

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. ГОРБАЧЕВА»

Кафедра маркшейдерского дела и геологии

СФЕРОИДИЧЕСКАЯ ГЕОДЕЗИЯ

Методические указания к лабораторным работам
для студентов направления подготовки 21.05.04 «Горное дело»,
образовательная программа «Маркшейдерское дело»,
всех форм обучения

Составитель А. Г. Измestьев

Утверждены на заседании кафедры
Протокол № 12 от 29.12.2015
Рекомендованы к печати
учебно-методической комиссией
специализации «Маркшейдерское дело»
Протокол № 4 от 29.12.2015
Электронная копия находится
в библиотеке КузГТУ

Кемерово 2016

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	2
<i>Лабораторная работа № 1:</i> Прямая геодезическая задача	3
<i>Лабораторная работа № 2:</i> Обратная геодезическая задача	6
<i>Лабораторная работа № 3:</i> Определение плоских прямоугольных координат x, y по геодезическим координатам B, L	9
<i>Лабораторная работа № 4:</i> Определение геодезических координат B, L по плоским прямоугольным координатам x, y	11
<i>Лабораторная работа № 5:</i> Перевычисление координат пунктов из одной координатной зоны в другую	12
<i>Лабораторная работа № 6:</i> Редуцирование геодезической линии на плоскость в проекции Гаусса–Крюгера	15
<i>Лабораторная работа № 7:</i> Решение малых сферических треугольников по теореме Лежандра	17
Список рекомендуемой литературы	22

ВВЕДЕНИЕ

Настоящие методические указания к лабораторным работам по курсу «Сфероидическая геодезия» составлены в соответствии с учебным планом направления подготовки 21.05.04 «Горное дело», образовательная программа «Маркшейдерское дело».

Целью данной работы является оказание методической помощи студентам при выполнении лабораторных работ, а также выработки у них навыков и умений в проведении вычислений и графических построений с использованием современных компьютерных программ.

Решение большинства геодезических задач на поверхности эллипсоида сводится к определению геодезических координат точки по заданным координатам других точек и по измеренным или заданным угловым и линейным величинам, поэтому лабораторные работы № 1 и № 2 разработаны в целях освоения студентами методикой решения таких задач.

При решении различных маркшейдерско-геодезических задач и выполнении топографических съемок применение геодезической системы координат становится неудобным вследствие неодинаковых линейных размеров угловых единиц широт и долгот в различных точках и по различным направлениям. Возникает необходимость определения плоских прямоугольных координат по геодезическим и наоборот. Лабораторные работы № 3 и № 4 разработаны в этих целях.

В лабораторной работе № 5 изложен один из способов перевычисления координат пунктов из одной координатной зоны в другую.

Лабораторные работы № 6 и № 7 разработаны в целях освоения методики решения задач, возникающих при переходе с поверхности эллипсоида на плоскость проекции Гаусса–Крюгера.

Методические указания содержат варианты заданий и примеры решений.

При выполнении лабораторных работ все вычисления производятся в программе Excel.

Лабораторная работа №1

ПРЯМАЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА

Цель работы: приобрести навыки решения прямой геодезической задачи на поверхности земного эллипсоида с промежуточным переходом на сферу.

Задание: определить геодезические координаты B_2 , L_2 и обратный азимут A_2 в точке Q_2 (рис. 1).

Исходные данные:

$$B_1 = 45^\circ + N \cdot 01' + N \cdot 01'';$$

$$L_1 = 0^\circ + N \cdot 01' + N \cdot 01'';$$

$$A_1 = 265^\circ; \quad s = 19\,500\,000,00 \text{ м, где } N \text{ – номер варианта.}$$

