

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Кузбасский государственный технический университет
имени Т. Ф. Горбачева»

Кафедра общей электротехники

Т. М. Черникова

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

**Методические указания для самостоятельной работы
студентов всех форм обучения**

Рекомендованы учебно-методической комиссией
специализации 21.05.04.10 «Электрификация и автоматизация
горного производства» в качестве электронного издания
для самостоятельной работы

Кемерово 2017

Рецензенты

Дабаров В. В. – кандидат технических наук, доцент кафедры общей электротехники

Буялич Г. Д. – доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой горных машин и комплексов, председатель учебно-методической комиссии направления подготовки специализации 21.05.04.10 «Электрификация и автоматизация горного производства»

Черникова Татьяна Макаровна

Теория электрических цепей [Электронный ресурс]: методические указания для самостоятельной работы студентов направления подготовки 21.05.04 «Горное дело», образовательная программа «Электрификация и автоматизация горного производства», всех форм обучения / Т. М. Черникова; КузГТУ. – Кемерово, 2017.

В работе предлагается студентам самостоятельно рассмотреть и решить вопросы подготовки к практическим и лабораторным занятиям по электрическим цепям. Даны краткие теоретические положения, облегчающие подготовку к занятиям, а также список необходимой литературы.

© КузГТУ, 2017

© Черникова Т. М., 2017

ВВЕДЕНИЕ

Целью методических указаний является оказание методической помощи в самостоятельной работе студентов при изучении дисциплины «Теория электрических цепей»

Самостоятельная работа студентов (СРС) – важное звено в образовательном процессе. Она помогает систематически изучать дисциплину в течение семестра, закреплять и углублять полученные знания и навыки, дает возможность подготовки к предстоящим занятиям, формирует культуру умственного труда, самостоятельность в поиске и приобретении новых знаний и умений.

Самостоятельная работа подразумевает получение новых знаний по изучаемой дисциплине. Всякое новое знание базируется на ранее изученном материале, поэтому перед изучением тем, выносимых на самостоятельную работу необходимо изучать лекции, учебную литературу, готовиться к практическим и лабораторным занятиям, для чего даны ссылки на литературу.

Полученный опыт самостоятельной деятельности будет необходим на протяжении всей будущей профессиональной деятельности специалиста.

1. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ. КЛАССИЧЕСКИЙ И ОПЕРАТОРНЫЙ МЕТОДЫ РАСЧЕТА

Основные положения и соотношения

Процессы, протекающие в электрических цепях при переходе от одного состояния к другому, называются переходными.

Переходные процессы могут сопровождаться перенапряжением или сверхтоками на отдельных участках цепи. Кроме того, целый ряд устройств автоматики и радиотехники работают длительное время в переходном режиме. Поэтому изучение этих процессов весьма важно для инженерной практики.

Переходный процесс возникает в результате коммутации. Коммутацией называют включения, отключения и переключения ветвей электрической схемы, приводящие к изменению схемы или ее параметров. Считается, что коммутация происходит мгновенно.

При наличии в цепи накопителей энергии: катушек индуктивности и конденсаторов переходный процесс имеет длительность во времени. Объясняется это тем, что каждому состоянию электрической цепи соответствует определенный запас энергии на индуктивностях и емкостях. Переход к новому режиму связан с нарастанием или убыванием энергии накопителей. При конечной мощности энергия может изменяться только непрерывно.

Здесь рассматриваются переходные процессы в линейных электрических цепях. Поэтому исключаются из рассмотрения случаи, когда при коммутации возникает электрическая дуга (нелинейный элемент).

Если нет специального указания, будем считать, что коммутация проходит в момент времени $t = (0-)$.

Из непрерывности энергии накопителей вытекают законы коммутации.

1. Ток и потокосцепление индуктивности непосредственно перед коммутацией и сразу же после коммутации одинаковы

$$i_L(+0) = i_L(-0), \quad \psi(+0) = \psi(-0).$$

2. Напряжение на емкости и ее заряд также не меняют своего значения в момент коммутации

$$u_C(+0) = u_C(-0), \quad q(+0) = q(-0).$$

Токи и напряжения в переходном процессе называют переходными величинами (функциями). Переходная величина определяется полным решением дифференциального уравнения относительно этой функции. Решение дифференциального уравнения может осуществляться различными методами.

Алгоритм расчета переходных процессов классическим методом

Расчет переходных процессов классическим методом рекомендуется по следующей алгоритмической схеме:

1. Составить систему уравнений энергетического состояния цепи по любому известному методу, описывающую процесс в цепи после коммутации.

2. Найти принужденную составляющую искомой величины, используя для расчета любой известный метод.

3. Записать с точностью до постоянных выражение для свободной составляющей искомой величины. Для этого:

- a) сформировать характеристическое уравнение;
- b) определить его корни;
- c) записать решение.

4. Записать с точностью до постоянных полное решение для искомой величины как сумму принужденной и свободной составляющих.

5. Определить постоянные интегрирования. Для этого:

a) записать выражения для искомой величины и ее $(n - 1)$ производной (где n – порядок характеристического уравнения) при $t = 0$;

b) расчетом установившегося режима в цепи до коммутации и на основе законов коммутации определить независимые начальные условия $i_L(0) = i_L(0+)$; $u_C(0) = u_C(0+)$;

c) с помощью независимых начальных условий и системы уравнений п. 1, записанной для $t = 0$, определить зависимые

начальные условия (значения искомой величины и ее $(n - 1)$ производной при $t = 0$);

d) определить постоянные интегрирования, содержащиеся в общем решении для свободной составляющей полного решения.

6. Записать окончательное решение для искомой переходной функции.

Алгоритм расчета переходных процессов операторным методом

1. Рассчитать цепь до коммутации и рассчитать независимые начальные условия: $i_L(0) = i_L(0 -)$ и $u_C(0) = u_C(0 -)$.

