ .

Пусть скорость точки  $D_1$  изображает вектор  $DD'$  тогда, соединяя точку  $D'$  с центром вращения  $A$  колеса  $I$ , получают линию  $AD'$  распределения скоростей этого колеса. Такую же скорость –  $DD'$  имеет точка  $D$  сателлита. Соединяя  $D'$  с мгновенным центром вращения сателлита, получают для него линию распределения скоростей  $BD'$ . Продолжая эту линию, находят скорость  $CC'$  в геометрическом центре сателлита. Скорость  $CC'$  имеет также точка  $C$  водила. Соединяя точку  $C'$  с центром  $A$  вращения водила, получают линию  $AC'$  распределения скоростей водила. На этом построение картины линейных скоростей закончено.

Чтобы определить передаточное отношение  $u_{1,н}$ , достаточно сравнить скорости колеса  $I$  и водила в точках, одинаково удалённых от осей вращения этих звеньев. Пусть это будут точки  $D_1$  и  $D_н$ . Скорость первой из этих точек уже построена. Продолжая линию распределения скоростей водила –  $AC'$ , получают вектор  $DD_н$ , изображающий скорость точки  $D_н$ . Искомое

$$u_{1,н} = \frac{DD'}{DD_н}.$$

Передаточное отношение определяют также экспериментально. Это отношение равно количеству оборотов быстроходного звена за один оборот тихоходного. Количество оборотов быстроходного звена определяют с учётом дробных частей оборота. Дробную часть определяют по транспортеру или визуально. Такая оценка позволяет избежать, по крайней мере, грубых ошибок.

## ТРЕБОВАНИЯ К ОТЧЕТУ

Отчет по работе выполняется на листах формата А4 и должен содержать:

1. Схему первого предложенного механизма – с неподвижными осями зубчатых колес.

2. Определение передаточного отношения этого механизма в направлении от самого быстроходного звена к самому тихоходному.

3. Проверку передаточного отношения экспериментально.

4. Схему второго предложенного механизма – планетарной передачи. Схему возьмите с рис. 3 или с наклейки на самой передаче, если таковая есть. На наклейке указаны числа зубьев всех колес. Проставьте эти числа на схеме. При отсутствии наклейки пересчитайте числа зубьев сами.

5. Схему планетарного механизма после перестановки его на водило. По формуле (2) определите передаточное отношение  $u_{1n}^{(H)}$ . По формуле (3) определите  $u_{1,n}$ . Если вам достался механизм с быстроходным водилом (рис. 3, з, д), то требуемое передаточное отношение  $u_{n,1}$  найдёте по формуле  $u_{n,1} = 1/u_{1,n}$ .

6. Проверку экспериментально и графически передаточного отношения, найденного в п. 5.

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Теория механизмов и машин (краткий курс) [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Н. Ермак; ФГБОУ ВПО "Кузбас. гос. техн. ун-т им. Т. Ф. Горбачева" - Кемерово, 2011 –164 с. <http://library.kuzstu.ru/meto.php?n=90546&type=utchposob:common>

2. Артоболевский, И. И. Теория машин и механизмов / И. И. Артоболевский, Москва: Альянс, 2008. – 640 с.

3. Ермак В.Н. Лекции по теории механизмов и машин: Учеб. пособие / Ермак В.Н. / Кузбас. гос. техн. ун-т. – Кемерово, 1999. – 218 с.



Составитель

Ермак Владимир Николаевич

## Анализ зубчатых передач

Методические указания к практической работе по механике  
для студентов направлений 280700.62, 140100.62,  
специальности 130101.65 и по прикладной механике  
для студентов специальности 130400.65

Печатается в авторской редакции

Подписано в печать 27.06.2013. Формат 60×84/16  
Бумага белая офсетная. Отпечатано на ризографе  
Уч.-изд. л. 0,5. Тираж 101 экз. Заказ \_\_\_\_\_

КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Весенняя, 28  
Типография КузГТУ. 650000, Кемерово ул. Д. Бедного, 4а