

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кузбасский государственный технический университет
имени Т. Ф. Горбачева»

Кафедра теоретической и геотехнической механики

Составители

А. С. Богатырева М. А. Баев

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ МНОГОЗВЕННОГО МЕХАНИЗМА

**Методические указания к индивидуальным заданиям
по дисциплине «Теоретическая механика»**

Рекомендовано учебно-методической комиссией специальности
21.05.05 Физические процессы горного или нефтегазового
производства в качестве электронного издания
для использования в образовательном процессе

Кемерово 2021

Рецензенты:

Сирота Д. Ю., доцент кафедры теоретической и геотехнической механики

Хямяляйнен В. А., председатель учебно-методической комиссией специальности 21.05.05 Физические процессы горного или нефтегазового производства

Богатырева Альбина Сергеевна

Баев Михаил Алексеевич

Кинематический расчет многозвенного механизма : методические указания к индивидуальным заданиям по дисциплине «**Теоретическая механика**» для обучающихся технических специальностей и направлений / сост. А. С. Богатырева, М. А. Баев ; Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева. – Кемерово, 2021. – Текст : электронный.

В предлагаемых указаниях представлены теоретические положения раздела «Кинематика плоскопараллельного движения твердого тела» курса «Теоретической механики», задания для самостоятельной работы студентов, пример выполнения и оформления этих заданий.

Назначение издания – помощь обучающимся в получении знаний по дисциплине «Теоретическая механика», организация и контроль самостоятельной работ.

© Кузбасский государственный
технический университет имени
Т. Ф. Горбачева, 2021

© Богатырева А. С., Баев М. А.,
составление, 2021

1. Определение скоростей точек при плоскопараллельном движении тела

Все методы расчета скоростей точек при плоскопараллельном движении тела основаны на теореме: скорость любой точки тела при его плоскопараллельном движении равна векторной сумме скорости любой точки, принятой за полюс, и скорости этой точки, которую она имеет при вращении тела вокруг полюса:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA},$$

где \vec{V}_A – скорость точки, выбранной за полюс; \vec{V}_{BA} – скорости точки B , при вращении тела вокруг полюса A .

Вектор скорости \vec{V}_{BA} направлен перпендикулярно AB в сторону вращения тела и равен $V_{BA} = \omega_{AB} \cdot AB$, $\vec{V}_{BA} \perp AB$.

Пример 1. На схеме представлен нецентральный кривошипно-шатунный механизм. Кривошип OA вращающийся с угловой скоростью $\omega_{AO} = 1,5 \text{ с}^{-1}$ вокруг оси O , составляет с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Длина кривошипа $OA = 40 \text{ см}$, шатунов AB и CD соответственно 200 см и 60 см , $AC = BC$. Поршень B движется в горизонтальных направляющих. Кривошип DO_1 вращается вокруг оси O_1 . Для заданного положения механизма определить скорости точек B , C , D и угловые скорости шатунов AB и CD .

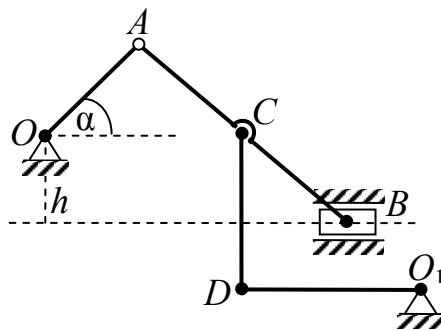


Рис. 1. Схема нецентрального кривошипно-шатунного механизма

Дано: $\omega_{AO} = 1,5 \text{ с}^{-1}$, $\alpha = 30^\circ$, $OA = 40 \text{ см}$,
 $AB = 200 \text{ см}$, $CD = 60 \text{ см}$, $AC = BC$.

Определить: V_B , V_C , V_D , ω_{AB} , ω_{CD}

1.1. Расчет скоростей при помощи мгновенного центра скоростей (МЦС)

По данным условия задачи построим механизм в масштабе. Это позволит измерять расстояния до МЦС, не прибегая к геометрическим расчетам. Масштабный множитель следует выбирать, ориентируясь на размеры механизма и наглядность схемы. Рабочий чертеж должен быть аккуратным и наглядным, а его размеры должны позволить ясно показать все векторы. На чертеже указывают всю необходимую информацию для решения задачи (углы, центры, оси).

В данном варианте предлагается масштабный множитель расстояний равный $\mu_S = 20$. Тогда на схеме механизма отрезок AO будет равен 2 см, AB – 10 см, CD – 3 см. При построении рабочего чертежа следует учитывать, что ось O и шарнир C находятся на одной горизонтали, шатун CD расположен вертикально, $CD \perp DO_2$.

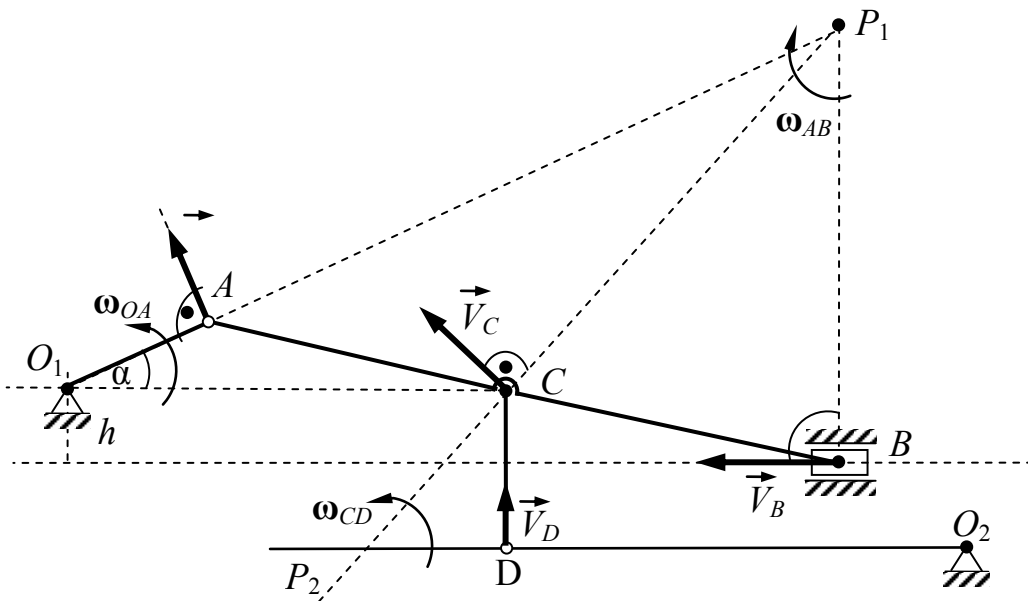


Рис. 2. Нецентральный кривошипно-шатунный механизм в масштабе расстояний $\mu_S = 20$

После построения схема механизма (рис. 1) сильно отличается от его реального положения (рис. 2).