2. Составить операторную схему. Изображения заданных э.д.с. (токов) найти по таблице соответствия между оригиналами и изображениями. Ненулевые независимые начальные условия учесть введением внутренних ЭДС. В ветвях, содержащих индуктивные элементы, внутренние ЭДС. равны $Li_L(0)$ и по направлению совпадают с положительным направлением тока. В ветвях с емкостными элементами внутренние ЭДС. равны $\frac{u_C}{p}$ и противоположны положительным направлениям $u_C(0)$.

3. Определить по операторной схеме изображение искомой величины любым методом (метод контурных токов, метод узловых напряжений, метод эквивалентного источника и т.д.)

4. Найти оригинал искомой величины, пользуясь теоремой разложения или таблицами соответствия оригиналов и изображений.

Вопросы для самоконтроля

1. Какой процесс называют переходным?
2. Сформулируйте законы коммутации?
3. В чем заключается классический метод расчета переходных процессов?
4. Какие начальные условия называют независимыми?
5. Какие начальные условия называют зависимыми?
6. Как связаны изображения и оригиналы в формуле разложения?

Литература: [1], § 8.1–8.21; [2], § 14.1–14.8; [8], § 3.1–3.6.

2. АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЦЕПЯХ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА. АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ С ПОМОЩЬЮ ИНТЕГРАЛА ДЮАМЕЛЯ

Основные положения и соотношения

1. Расчет переходных процессов в цепях переменного тока также проводят с использованием классического и операторного методов.

2. Для расчета переходного процесса при воздействии на электрическую цепь источников напряжения или тока произвольной формы можно применить формулы Дюамеля.

3. Переходная проводимость.

Используя метод наложения, можно показать, что ток в любой ветви схемы может быть представлен в виде

$$i_k = g_{km} U_m,$$

где g_{km} — собственная ($k = m$) или взаимная ($k \neq m$) проводимость.

Это соотношение, трансформированное в уравнение

$$i_k(t) = g_{km}(t) U_m, \quad (2.1)$$

будет иметь силу и в переходном режиме, т. е. когда замыкание ключа в m -й ветви подключает к цепи находящийся в этой ветви источник постоянного напряжения U_m . При этом $g_{km}(t)$ является функцией времени и называется переходной проводимостью.

В соответствии (2.1) переходная проводимость численно равна току в ветви при подключении цепи к постоянному напряжению $U_m = 1\text{В}$.

4. Переходная функция по напряжению.

Переходная функция по напряжению наиболее часто используется при анализе четырёхполюсников.

Если линейную электрическую цепь с нулевыми начальными условиями подключить к источнику постоянного напряжения

U , то между произвольными точками m и n цепи возникнет напряжение

$$u_{km}(t) = h(t)U,$$

где $h(t)$ – переходная функция по напряжению, численно равная напряжению между точками m и n схемы при подаче на ее вход постоянного напряжения $U = 1\text{В}$.

Переходную проводимость $g(t)$ и переходную функцию по напряжению $h(t)$ можно найти расчетным или экспериментальным (осциллографирование) путями.

В качестве примера определим эти функции для цепи на рис. 2.1.

В этой схеме

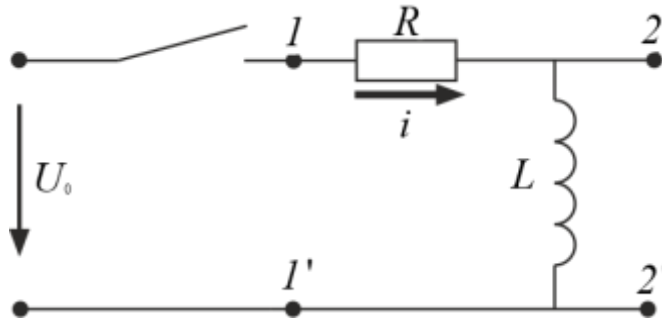


Рисунок 2.1

$$i(t) = \frac{U_0}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}}),$$

где $\tau_L = \frac{L}{R}$,

Тогда переходная проводимость

$$g(t) = \frac{i(t)}{U_0} = \frac{1}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}}).$$

Переходная функция по напряжению

$$h(t) = \frac{U_{22'}(t)}{U_0} = \frac{L \frac{di}{dt}}{U_0} = \frac{U_0 e^{-\frac{t}{\tau_L}}}{U_0} = e^{-\frac{t}{\tau_L}}.$$

5. Расчет переходных процессов с использованием интеграла Дюамеля.

Зная реакцию цепи на единичное возмущающее воздействие, т. е. функцию переходной проводимости $g(t)$ или (и) переходную функцию по напряжению $h(t)$, можно найти реакцию цепи на воздействие произвольной формы. В основе метода – метода расчета с помощью интеграла Дюамеля – лежит принцип наложения.

При использовании интеграла Дюамеля для разделения переменной, по которой производится интегрирование, и переменной, определяющей момент времени, в который определяется ток в цепи, первую принято обозначать как τ , а вторую – как t .

$$i(t) = U(0)g(t) - \int_0^t u'(\tau)g(t - \tau)d\tau. \quad (2.2)$$

Соотношение (2.2) называется интегралом Дюамеля.

Следует отметить, что с использованием интеграла Дюамеля можно определять также напряжение. При этом в (2.2) вместо переходной проводимости $g(t)$ будет входить переходная функция по напряжению.

6. Алгоритм расчета с использованием интеграла Дюамеля.

1. Определение функции $g(t)$ (или $h(t)$) для исследуемой цепи.
2. Запись выражения $g(t - \tau)$ (или $h(t - \tau)$) путем формальной замены t на $(t - \tau)$.
3. Определение производной $u'(\tau)$.
4. Подстановка найденных функций в (1) и интегрирование определенного интеграла.