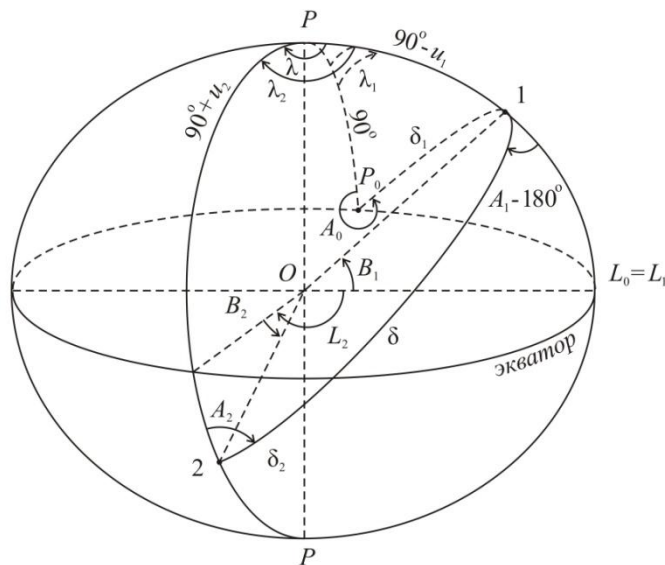


Рис. 1. К решению прямой геодезической задачи

**Последовательность решения главных геодезических задач
на поверхности земного эллипсоида**

1. Вычисление по заданным величинам на эллипсоиде соответствующих величин на шаре (переход с эллипсоида на шар).
2. Решение геодезических задач на шаре.
3. Вычисление по величинам, полученным на шаре, соответствующих величин на эллипсоиде (переход с шара на эллипсоид).

Формулы для решения прямой геодезической задачи

$$\sigma_1 = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} u_1 \sec A_1) = \operatorname{arctg}(0,9\,966\,476\,702 \operatorname{tg} B_1 \sec A_1);$$

$$A_0 = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} A_1 \cos \sigma_1);$$

$$A = 30,81\,894\,161 + (5\,191\,845,0 - 6\,532,4 \cos^2 A_0) \cos^2 A_0 \cdot 10^{-8};$$

$$B = (5\,354,469 - 8,978 \cos^2 A_0) \cos^2 A_0;$$

$$C = 2,238 \cos^4 A_0 + 0,006;$$

$$\alpha = [33\,523\,299 - (28\,189 - 70 \cos^2 A_0) \cos^2 A_0] \cdot 10^{-10};$$

$$\beta = (0,2\,907 - 0,0\,010 \cos^2 A_0) \cos^2 A_0;$$

$$\sigma_0 = [s - (B + C \cos 2\sigma_1) \sin 2\sigma_1] \frac{1}{A};$$

$$\sigma'' = \sigma_0 + [B + 5C \cos 2(\sigma_1 + \sigma_0)] \frac{\sin 2(\sigma_1 + \sigma_0)}{A};$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 + \sigma; \quad A_2 = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{\operatorname{tg} A_0}{\cos \sigma_2} \right) \pm 180^\circ;$$

$$B_2 = \operatorname{arctg} [1,00\,336\,361 \operatorname{tg} \sigma_2 \cos(A_2 \pm 180^\circ)];$$

$$\delta\lambda'' = \lambda - l = [\alpha\sigma'' + \beta [\sin 2(\sigma_1 + \sigma_0) - \sin 2\sigma_1]] \sin A_0;$$

$$\lambda = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \sigma_2 \sin A_0) - \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \sigma_1 \sin A_0) - \delta\lambda;$$

$$L_2 = L_1 + \lambda - 180^\circ, \quad (1)$$

где $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \sigma$ – сферические расстояния;

u_1 – приведённая широта;

A_0 – азимут дуги большого круга на экваторе;

B_1, L_1, B_2, L_2 – геодезические координаты точек 1 и 2 на поверхности эллипсоида;

A_1, A_2 – прямой и обратный азимуты;

s – длина геодезической линии;

A, B, C, α, β – коэффициенты;

λ – разность долгот.

Пример решения прямой геодезической задачи приведён в табл. 1.