1. По условию задачи можно определить скорость точки A \vec{V}_A . Вектор скорости точки A \vec{V}_A направлен в сторону вращения кривошипа, перпендикулярно к O_1A , модуль скорости равен

$$V_A = \omega_{AO} \cdot O_1A = 60 \frac{\text{см}}{\text{с}}.$$

2. Вектор скорости ползуна B \vec{V}_B направлен вдоль горизонтальных направляющих.

3. Построим мгновенный центр скоростей шатуна AB . Для этого из точек A и B шатуна проведем перпендикуляры к векторам их скоростей. Точка пересечения этих перпендикуляров P_1 – мгновенный центр скоростей шатуна AB .

4. Мгновенный центр скоростей P_1 является мгновенным центром вращения шатуна AB . Скорости всех точек шатуна AB направлены перпендикулярно отрезкам, соединяющим конкретную точку звена AB и P_1 (МЦС).

$$\vec{V}_A \perp AP_1, \quad \vec{V}_B \perp BP_1, \quad \vec{V}_C \perp CP_1.$$

Направление вращения вокруг МЦС определяет известный вектор скорости \vec{V}_A . Шатун AB вращается вокруг P_1 по часовой стрелке с угловой скоростью ω_{AB} . Покажем на схеме механизма векторы скоростей \vec{V}_B и \vec{V}_C .

5. Вычислим модули скоростей.

$$1) V_A = \omega_{AB} \cdot AP_1,$$

$$2) V_B = \omega_{AB} \cdot BP_1,$$

$$3) V_C = \omega_{AB} \cdot CP_1.$$

Вычислим отрезки AP_1, BP_1, CP_1 .

Измеряем на схеме (рис. 2) отрезки от точек A, B, C до МЦС P_1 : 11,3; 7,5; 8,2.

$$AP_1 = \mu_S \cdot 11,3 = 20 \cdot 11,3 = 226 \text{ см},$$

$$BP_1 = \mu_S \cdot 7,5 = 20 \cdot 7,5 = 150 \text{ см},$$

$$CP_1 = \mu_S \cdot 8,2 = 20 \cdot 8,2 = 164 \text{ см}.$$

Из формулы (1) определим угловую скорость шатуна AB :

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{AP_1} = 0,26 \text{ с}^{-1}.$$

Из формулы (2) и (3):

$$V_B = 0,26 \cdot 150 = 39 \frac{\text{см}}{\text{с}}, \quad V_C = 0,26 \cdot 164 = 42,64 \frac{\text{см}}{\text{с}}.$$

6. Определим скорость точки D и угловую скорость шатуна CD .

6.1. Скорость \vec{V}_C определена по направлению и по модулю. Вектор скорости \vec{V}_D направлен перпендикулярно кривошипу DO_2 .

6.2. Построим мгновенный центр скоростей шатуна CD . Для этого из точек C и D шатуна CD проведем перпендикуляры к век-

торам их скоростей. Точка пересечения этих перпендикуляров P_2 – мгновенный центр скоростей шатуна CD .

6.3 Мгновенный центр скоростей P_2 является мгновенным центром вращения шатуна CD . Скорости всех точек шатуна CD направлены перпендикулярно отрезкам, соединяющим конкретную точку звена CD и P_2 (МЦС). $\vec{V}_D \perp BP_2$, $\vec{V}_C \perp CP_2$.

6.4. Направление вращения шатуна CD вокруг МЦС P_2 определяет известный вектор скорости \vec{V}_C . Шатун CD вращается вокруг P_2 против часовой стрелки с угловой скоростью ω_{CD} . Покажем на схеме механизма вектор скорости \vec{V}_D .

6.5. Скорости точек равны $V_C = \omega_{CD} \cdot CP_2$, $V_D = \omega_{CD} \cdot DP_2$.

Измеряем на схеме (рис. 2) отрезки от точек C и D до МЦС P_2 : 3,7; 2,2.

Вычислим

$$CP_2 = \mu_S \cdot 8,2 = 20 \cdot 3,7 = 74 \text{ см},$$

$$DP_2 = \mu_S \cdot 2,2 = 20 \cdot 2,2 = 44 \text{ см}.$$

6.6. Вычислим угловую скорость шатуна CD

$$\omega_{CD} = \frac{V_C}{CP_2} = 0,58 \text{ с}^{-1}.$$

$$\text{Вычислим скорость } V_D = \omega_{CD} \cdot DP_2 = 0,58 \cdot 44 = 25,35 \frac{\text{см}}{\text{с}}.$$