В качестве примера использования интеграла Дюамеля определим ток в цепи рис. 2.2.

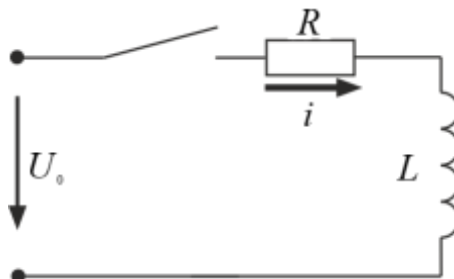


Рисунок 2.2

Исходные данные для расчета: $u(t) = 1000e^{-5t} \text{ В}$,
 $R = 10 \text{ Ом}$, $L = 1 \text{ Гн}$.

1. Переходная проводимость

$$g(t) = \frac{1}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) = 0,1(1 - e^{-10t}).$$

2. $g(t - \tau) = 0,1(1 - e^{-10t}e^{10\tau}).$

3. $u'(t) = -5000e^{-5t}.$

$$\begin{aligned} i(t) &= u(0)g(t) + \int_0^t u'(\tau)g(t - \tau)d\tau = \\ &= 100(1 - e^{-10t}) - 500 \int_0^t e^{5\tau} d\tau + 500e^{-10t} \int_0^t e^{5\tau} d\tau = \\ &= 100(1 - e^{-10t}) + 100 \Big|_0^t e^{-5\tau} + 100e^{-10t} \Big|_0^t e^{5\tau} = \\ &= 200(e^{-5t} - e^{-10t}) \text{ А}. \end{aligned}$$

Вопросы для самоконтроля

1. В каких случаях расчет переходного процесса проводят с использованием интеграла Дюамеля?

2. Чему равна переходная проводимость?

3. Чему равна переходная функция по напряжению?

4. Запишите формулу интеграла Дюамеля.

Литература: [1], § 8.1–8.21, 10.51–10.55; [2], § 14.1–14.8; [8], § 3.1–3.6.

3. ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКИ

Основные положения и соотношения

1. Между напряжениями и токами на входе линейного пассивного четырехполюсника (рис. 3.1) существуют определенные зависимости, которые могут быть записаны в различных формах.

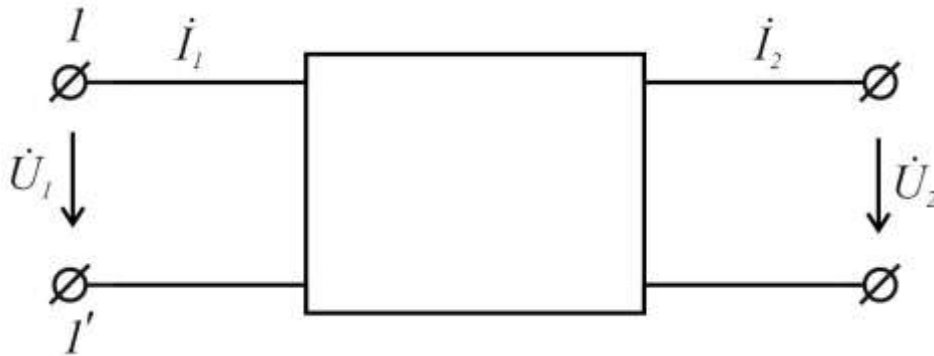


Рисунок 3.1

Уравнения четырехполюсника в наиболее употребительных формах:

в форме A

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}\dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 &= A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}_2,\end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2, \\ \dot{I}_1 &= C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2,\end{aligned}$$

в форме Z

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= Z_{11}\dot{U}_2 + Z_{12}\dot{I}_2, \\ \dot{I}_1 &= Z_{21}\dot{U}_2 + Z_{22}\dot{I}_2,\end{aligned}$$

в форме Y

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= Y_{11}\dot{U}_2 + Y_{12}\dot{I}_2, \\ \dot{I}_1 &= Y_{21}\dot{U}_2 + Y_{22}\dot{I}_2,\end{aligned}$$

в форме H

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= H_{11}\dot{U}_2 + H_{12}\dot{I}_2, \\ \dot{I}_1 &= H_{21}\dot{U}_2 + H_{22}\dot{I}_2,\end{aligned}$$

Коэффициенты A , Z , Y и H (называемые так же постоянными четырехполюсников или параметрами четырехполюсников) в общем случае являются комплексными величинами.

Связь между коэффициентами различных форм уравнений четырехполюсников приведена в табл. 3.1

Здесь для краткости записи величинами $|Z|$, $|Y|$, $|H|$ обозначены определители, составленные из коэффициентов соответствующих матриц, то есть, например $|Z| = \underline{Z}_{11}\underline{Z}_{22} + \underline{Z}_{12}\underline{Z}_{21}$.

2. Способ определения коэффициентов четырехполюсника зависит от того, что известно о четырехполюснике.

а) При известной внутренней схеме и параметрах ее элементов можно составить уравнения по законам Кирхгофа. После необходимых преобразований их составляют с соответствующими уравнениями четырехполюсника и определяют коэффициенты последних.

Если уравнения составить по методу контурных токов, то вычислив определитель систем уравнений Δ и соответствующие алгебраические дополнения Δ_{11} , Δ_{12} , Δ_{21} и Δ_{22} можно найти необходимые коэффициенты. Так коэффициенты четырехполюсника A , B , C , D определяются по формулам

$$A = \frac{\Delta_{22}}{\Delta_{12}}; \quad B = \frac{\Delta}{\Delta_{12}}; \quad C = \frac{\Delta_{11}\Delta_{22} - \Delta_{12}\Delta_{21}}{\Delta \Delta_{12}}; \quad D = \frac{\Delta_{11}}{\Delta_{12}}.$$

Между коэффициентами четырехполюсника существует связь $AD - BC = 1$, поэтому только три коэффициента являются независимыми.