Таблица 1

Решение прямой геодезической задачи

Порядок действий	Элемент формулы	Численное значение	°	'	''	В долях градуса	В радианах
1	B_1		45	00	00		45,78539816
2	L_1		0	00	00		0
3	A_1		265	00	00		4,625122518
4	s	19500000					
5	σ_1		94	59	51,8605	94,99773903	1,658023328
6	A_0		315	07	19,7256	315,122146	5,499918994
7	A	30,84499505					
8	B	2686,3857					
9	C	0,5703					
10	α	$33509162,06 \cdot 10^{-10}$					
11	β	0,14571759					
12	σ_0''	632208,4393	175	36	48,4394	175,6134554	3,065033007
13	$2(\sigma_1 + \sigma_0)$		181	13	20,5997	181,2223888	3,162927363
14	σ''	632206,5833	175	36	46,5833	175,6129398	3,065024009
15	$\sigma_2 = \sigma_1 + \sigma$		270	36	38,4437	270,6106788	4,723047337
16	A_2		90	36	47,7111	90,61325309	1,581499612
17	B_2		45	12	54,2484	- 45,215069	- 0,789151826
18	$\delta\lambda''$	-1494,7885	0	24	54,7885	0,415219028	- 0,007246939
19	λ		6	36	53,1133	6,614753688	0,115449231
20	$L_2 = L_1 + \lambda - 180^\circ$		-173	23	6,88668	173,3852463	- 3,026143423

Контрольные вопросы

1. Перечислить основные задачи сфероидической геодезии.
2. Что называют нормальными сечениями и главными радиусами кривизны?
3. Что называется геодезической линией?

4. Охарактеризовать методы построения геодезической линии на поверхности эллипсоида.

Лабораторная работа №2

ОБРАТНАЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА

Цель работы: приобрести навыки решения обратной геодезической задачи на поверхности земного эллипсоида с промежуточным переходом на сферу.

Задание: определить расстояние s по геодезической линии между точками 1 и 2 (рис. 1), а также прямой A_1 и обратный A_2 азимуты этой линии.

Исходные данные: геодезические координаты $B_1, L_1; B_2, L_2$ точек 1 и 2. Численные значения исходных данных взять из лабораторной работы №1.

Порядок решения обратной геодезической задачи

Решение задачи сводится к следующему. Используя формулу $\operatorname{tg} u = \sqrt{1 - e^2} \cdot \operatorname{tg} B$, определяют приведённые широты точек 1 и 2. После этого, применяя формулу четырех элементов для сферического треугольника OP_12 (рис. 2), находят другие элементы.