1.2. Расчет скоростей точек при помощи плана скоростей

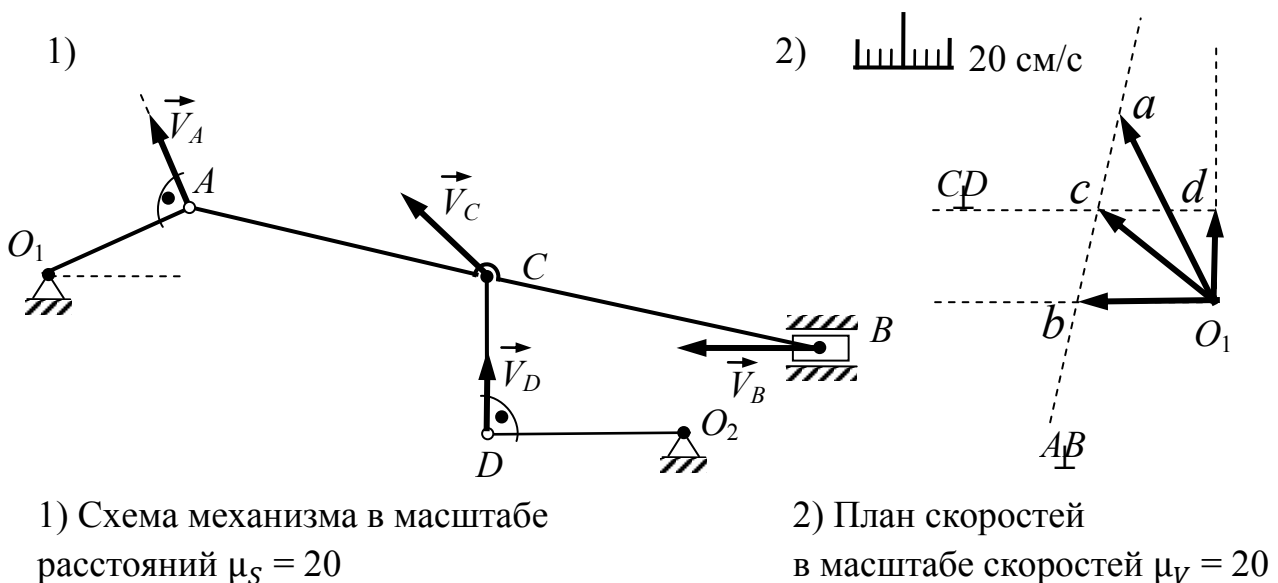


Рис. 3

Решение: План скоростей представляет собой последовательное сложение векторных равенств согласно теореме о скоростях точек при плоском движении тела. Запишем эти векторные равенства для шатуна AB $\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}$ и шатуна CD $\vec{V}_D = \vec{V}_C + \vec{V}_{DC}$.

$$V_{BA} = \omega_{AB} \cdot AB, \quad \vec{V}_{BA} \perp AB. \quad V_{DC} = \omega_C \cdot CD, \quad \vec{V}_{DC} \perp CD.$$

1. Вектор скорости точки A \vec{V}_A направлен в сторону вращения кривошипа, перпендикулярно к O_1A , модуль скорости равен

$$V_A = \omega_{AO} \cdot O_1A = 60 \frac{\text{см}}{\text{с}}.$$

2. Зададим масштабный множитель скорости $\mu_V = 20$, тогда вектор скорости \vec{V}_A будет изображаться отрезком 3 см.

3. План скоростей удобно строить рядом со схемой механизма, выстроенной в масштабе (рис. 3.1).

1. В произвольную точку O_1 переносим вектор скорости \vec{V}_A , который будет изображаться отрезком 3 см. Конец этого отрезка обозначаем a и $V_A = \mu_V \cdot O_1a = 20 \cdot 3 = 60 \frac{\text{см}}{\text{с}}$ (рис. 3.2).

2. Вектор скорости ползуна B \vec{V}_B направлен вдоль горизонтальных направляющих. Из точки O_1 проводим прямую, параллельную скорости точки B . Из точки a на плане скоростей проводим перпендикуляр к AB . Точку пересечения этих прямых обозначим b .

3. Отрезок O_1b определяет величину скорости точки B . Измеряем отрезок $O_1b = 2$ см. $V_B = \mu_V \cdot O_1b = 40 \frac{\text{см}}{\text{с}}$.

4. Отрезок ab определяет величину скорости V_{BA} . Измеряем отрезок $ab = 2,6$ см, $V_{BA} = \mu_V \cdot ab = 20 \cdot 2,6 = 52 \frac{\text{см}}{\text{с}}$.

$$\omega_{AB} = \frac{V_{BA}}{AB} = \frac{52}{200} = 0,26 \text{ с}^{-1}.$$

5. Построим на плане вектор скорости \vec{V}_C средней точки шатуна AB .

$$\vec{V}_C = \vec{V}_A + \vec{V}_{CA}, \quad V_{CA} = \omega_{AB} \cdot AC, \quad AC = \frac{AB}{2}, \quad \text{следовательно,} \\ V_{CA} = \frac{V_{BA}}{2}.$$

На плане скоростей (рис. 3.2) отрезок ab делим пополам, ставим точку c , соединяем ее с точкой O_1 . Отрезок O_1c определяет направление и модуль вектора скорости \vec{V}_C . Измеряем отрезок $O_1c = 2,1$ см, $V_C = \mu_V \cdot O_1c = 20 \cdot 2,1 = 42 \frac{\text{см}}{\text{с}}$.

6. Построим на плане вектор скорости \vec{V}_D .

$$\vec{V}_D = \vec{V}_C + \vec{V}_{DC}, \quad \vec{V}_{DC} \perp CD.$$

Вектор скорости \vec{V}_D направлен перпендикулярно кривошипу DO_2 . Из точки O_1 на плане скоростей проведем перпендикуляр к кривошипу DO_2 . Из точки c проводим перпендикуляр к CD . Точку пересечения этих перпендикуляров обозначим буквой d . Отрезок O_1d определяет модуль вектора скорости \vec{V}_D . Измеряем отрезок $O_1d = 1,25$ см, $V_D = \mu_V \cdot O_1d = 20 \cdot 1,25 = 25 \frac{\text{см}}{\text{с}}$.

7. Определим угловую скорость шатуна CD . Отрезок cd определяет величину скорости V_{CD} . Измеряем отрезок $cd = 1,8$ см, $V_{CD} = \mu_V \cdot ab = 20 \cdot 1,8 = 36 \frac{\text{см}}{\text{с}}$.

$$\omega_{CD} = \frac{V_{CD}}{CD} = \frac{36}{60} = 0,6 \text{ с}^{-1}.$$

Таблица 1

| Определяемые величины | V_B , см/с | V_C , см/с | V_D , см/с | ω_{AB} , с^{-1} | ω_{CD} , с^{-1} |
|---------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------------------------|------------------------------------|
| Расчет через МЦС | 39 | 42,64 | 25,35 | 0,26 | 0,58 |
| Расчет по плану скоростей | 40 | 42 | 25 | 0,26 | 0,6 |

Анализируя результаты расчетов, видим, что погрешность не превышает 1 %, поэтому оба расчета являются достоверными.

2. Определение ускорений точек при плоскопараллельном движении твердого тела

Все методы расчета ускорений точек при плоскопараллельном

движении твердого тела основаны на теореме: ускорение любой точки твердого тела при его плоском движении равно векторной сумме ускорения полюса и ускорения, с которым эта точка вращается вокруг полюса.