Если по схеме четырехполюсника и ее параметрам определить сопротивление холостого хода и короткого замыкания четырехполюсника со стороны первичных зажимов $(\underline{Z}_{10}, \underline{Z}_{1k})$ и со стороны вторичных зажимов $(\underline{Z}_{20}, \underline{Z}_{2k})$, то по этим величинам можно также найти коэффициенты четырехполюсника. Для формы A :

$$A = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{10}}{\underline{Z}_{20} - \underline{Z}_{2k}}} = \frac{\underline{Z}_{10}}{\sqrt{\underline{Z}_{20}(\underline{Z}_{10} - \underline{Z}_{1k})}}; \quad C = \frac{1}{\underline{Z}_{10}} \cdot A;$$

$$B = \underline{Z}_{2k} \cdot A = \underline{Z}_{1k} \sqrt{\frac{\underline{Z}_{20}}{\underline{Z}_{10} - \underline{Z}_{1k}}}; \quad D = \frac{\underline{Z}_{20}}{\underline{Z}_{10}} \cdot A.$$

Таблица 3.1

		<i>Матрицы четырехполюсников, выраженные через различные параметры</i>							
		A		Z		Y		H	
A	<i>A</i>	<i>B</i>	$\frac{\underline{Z}_{11}}{\underline{Z}_{21}}$	$-\frac{ Z }{\underline{Z}_{21}}$	$-\frac{\underline{Y}_{22}}{\underline{Y}_{21}}$	$\frac{1}{\underline{Z}_{21}}$	$-\frac{ H }{\underline{H}_{21}}$	$\frac{\underline{H}_{11}}{\underline{H}_{21}}$	
	<i>C</i>	<i>D</i>	$\frac{1}{\underline{Z}_{21}}$	$-\frac{\underline{Z}_{22}}{\underline{Z}_{21}}$	$-\frac{ Y }{\underline{Y}_{21}}$	$\frac{\underline{Y}_{11}}{\underline{Z}_{21}}$	$-\frac{\underline{H}_{22}}{\underline{H}_{21}}$	$\frac{1}{\underline{H}_{21}}$	
Z	$\frac{\underline{A}}{\underline{C}}$	$-\frac{1}{\underline{C}}$	\underline{Z}_{11}	\underline{Z}_{12}	$\frac{\underline{Y}_{22}}{ Y }$	$-\frac{\underline{Y}_{12}}{ Y }$	$\frac{ H }{\underline{H}_{22}}$	$\frac{\underline{H}_{12}}{\underline{H}_{22}}$	
	$\frac{1}{\underline{C}}$	$-\frac{\underline{D}}{\underline{C}}$	\underline{Z}_{21}	\underline{Z}_{22}	$-\frac{\underline{Y}_{21}}{ Y }$	$\frac{\underline{Y}_{11}}{ Y }$	$-\frac{\underline{H}_{21}}{\underline{H}_{22}}$	$\frac{1}{\underline{H}_{22}}$	
Y	$\frac{\underline{D}}{\underline{B}}$	$-\frac{1}{\underline{B}}$	$\frac{\underline{Z}_{22}}{ Z }$	$-\frac{\underline{Z}_{12}}{ Z }$	\underline{Y}_{11}	\underline{Y}_{12}	$\frac{1}{\underline{H}_{11}}$	$-\frac{\underline{H}_{12}}{\underline{H}_{11}}$	
	$\frac{1}{\underline{B}}$	$-\frac{\underline{A}}{\underline{B}}$	$-\frac{\underline{Z}_{21}}{ Z }$	$\frac{\underline{Z}_{11}}{ Z }$	\underline{Y}_{21}	\underline{Y}_{22}	$\frac{\underline{H}_{21}}{\underline{H}_{11}}$	$\frac{ H }{\underline{H}_{11}}$	
H	$\frac{\underline{B}}{\underline{D}}$	$\frac{1}{\underline{D}}$	$\frac{ Z }{\underline{Z}_{22}}$	$\frac{\underline{Z}_{12}}{\underline{Z}_{22}}$	$\frac{1}{\underline{Y}_{11}}$	$-\frac{\underline{Y}_{12}}{\underline{Y}_{11}}$	\underline{H}_{11}	\underline{H}_{12}	
	$\frac{1}{\underline{D}}$	$-\frac{\underline{C}}{\underline{D}}$	$-\frac{\underline{Z}_{21}}{\underline{Z}_{22}}$	$\frac{1}{\underline{Z}_{22}}$	$-\frac{\underline{Y}_{21}}{\underline{Y}_{11}}$	$\frac{ Y }{\underline{Y}_{11}}$	\underline{H}_{21}	\underline{H}_{22}	

б) Если внутренняя схема данного четырехполюсника неизвестна, коэффициенты четырехполюсника могут быть определены по данным опытов холостого хода и короткого замыкания. Если в результате опытов будут найдены сопротивления холостого хода и короткого замыкания, коэффициенты четырехполюсника определяются по приведенным выше формулам. Если в результате опытов будут найдены комплексные напряжения и токи на входе и выходе четырехполюсника, то коэффициенты

$$A = \frac{\dot{U}_{10}}{\dot{U}_{20}}; \quad B = \frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{I}_{2k}}; \quad C = \frac{\dot{I}_{10}}{\dot{U}_{20}}; \quad D = \frac{\dot{I}_{1k}}{\dot{I}_{2k}}.$$

3. Пассивный четырехполюсник характеризуется только тремя независимыми параметрами, поэтому простейшая схема замещения четырехполюсника содержит три элемента.