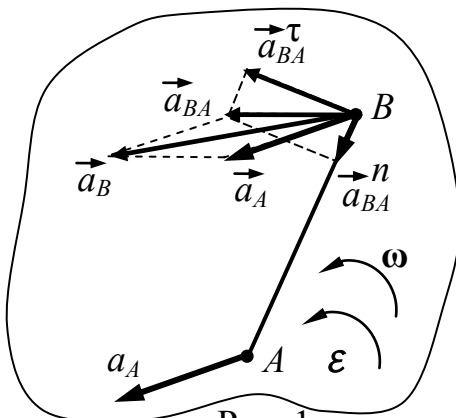


Рис. 1

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}, \quad (1)$$

где \vec{a}_A – ускорение точки A , выбранной за полюс; \vec{a}_{BA} – ускорение, с которым точка B вращается вокруг полюса A .

При вращении тела ускорение точки удобно представить двумя составляющими:

ми:

$$\vec{a}_{BA} = \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^{\tau}. \quad (2)$$

Если полюс A движется не прямолинейно, то его ускорение так следует представить как векторную сумму касательного и нормального ускорений:

$$\bar{a}_A = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^\tau. \quad (3)$$

Подставим (2) и (3) в (1), получим более детальную запись теоремы об ускорениях:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^\tau + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau. \quad (4)$$

Уравнение (4) – это основное уравнение для расчета ускорений точек при плоскопараллельном движении твердого тела.

Направления векторов всех ускорений представлены на рис. 1. Численные значения считаем по формулам:

$$\begin{aligned} a_A^n &= \omega_{OA}^2 \cdot OA, & a_A^\tau &= \varepsilon_{OA} \cdot OA, \\ a_{BA}^n &= \omega_{AB}^2 \cdot AB, & a_{BA}^\tau &= \varepsilon_{AB} \cdot AB. \end{aligned}$$

Пример 2. Для заданного положения механизма определить ускорения точек B и C , а также угловую скорость и угловое ускорение шатуна AB , если кривошип OA вращается относительно оси O с угловой скоростью $\omega_{OA} = 2 \text{ с}^{-1}$ и угловым ускорением $\varepsilon_{OA} = 4 \text{ с}^{-2}$, $AO = 20 \text{ см}$, $AB = 60 \text{ см}$ и $AC = BC$. Поршень B движется по направляющим под углом 60° к горизонту.

Дано:

$$\omega_{OA} = 2 \text{ с}^{-1}, \quad \varepsilon_{OA} = 4 \text{ с}^{-2}, \quad AO = 20 \text{ см}, \quad AB = 60 \text{ см}, \quad AC = BC.$$

Углы обозначены на чертеже

Определить: a_B , a_C , ω_{AB} , ε_{AB} .

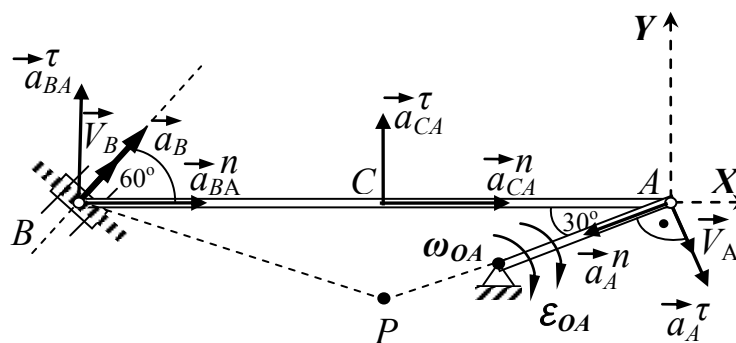


Рис. 2. Схема кривошипно-шатунного механизма в масштабе расстояний $\mu_S = 8$

По данным условия задачи построим механизм в масштабе. Масштабный множитель следует выбирать, ориентируясь на размеры механизма и наглядность схемы. Рабочий чертеж должен быть аккуратным и наглядным, а его размеры должны позволить ясно показать все векторы. На чертеже указывают всю необходимую информацию для решения задачи (углы, центры, оси).

В данном варианте предлагается масштабный множитель расстояний равный $\mu_S = 8$. Тогда на схеме механизма отрезок AO будет равен 2,5 см, $AB - 7,5$ см.

2.1. Аналитический расчет ускорений точек

1. По условию задачи можно определить скорость точки A $\vec{V}_A, \vec{a}_A^n, \vec{a}_A^\tau$. Вычислим $V_A = \omega_{AO} \cdot O_1A = 40 \frac{\text{см}}{\text{с}}$, вектор скорости $\vec{V}_A \perp O_1A$. Вектор нормального ускорения точки A \vec{a}_A^n при вращении кривошипа O_1A направлен к центру O_1 и равен $a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 80 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$.

Вектор касательного ускорения точки A \vec{a}_A^τ направлен перпендикулярно звену O_1A в сторону ε_{OA} и равен $a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 80 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. Покажем векторы $\vec{V}_A, \vec{a}_A^n, \vec{a}_A^\tau$ на схеме механизма.

2. Вычислим ускорение поршня B $\vec{a}_B = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau$.

Векторы всех ускорений показаны на схеме механизма.

Ускорения \vec{a}_A^n и \vec{a}_A^τ вычислены в пункте 1.

3. Следующее ускорение в равенстве (4) равно $a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot AB$. Его можно вычислить, если определить угловую скорость шатуна AB ω_{AB} . Для этого построим МЦС шатуна AB . Вектор скорости $\vec{V}_A \perp O_1A$, вектор скорости \vec{V}_B направлен вдоль направляющих ползуна. Из точек A и B проведем перпендикуляры к вектору скоростей. Точка пересечения этих перпендикуляров P – МЦС шатуна AB . Из $\triangle ACP$ $AC = AP \cos 30$, $AP = \frac{AC}{\cos 30} = 34,64$ см. $\omega_{AB} = \frac{V_A}{AP} = \frac{40}{34,64} = 1,15 \text{с}^{-1}$. Вектор ускорения \vec{a}_{BA}^n направлен из точки B к полюсу A , вдоль AB и равен по модулю $a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot AB = 80 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. Ускорение точки B \vec{a}_B направлено по направляющим движения шатуна.

4. Для определения ускорения точки B и ускорения \vec{a}_{BA}^τ равенство (4) спроектируем на оси X и Y .

$$1) a_B \cos 60 = a_A^\tau \cos 60 - a_A^n \cos 30 + a_{BA}^n;$$

$$2) a_B \cos 30 = -a_A^\tau \cos 30 - a_A^n \cos 60 + a_{BA}^\tau.$$

Из уравнения (1) $a_B = 100 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$.

Из уравнения (2) $a_{BA}^\tau = 196,6 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$, из формулы $a_{BA}^\tau = \varepsilon_{AB} \cdot AB$ определяем $\varepsilon_{AB} = \frac{|a_{BA}^\tau|}{AB} = 3,27 \text{ с}^{-2}$.

5. Определим ускорение точки C шатуна. Запишем векторное уравнение определяющее ускорение точки C :

$$\bar{a}_C = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^\tau + \bar{a}_{CA}^n + \bar{a}_{CA}^\tau. \quad (5)$$

Уравнение (5) аналогично уравнению (4).

5.1. Модули ускорений \bar{a}_{CA}^n и \bar{a}_{CA}^τ вычисляются по формулам

$$a_{CA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot AC; \quad a_{CA}^\tau = \varepsilon_{AB} \cdot AC.$$

Точка C – средняя точка шатуна AB , $AB = 2AC$, поэтому сразу можно записать: $a_{CA}^n = \frac{a_{BA}^n}{2} = 40 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$, $a_{CA}^\tau = \frac{a_{BA}^\tau}{2} = 98,3 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$.

5.2. Проецируем векторное уравнение (5) определяющее ускорение точки C на оси X и Y . Направление вектора \bar{a}_C неизвестно, поэтому проекции ускорения \bar{a}_C на оси координат обозначим a_{CX} , a_{CY} .

$$a_{CX} = a_A^\tau \cos 60 - a_A^n \cos 30 + a_{CA}^n = -10,87;$$

$$a_{CY} = -a_A^\tau \cos 30 - a_A^n \cos 60 + a_{CA}^\tau = 10,8;$$

$$a_C = \sqrt{(a_{CX})^2 + (a_{CY})^2} = 15,2 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}.$$

2.2. Расчет ускорений при помощи плана ускорений

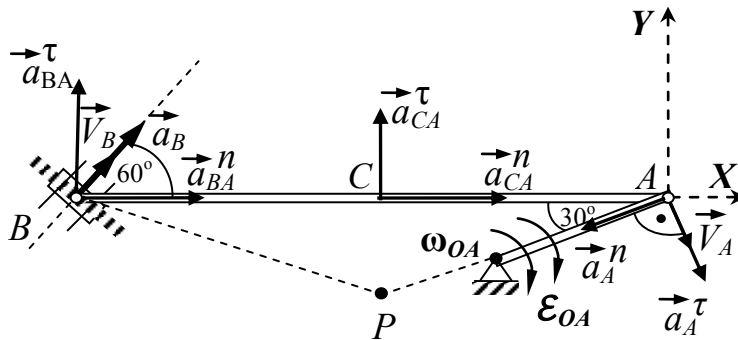


Рис. 3. Схема кривошипно-шатунного механизма в масштабе расстояний $\mu_S=8$

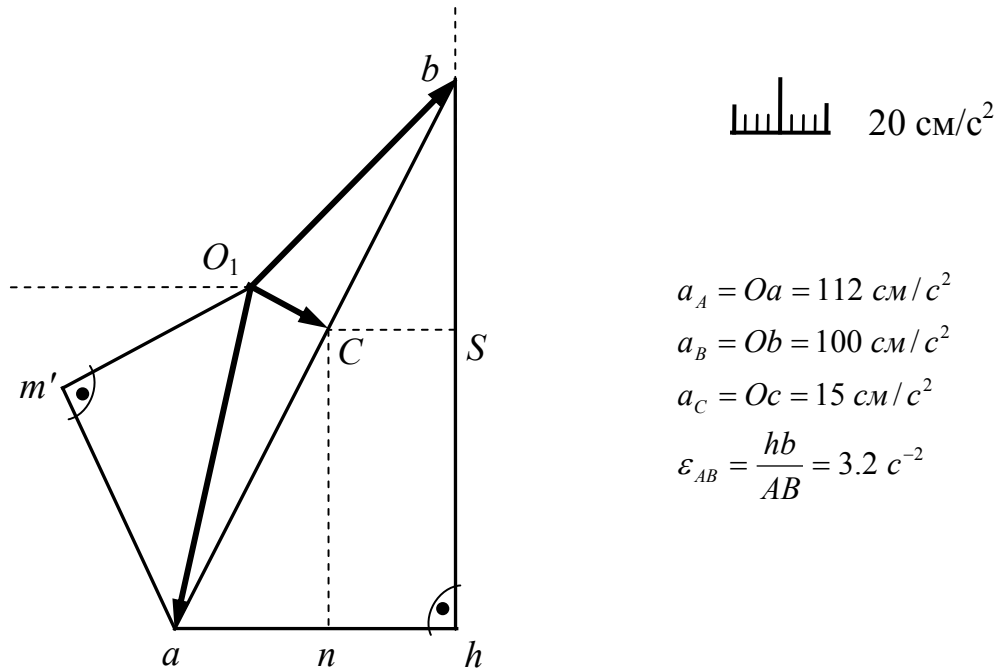


Рис. 3. План ускорений

План ускорений представляет собой последовательное сложение векторных равенств

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^\tau + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau \quad (4) \quad \text{и} \quad \bar{a}_C = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^\tau + \bar{a}_{CA}^n + \bar{a}_{CA}^\tau \quad (5).$$

1. Значения ускорений \bar{a}_A^n , \bar{a}_A^τ , \bar{a}_{BA}^n возьмем из аналитического расчета

$$a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 80 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}, \quad a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 80 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}, \quad a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot AB = 80 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}.$$

Покажем векторы \bar{a}_A^n , \bar{a}_A^τ , \bar{a}_{BA}^n на схеме механизма.

Шаг 2. План ускорений удобно строить на одном листе с механизмом, изображенном в масштабе. Это дает возможность переносить на план ускорения параллельно самим себе. Построение плана ускорений начинаем из произвольной точки O_1 .