На рис. 3.2 приведена Т-образная схема замещения четырехполюсника, параметры которой определяются по коэффициентам A , B , C , D четырехполюсника:

$$\underline{Z}_1 = \frac{A - 1}{C}; \quad \underline{Z}_2 = \frac{D - 1}{C}; \quad \underline{Z}_0 = \frac{1}{C}.$$

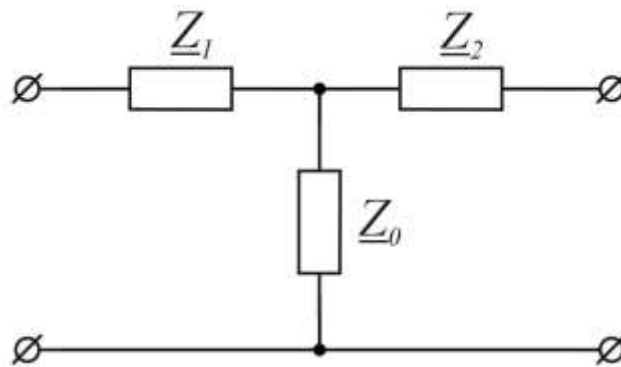


Рисунок 3.2

Параметры П-образной схемы замещения (рис. 3.3) определяются

$$\underline{Z}_1 = \frac{B}{D - 1}; \quad \underline{Z}_2 = \frac{B}{A - 1}; \quad \underline{Z}_0 = B.$$

Если четырехполюсник состоит из трех элементов \underline{Z}_1 , \underline{Z}_2 и \underline{Z}_0 , образующих Т-образную схему (рис. 3.2), то коэффициенты формы А будут равны

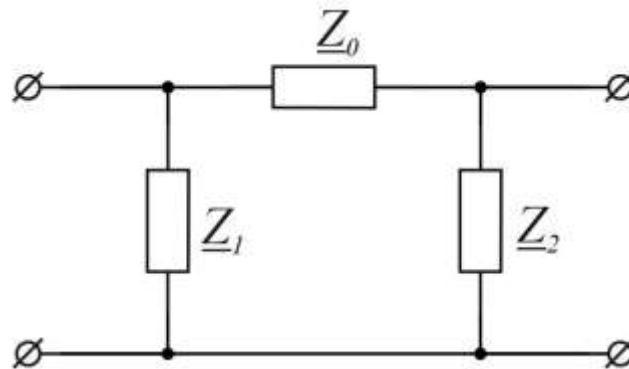


Рисунок 3.3

$$A = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_0}; \quad C = \frac{1}{\underline{Z}_0};$$

$$B = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_0}; \quad D = 1 + \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_0}.$$

При П-образной схеме (рис. 3.3)

$$A = 1 + \frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_2}; \quad C = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2};$$

$$B = \underline{Z}_0; \quad D = 1 + \frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_1}.$$

4. Входное сопротивление четырехполюсника зависит от нагрузки, включенной к его выходным зажимам. Оно может быть определено так

$$Z_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{A Z_{\text{н}} + B}{A C_{\text{н}} + D} = \underline{Z}_{10} \frac{\underline{Z}_{2\text{k}} + \underline{Z}_{\text{н}}}{\underline{Z}_{20} + \underline{Z}_{\text{н}}}.$$

5. Четырехполюсник называется симметричным, если при перемене местами его входных и выходных зажимов не изменяются токи и напряжения в цепи, с которого он соединен. Этому соответствует равенство коэффициентов четырехполюсника.

$$A = D = \sqrt{\frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_0 - \underline{Z}_k}}$$

Связь между коэффициентами симметричного четырехполюсника

$$A^2 - BC = 1.$$

Симметричный четырехполюсник характеризуется только двумя независимыми параметрами, поэтому в схемах замещения такого четырехполюсника $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2$.

Входное сопротивление симметричного четырехполюсника

$$\underline{Z}_{ex} = \frac{A\underline{Z}_H + B}{AC_H + A} = \underline{Z}_0 \frac{\underline{Z}_k + \underline{Z}_H}{\underline{Z}_0 + \underline{Z}_H}.$$

6. В теории симметричных четырехполюсников кроме коэффициентов A , B , C широко применяются так называемые характеристические параметры – характеристическое сопротивление \underline{Z}_C и коэффициент распространения (постоянная передачи) γ .

Характеристическое сопротивление \underline{Z}_C обладает следующим свойством: входное сопротивление симметричного четырехполюсника, нагруженного сопротивлением \underline{Z}_C , равно сопротивлению \underline{Z}_C .

Характеристическое сопротивление может быть определен по коэффициентам четырехполюсника или по сопротивлениям холостого хода и короткого замыкания:

$$\underline{Z}_{ex} = \sqrt{\frac{B}{C}} = \sqrt{\underline{Z}_0 \cdot \underline{Z}_k}.$$

Коэффициентом передачи называется комплексное число вещественная часть α называется коэффициентом затухания, а мнимая β коэффициентом фазы

$$\gamma = \alpha + j\beta,$$

Коэффициент затухания α показывает, как изменяется величина напряжения и тока при прохождении через четырехполюсник

$$\alpha = \ln \frac{U_1}{U_2} = \ln \frac{I_1}{I_2}.$$

Коэффициент затухания измеряется в неперах.

Коэффициент фазы β показывает, как изменяется фаза напряжения или тока при прохождении через четырехполюсник

$$\beta = \psi_{U_1} - \psi_{U_2} = \psi_{I_1} - \psi_{I_2}.$$

Коэффициент фазы измеряется в радианах.

Коэффициент распространения может быть определен по коэффициентам четырехполюсника

$$\gamma = \alpha + j\beta = \ln(A + \sqrt{BC}).$$

Или по сопротивлениям холостого хода и короткого замыкания

$$e^{2\gamma} = e^{2(\alpha + j\beta)} = \frac{1 + th\gamma}{1 - th\gamma},$$

$$th\gamma = \sqrt{\frac{Z_k}{Z_0}}.$$

где

7. Режим симметричного четырехполюсника, при котором сопротивление нагрузки $\underline{Z}_H = \underline{Z}_C$, называется согласованным.

При согласованном режиме работы уравнения симметричного четырехполюсника могут быть записаны так

$$\dot{U}_1 = e^\gamma \cdot \dot{U}_2, \quad \dot{I}_1 = e^\gamma \cdot \dot{I}_2.$$

8. Коэффициенты A , B , C симметричного четырехполюсника могут быть выражены через характеристические параметры

$$A = D = ch\gamma,$$

$$B = \underline{Z}_C sh\gamma,$$

$$C = \frac{1}{\underline{Z}_C} sh\gamma.$$

Поэтому при любом режиме работы симметричного четырехполюсника вместо уравнения в форме A можно применять уравнения в гиперболических функциях

$$\dot{U}_1 = ch\gamma \cdot \dot{U}_2 + \underline{Z}_C sh\gamma \dot{I}_2;$$

$$\dot{I}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_C} sh\gamma \cdot \dot{U}_2 + ch\gamma \dot{I}_2.$$

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется четырехполюсником?
2. Записать уравнения четырехполюсника в различных формах.
3. Как определить коэффициенты четырехполюсника по его схеме?
4. Как определить коэффициенты по опытам холостого хода и короткого замыкания четырехполюсника?
5. Какая существует связь между коэффициентами четырехполюсника A , B , C , D ?
6. Начертить схемы замещения четырехполюсника?
7. В каких пределах изменится входное сопротивление че-

тырехполюсника при изменении режима на вторичных зажимах от холостого хода до короткого замыкания?

8. Объяснить различие между симметричным и несимметричным четырехполюсником.

9. Можно ли по схеме четырехполюсника определить, что он симметричен?

10. Почему симметричный четырехполюсник можно характеризовать только двумя независимыми параметрами?

11. Какой режим работы симметричного четырехполюсника называется согласованным?

12. Как определить коэффициенты уравнений симметричного четырехполюсника в форме А по известным характеристическому сопротивлению и коэффициенту распространения и наоборот?

13. Записать уравнения симметричного четырехполюсника с характеристическими параметрами при работе на нагрузку и в частном случае работы на согласованную нагрузку.

14. Привести примеры симметричных четырехполюсников, используемых в технике.

Литература: [1], § 4.1–6.8; [2], § 9.1–9.14; [6], § 8.1–8.8.

4. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ ПРИ ПОСТОЯННЫХ ТОКАХ

Основные положения и соотношения

1. Для расчета нелинейных цепей постоянного тока применяются графические, аналитические, графоаналитические и численные методы. При расчете целесообразно предварительно провести преобразование схемы таким образом, чтобы упростить уравнение цепи. В частности, для цепи с одним нелинейным элементом можно преобразовать линейную часть схемы, применяя теорему об активном двухполюснике.

Для графического расчета цепи нужно характеристики всех ветвей записать в функцию одного и того же аргумента. В этом случае система уравнений цепи приводится к одному уравнению с одним неизвестным. Решение часто целесообразно проводить методом пересечений, при котором нелинейное уравнение разби-

ваются на две части

$$f_1(x) = f_2(x),$$

после чего строятся характеристики $f_1(x)$ и $f_2(x)$ и решение определяется точкой их пересечения.

При аналитическом методе расчета можно рекомендовать аппроксимацию характеристик нелинейных элементов полиномом второй и третьей степени. В этом случае расчет сводится к решению квадратного или кубического уравнения.

Характеристики нелинейных элементов (резисторов), рассматриваемых в задачах приведены на рис. 4.1–4.2.

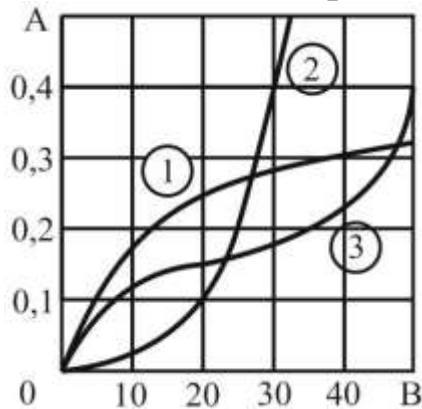


Рисунок 4.1

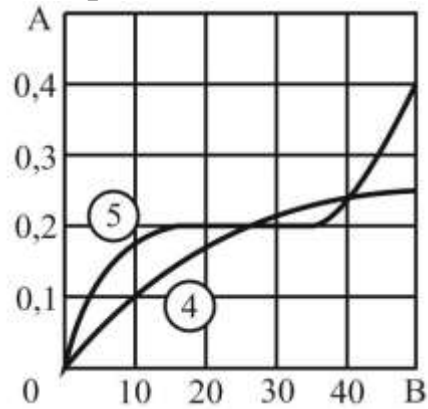


Рисунок 4.2

2. Для участка магнитной цепи магнитная индукция

$$B = \Phi/S,$$

где Φ — магнитный поток; S — поперечное сечение участка; магнитное напряжение

$$U_m = Hl = \Phi R_m,$$

где H — напряженность магнитного поля; l — средняя длина участка; магнитное сопротивление участка

$$R_m = l/\mu_r\mu_0S,$$

где μ_r — относительная магнитная проницаемость материала участка; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ — магнитная постоянная, Гн/м.