Шаг 3. Выберем масштаб ускорений $\mu_A = 20$, тогда векторы \bar{a}_A^n и \bar{a}_A^τ на плане ускорений будут изображаться отрезками по 4 см. Из точки O_1 отложим отрезок длиной 4 см, параллельно вектору нормального ускорения точки A , конец отрезка обозначим буквой m' . Отрезок O_1m' на плане изображает вектор ускорения \bar{a}_A^n , численно равный $a_A^n = \mu_A \cdot O_1m' = 20 \cdot 4 = 80 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$.

Шаг 4. Из точки m' на плане ускорений перпендикулярно O_1m' отложим отрезок длиной 4 см, конец отрезка обозначим буквой a . Отрезок $m'a$ изображает вектор ускорения \bar{a}_A^τ , численно

равный $a_A^{\tau} = \mu_A \cdot m^{\wedge} a = 20 \cdot 4 = 80 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. Отрезок $O_1 a$ изображает вектор ускорения \bar{a}_A по направлению и по модулю

$$a_A = \mu_A \cdot O_1 a = 20 \cdot 5,6 = 112 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}.$$

Шаг 5. Из точки a на плане отложим отрезок длиной 4 см, параллельно шатуну AB . Конец отрезка обозначим буквой h . Отрезок ah изображает вектор ускорения \bar{a}_{BA}^n , равный

$$a_{BA}^n = \mu_A \cdot ah = 20 \cdot 4 = 80 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}.$$

Шаг 6. Из точки a на плане проведем перпендикуляр к отрезку ah , это направление вектора \bar{a}_{BA}^{τ} .

Шаг 7. Возвращаемся в точку O_1 . Из этой точки проводим прямую параллельную вектору \bar{a}_B до пересечения с направлением вектора \bar{a}_{BA}^{τ} . Точку пересечения обозначим буквой b . Отрезок $O_1 b = 5$ см изображает вектор ускорения \bar{a}_B , численно равный

$$a_B = \mu_A \cdot O_1 b = 20 \cdot 5 = 100 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}.$$

8. Отрезок $hb = 9,8$ см изображает вектор ускорения \bar{a}_{BA}^{τ} , равный

$$a_{BA}^{\tau} = \mu_A \cdot hb = 20 \cdot 9,8 = 196 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}, \quad \varepsilon_{AB} = \frac{|a_{BA}^{\tau}|}{AB} = 3,266 \text{с}^{-2}.$$

9. Построим на плане вектор ускорения \bar{a}_C . Точка C – средняя точка шатуна AB . На плане отрезок ah делим пополам, ставим точку n , из нее отложим перпендикуляр равный половине отрезка hb . Конец этого перпендикуляра обозначим буквой c . Отрезок $O_1 c = 0,75$ см изображает вектор ускорения \bar{a}_C , численно равный

$$a_C = \mu_A \cdot O_1 c = 20 \cdot 0,75 = 15 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}.$$

Таблица 2

| Определяемые величины | $a_B, \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$ | $a_{BA}^{\tau}, \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$ | $a_C, \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$ | $\varepsilon_{AB}, \text{с}^{-2}$ |
|---------------------------|-------------------------------------|---|-------------------------------------|-----------------------------------|
| Аналитический расчет | 100 | 196,6 | 15,2 | 3,27 |
| Расчет по плану ускорений | 100 | 196 | 15 | 3,266 |

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Варианты заданий

Схемы механизмов представлены на рис. 4–29.

Ведущий кривошип O_1A вращается с постоянной угловой скоростью, соответствующей 30 об/мин, длины звеньев для всех механизмов равны $O_2A = 30$ см, $AB = 150$ см, $O_2B = 50$ см, $O_1O_2 = 100$ см. Размеры остальных звеньев взять из табл. 4.

Положение кривошип O_1A задано углом $\varphi = 30^\circ$.

1. Определить скорости точек A, B, C, D и угловые скорости звеньев AB и CD при помощи мгновенных центров скоростей.
2. Определить скорости точек A, B, C, D и угловые скорости звеньев AB и CD при помощи плана скоростей.
3. Сравнить два способа расчета скоростей точек, представив их в таблице 1.
4. Определить ускорение точек A, B, C и угловую скорость звена AB аналитически.
5. Определить ускорение точек A, B, C и угловую скорость звена AB , построив план ускорений.
6. Сравнить два способа расчета ускорений точек, представив их в таблице 2.

Требования к выполнению задания

1. Схема механизма должна быть изображена в выбранном масштабе расстояний в указанном согласно условию положении.
2. При графическом решении задачи соблюдать выбранные масштабы скоростей и ускорений.
3. Расстояния и углы, необходимые для решения задачи, но не заданные непосредственно в условии (расстояния от точек до мгновенных центров скоростей соответственных звеньев, углы между скоростями и ускорениями), разрешается взять со схемы механизма с учетом выбранного масштаба.
4. Схема механизма должна быть выполнена в масштабе карандашом с применением чертежных инструментов.
2. Рабочий чертеж должен быть аккуратным и наглядным. На чертеже указывают всю необходимую информацию для решения задачи (углы, центры, оси).
3. Листы задания скрепить либо степлером, либо вложить в мультифору. Скрепки и иголки не принимаются.