Магнитная индукция и напряженность магнитного поля участка связаны соотношением

$$B = \mu_r \mu_0 H.$$

При расчете магнитных цепей при постоянных потоках зависимость между B и H для ферромагнитных участков задается кривой намагничивания (табл. 4.1). Для воздуха и для воздушных зазоров $\mu_r = 1$, следовательно,

$$H = B / \mu_0 = 0,8 \cdot 10^6 \text{ В},$$

где H в амперах на метр, а B в теслах.

Если H измеряется в квадратных единицах, А/см, то

$$H = 0,8 \cdot 10^3 \text{ В}$$

Магнитодвижущая сила (МДС)

$$F = Iw,$$

где I – ток в обмотке; w – число витков обмотки.

Между величинами, характеризующими магнитные и электрические цепи, существует формальная аналогия:

Электрические цепи	Магнитные цепи
Ток I , А	Поток Φ , Вб
ЭДС E , В	МДС F , А
Сопротивление R , Ом	Магнитное сопротивление R_m , 1/Гн
Проводимость g , См	Магнитная проводимость g_m , Гн
Напряжение U , В	Магнитное напряжение U_m , А

Таблица 4.1

Кривые намагничивания сталей 1211, 1411,1512,1561

Марка стали, индукция	<i>H, А/см</i>																		
	0,	0,2	0,4	1	1,4	1,8	2,4	4	6	8	10	12	14	18	22	24	40	80	120
1211, <i>B</i> , Тл	0	0,03	0,11	0,53	0,73	0,90	1,10	1,23	1,32	1,38	1,42	1,45	1,48	1,54	1,57	1,59	1,64	1,75	1,83
1411, <i>B</i> , Тл	0	0,04	0,18	0,67	0,81	0,92	1,05	1,14	1,23	1,30	1,38	1,42	1,46	1,50	1,53	1,55	1,59	1,69	1,78
1512, <i>B</i> , Тл	0	0,11	0,35	0,73	0,87	0,96	1,06	1,16	1,25	1,32	1,37	1,40	1,44	1,48	1,50	1,51	1,57	1,68	1,78
1561, <i>B</i> , Тл	0	0,20	0,44	0,75	0,88	0,98	1,11	1,20	1,27	1,32	1,37	1,40	1,42	1,44	1,46	1,47	1,54	1,65	1,74

Эта формальная аналогия распространяется и на методы расчета магнитных цепей.

Первый закон Кирхгофа для магнитной цепи

$$\sum \Phi = 0$$

и второй

$$\sum F = \sum U_m = \sum Hl = \sum \Phi R_m.$$

В большинстве случаев магнитные цепи – нелинейные, и их расчет аналогичен расчету нелинейных электрических цепей.

Аналогом вольт – амперной характеристики $U(I)$ является вебер – амперная характеристика $\Phi(U_m)$, которая рассчитывается по заданным кривым намагничивания $B(H)$ и геометрическим размерам участков магнитной цепи.

Вебер – амперная характеристика (часто называют магнитной характеристикой) рассчитывается в следующем порядке: задают индукцию B , вычисляют поток $\Phi = BS$, по кривой $B(H)$ определяют H и находят $U_m = Hl$.

В слабых полях $\mu_r \approx const$, следовательно, и $R_m \approx const$, поэтому магнитная цепь рассчитывается как линейная.

Для наглядности можно составить эквивалентную электрическую схему, при помощи которой выполняется расчет.

Вопросы для самоконтроля

1. Какая цепь называется нелинейной?
 2. В чем заключается графический метод расчета нелинейных цепей постоянного тока?
 3. Как определяются магнитная индукция, магнитное напряжение, магнитное сопротивление?
 4. Каким соотношением связаны магнитная индукция и напряженность магнитного поля?
 5. Сформулируйте законы Кирхгофа для магнитных цепей.
- Литература: [1, §13.1 – 13.13; 3, §1.1–1.7; 6, §23.1; 5, § 2.1–2.6].

5. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Основные положения и соотношения

1. Установившиеся процессы в нелинейных цепях переменного тока рассчитываются графическими, аналитическими и графо-аналитическими методами.

Графические и графо – аналитические методы целесообразно применять для решения задач, в которых характеристики нелинейных элементов могут быть приближенно представлены в виде кусочно-линейных функций. При этом на каждом из линейных участков характеристики задача решается как линейная, и определяются координаты точек перехода с одного линейного участка на другой (углы отсечки).

Применение аналитических методов расчета требует аппроксимации характеристики нелинейного элемента какой-либо достаточно простой функцией – чаще всего полиномом. Простейший аналитический метод состоит в непосредственном решении уравнения цепи (когда это возможно).

2. Сущность *метода гармонической линеаризации* заключается в том, что при воздействии на нелинейный элемент гармонического сигнала в отклике учитывается только основная гармоника, высшие гармоники отбрасываются, и для расчета можно применять комплексный метод. Нелинейный элемент характеризуется нелинейным комплексным сопротивлением-отношением комплексов первых гармоник напряжения и тока нелинейного элемента, причем в общем случае нелинейное комплексное сопротивление зависит от амплитуды и частоты тока. Например, при вольт-амперной характеристике нелинейного резистора

$$u(i) = ai + bi^3$$

нелинейное комплексное сопротивление (активное)

$$\underline{Z}_H = R_H = a + \frac{3}{4}bI_m^2,$$

где I_m – амплитуда синусоидального тока. После определения сопротивления нелинейного элемента уравнения цепи решаются

алгебраическими методами.

3. Расчет нелинейных цепей переменного тока *по действующим значениям* токов и напряжений дает возможность приближенно учесть гистерезис и вихревые токи в магнитопроводах. Несинусоидальные токи и напряжения заменяются эквивалентными синусоидами. Потери на гистерезис и вихревые токи определяются по экспериментальным данным – либо непосредственно по показаниям ваттметра, либо по экспериментально полученным кривым удельных потерь в стали. Для эквивалентных синусоид тока и напряжения уравнения цепи можно записать и решать в комплексной форме и пользоваться векторными диаграммами.