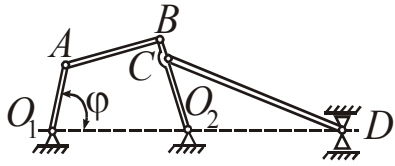


Рис. 4

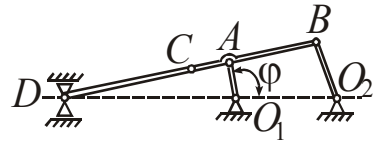


Рис. 5

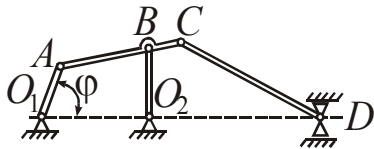


Рис. 6

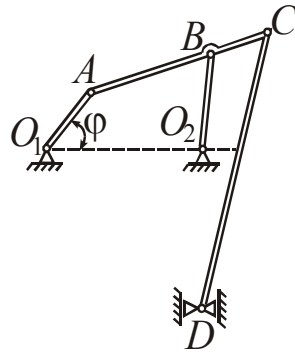


Рис. 7

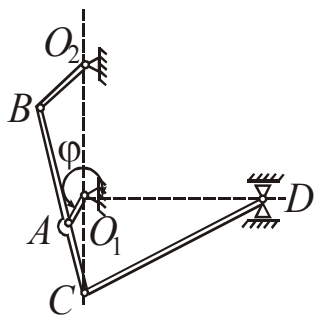


Рис. 8

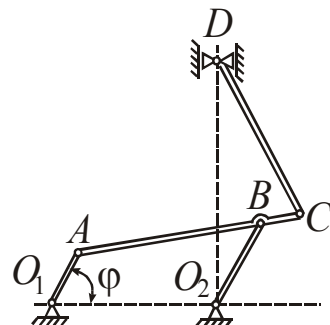


Рис. 9

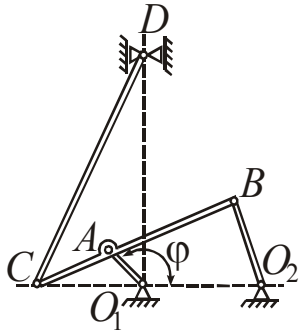


Рис. 10

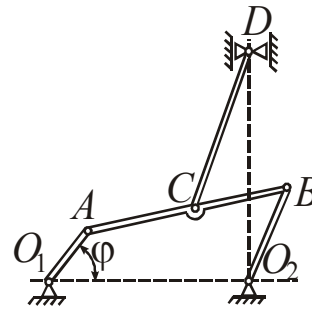


Рис. 11

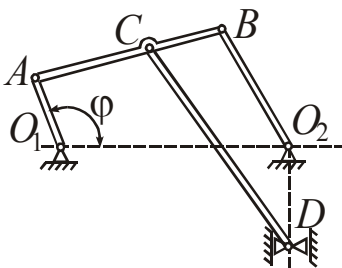


Рис. 12

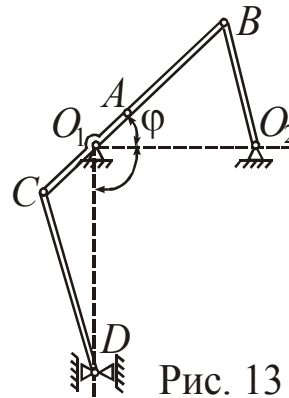


Рис. 13

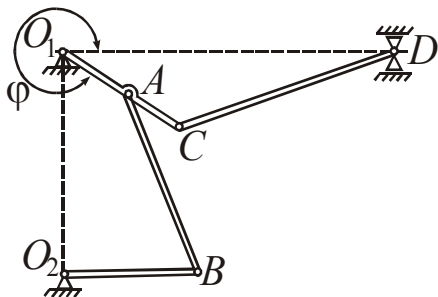


Рис. 14

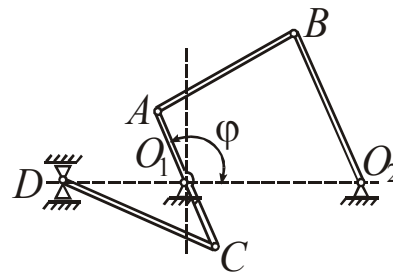


Рис. 15

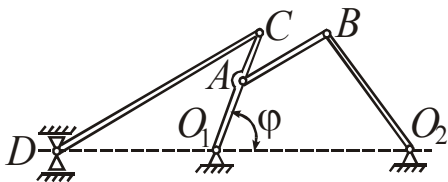


Рис. 16

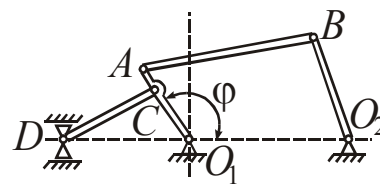


Рис. 17

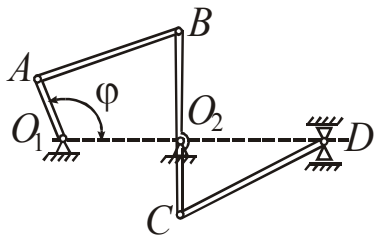


Рис. 18

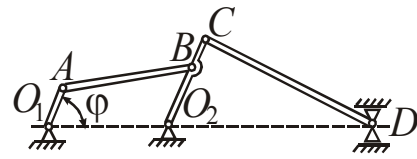


Рис. 19

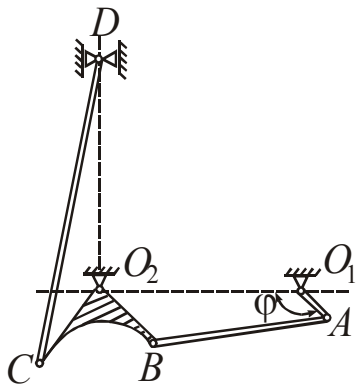


Рис. 20

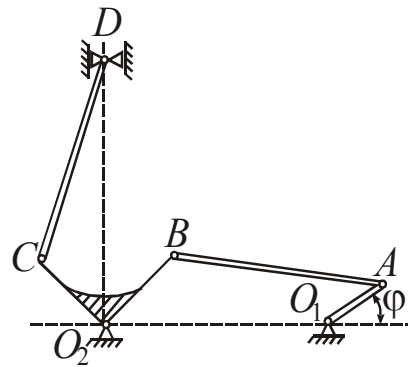


Рис. 21

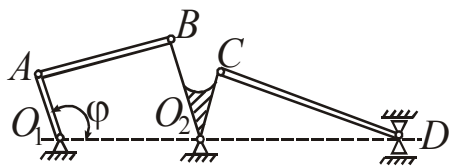


Рис. 22

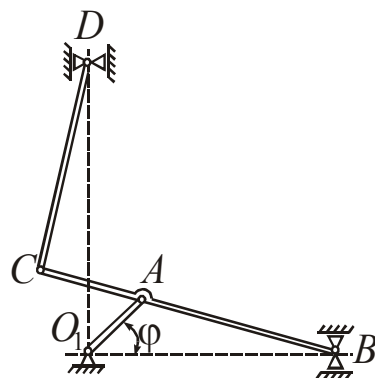


Рис. 23

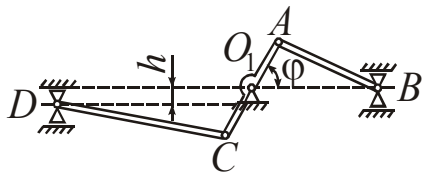


Рис. 24

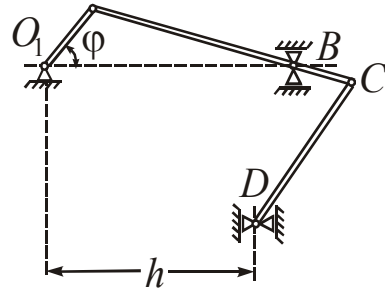


Рис. 25

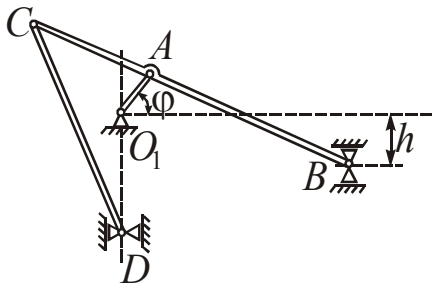


Рис. 26

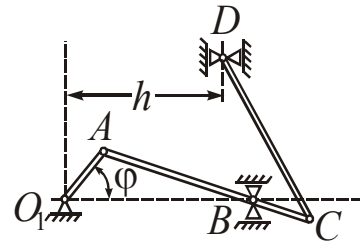


Рис. 27

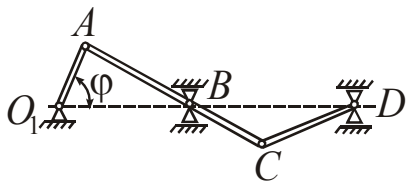


Рис. 28

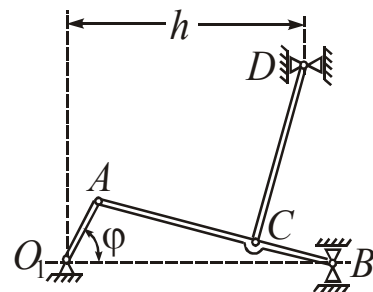


Рис. 29

Таблица 4

| № задачи | O_2C , мм | CD , мм | AC , мм | $\angle BO_2C$, град. | h , мм |
|----------|-------------|-----------|-----------|------------------------|----------|
| 4. | 30 | 80 | — | — | — |
| 5. | — | 80 | 20 | — | — |
| 6. | — | 90 | 130 | — | — |
| 7. | — | 100 | 130 | — | — |
| 8. | — | 100 | 20 | — | — |
| 9. | — | 100 | 140 | — | — |
| 10. | — | 80 | 30 | — | — |
| 11. | — | 100 | 70 | — | — |
| 12. | — | 100 | 70 | — | — |
| 13. | — | 120 | 70 | — | — |
| 14. | — | 80 | 20 | — | — |
| 15. | — | 90 | 60 | — | — |
| 16. | — | 100 | 20 | — | — |
| 17. | — | 100 | 10 | — | — |
| 18. | 30 | 90 | — | — | — |
| 19. | 75 | 130 | — | — | — |
| 20. | 40 | 150 | — | 90 | — |
| 21. | 40 | 100 | — | 90 | — |
| 22. | 40 | 120 | — | 30 | — |
| 23. | — | 100 | 40 | — | — |
| 24. | — | 100 | 70 | — | 20 |
| 25. | — | 100 | 150 | — | 100 |
| 26. | — | 120 | 30 | — | 20 |
| 27. | — | 100 | 150 | — | 100 |
| 28. | — | 110 | 150 | — | — |
| 29. | — | 110 | 80 | — | 120 |

Контрольные вопросы для защиты задания

1. Какое движение твердого тела называется плоскопараллельным?
2. Какими уравнениями задается плоскопараллельное движение?
3. На какие движения раскладывается плоскопараллельное движение твердого тела?

4. Зависят ли поступательное перемещение плоской фигуры и ее вращение от выбора полюса?

5. Как по уравнениям движения найти скорость полюса и угловую скорость вращения?

6. Какие существуют способы определения скоростей точек тела при плоскопараллельном движении твердого тела?

7. Чему равна и как направлена скорость \vec{V}_{BA} в равенстве $\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}$?

8. Сформулируйте теорему о проекциях скоростей точек на прямую, соединяющую эти точки.

9. Что называется мгновенным центром скоростей и как он определяется в различных случаях?

10. Как с помощью мгновенного центра скоростей определяются скорости точек тела и его угловая скорость?

11. Какое движение называется мгновенно поступательным движением? Где в этом случае находится мгновенный центр скоростей?

12. Какие минимальные данные необходимы для определения скорости любой точки тела при его плоскопараллельном движении?

13. Какая точка колеса, катящегося по неподвижной поверхности, имеет наибольшую скорость?

14. Как определить ускорение любой точки тела при его плоскопараллельном движении?

15. Чему равны и как направлены векторы \vec{a}_{BA}^{τ} и \vec{a}_{BA}^n в равенстве $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^{\tau}$?

16. Как определяется угловое ускорение тела при плоскопараллельном движении?

Список рекомендуемой литературы

1. Хямяляйнен, В. А. Теоретическая механика : учебное пособие для студентов технических вузов и колледжей / В. А. Хямяляйнен ; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Кузбасский государственный технический университет им. Т. Ф. Горбачева. – 3-е изд. – Кемерово : КузГТУ, 2020. – 227 с. –

URL: <http://library.kuzstu.ru/meto.php?n=91800&type=utchposob:common>. – Текст : непосредственный + электронный.

2. Хямяляйнен, В. А. Кинематика : учебное пособие [для студентов строит. и машиностроит. специальностей вузов] / В. А. Хямяляйнен, А. С. Богатырева, Р. Ф. Гордиенко; ГОУ ВПО «Кузбас. гос. техн. ун-т». – Кемерово : Издательство КузГТУ, 2009. – 72 с. – Текст : непосредственный.

3. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 1: Статика и кинематика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. – 12-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 672 с. – ISBN 978-5-8114-1035-4. – URL: <https://e.lanbook.com/book/168474> (дата обращения: 06.06.2021). – Текст : электронный.