При известном амплитудном значении потока в магнитопроводе Φ_m действующее значение соответствующего напряжения рассчитывается по формуле

$$\dot{U}_\Phi = j4,44fw\Phi_m,$$

где f – частота; w – число витков.

4. Анализ нелинейных цепей по мгновенным значениям. При заданном напряжении на линейном элементе $u(t) = e(t)$ ток может быть найден путем переноса изображающей точки из временной диаграммы напряжения $u(t)$ посредством характеристики $u(i)$ на временную диаграмму тока $i(t)$, (см. рис. 5.1). Указанную операцию отображения обозначим записью

$$u(t) \rightarrow u(i) \rightarrow i(t).$$

Если задан ток $i(t) = J(t)$, то осуществляется обратное отображение.

В цепи с нелинейной индуктивностью или емкостью такому отображению предшествует или сопутствует аналитическое или графическое дифференцирование либо интегрирование.

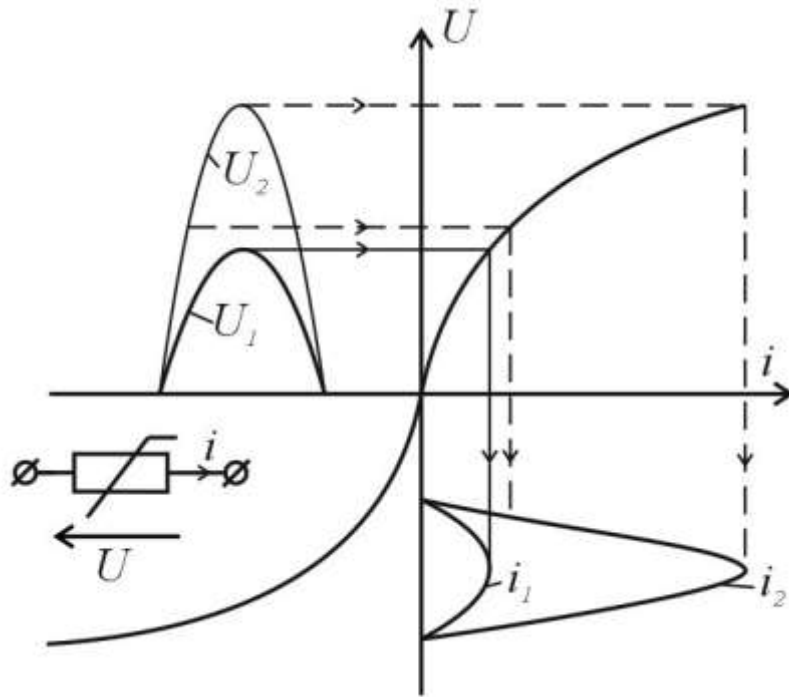


Рисунок 5.1

а) В частности, если задано напряжение на индуктивности $a\Psi/dt = e(t)$, то потокосцепление и ток находятся в результате интегрирования и отображения

$$\Psi(t) = \int e(t)dt, \Psi(t) \rightarrow \Psi(i) \rightarrow i(t).$$

При заданном токе индуктивности отображением находится потокосцепление, затем путем дифференцирования – напряжение

$$i_L(t) \rightarrow \Psi(i) \rightarrow \Psi(t), u_L = d\Psi/dt.$$

б) Аналогично при заданном напряжении на емкости $U(t) = e(t)$ заряд и ток находятся отображением и дифференцированием

$$u(t) \rightarrow q(u) \rightarrow q(t), i = dq/dt.$$

Если же задан ток через емкость $i_c(t) = J(t)$, то заряд и напряжение определяется интегрированием и отображением

$$q(t) = \frac{1}{c} \int i dt, q(t) \rightarrow q(u) \rightarrow u(t).$$

Из рис. 5.1 видно, что изменение только амплитуды воздействия приводит к изменению формы реакции и ее гармонического состава: при большей амплитуде напряжения ($U_{2m} > U_{1m}$) кривая тока i_2 оказалась более вытянутой, чем i_1 , процент высших гармоник в ней выше.

Вопросы для самоконтроля

1. Перечислите существующие методы расчета цепей переменного тока.
2. В чем заключается графический метод расчета цепей переменного тока?
3. В чем заключается расчет нелинейных цепей по действующим значениям?
4. Как проводится анализ нелинейных цепей по мгновенным значениям?

Литература: [1, § 15.4–15.8, 15.57–15.60; 3, § 4.1–4.6; 5, § 3.4–3.12].

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники / Л. А. Бессонов. – М.: Гардарики, 2007. – 701 с.
2. Атабеков, Г. И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи / Г. И. Атабеков. – СПб.: Лань, 2009. – 592 с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=90
3. Атабеков, Г. И. Теоретические основы электротехники. Нелинейные электрические цепи. Электромагнитное поле / Г. И. Атабеков [и др.]. – СПб.: Лань, 2010. – 432 с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=644
4. Демирчян, К. С. Теоретические основы электротехники. Т. 1 / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н. В. Коровкин. – СПб.: Питер, 2009. – 512 с.
5. Демирчян, К. С. Теоретические основы электротехники. Т. 2 / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н. В. Коровкин. – СПб.: Пи-

тер, 2009. – 431 с.

6. Зевеке, Г. В. Основы теории цепей / Г. В. Зевеке, П. А. Ионкин. – Л.: Энергия, 1989. – 528 с.

7. Электрические измерения / под ред. А. В. Фремке, Е. М. Душина. – Л.: Энергия, 1980. – 392 с.

8. Теоретические основы электротехники. Т. 1 / под ред. П. А. Ионкина. – М.: Высш. шк. 1976. – 544 с.