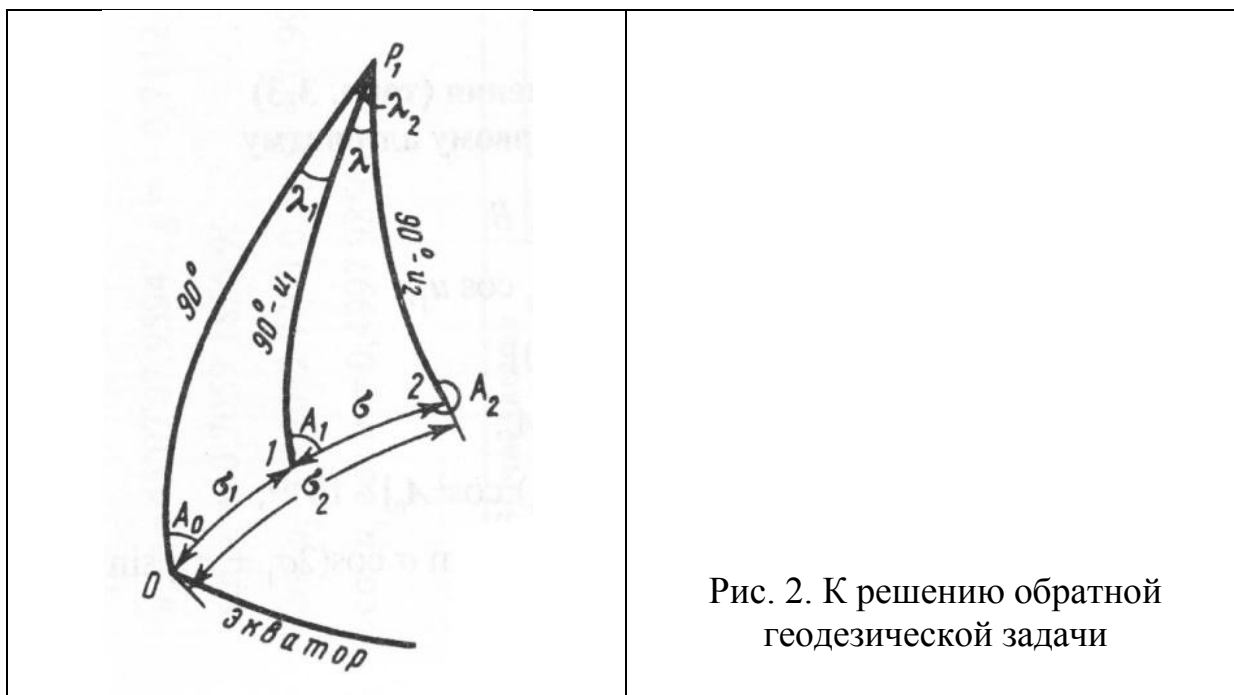


Рис. 2. К решению обратной геодезической задачи

Формулы для решения обратной геодезической задачи

$$u_i = \arctg (0,9\ 966\ 476\ 702\ \text{tg } B_i); \quad m = \cos u_1 \cos u_2;$$

$$\sigma_0 = \arccos (\sin u_1 \sin u_2 + m \cos l);$$

$$\sin A'_0 = m \sin l / \sin \sigma_0; \quad \Delta l_0 = 0,003\ 352\ \sigma_0 \sin A'_0; \quad \lambda_0 = l + \Delta l_0;$$

$$\sigma'' = \sigma_0 + \Delta l_0 \sin A'_0;$$

$$A'_1 = \arctg \left[1 / \left(-\frac{\sin u_1}{\text{tg } \lambda_0} + \frac{\text{tg } u_2 \cos u_1}{\sin \lambda_0} \right) \right];$$

$$A'_2 = \arctg \left[1 / \left(\frac{\sin u_2}{\text{tg } \lambda_0} - \frac{\text{tg } u_1 \cos u_2}{\sin \lambda_0} \right) \right];$$

$$\sigma_1 = \arctg (\text{tg } u_1 / \cos A'_1); \quad \sigma_2 = \arctg [\text{tg } u_2 / \cos (A'_2 \pm 180^\circ)];$$

$$\sigma' = \sigma_2 - \sigma_1; \quad \sin A_0 = m \sin \lambda_0 / \sin \sigma; \quad q = 0,0\ 088\ 443\ 146 \cos^2 A_0;$$

$$v = 2q / (21 + q); \quad A = 71,91\ 086\ 376 (3 + q) / (7 + q);$$

$$\Delta \sigma'' = v \rho'' \left[\frac{\text{tg } \sigma_2}{1 + (1 + v) \text{tg}^2 \sigma_2} + \frac{\text{tg } \sigma_1}{1 + (1 + v) \text{tg}^2 \sigma_1} \right];$$

$$\Delta \lambda = 0,00\ 335\ 233 (\sigma' + \Delta \sigma'') \sin A_0 / (1 + v); \quad \sigma = \sigma' + (\Delta \lambda - \Delta l_0) \sin A_0;$$

$$k = \frac{\sin^2 A_0}{m \sin \lambda_0} (\Delta \lambda - \Delta l_0);$$

$$A_1 = A'_1 + k / \text{tg } A_2; \quad A_2 = A'_2 + k / \text{tg } A_1;$$

$$s = A \sigma - 20,54\ 596 [(21 + q)(7 + q)] \Delta \sigma'' \quad (2)$$

Пример решения обратной геодезической задачи приведён в табл. 2.

Таблица 2

Решение обратной геодезической задачи

Порядок действий	Элемент формулы	Численное значение	°	'	''	В долях градуса	В радианах
1	B_1		45	0	0	45	0,785398163
2	B_2		-45	12	54,2484	-45,215069	-0,789151826
3	$l = L_2 - L_1$		-173	23	6,88668	-173,3852463	-3,026143423
4	u_1					44,90380167	0,783719186
5	u_2					-45,11887217	-0,787472874
6	$m = \cos u_1 \times \cos u_2$	0,499798611					
7	σ_0					175,3199548	3,059910456
8	$\sin A'_0$	-0,705629189					
9	Δl_0				-1492,843902	-0,414678862	
10	$\lambda_0 = l + \Delta l_0$		-173	47	59,73072	-173,7999252	-3,033380934
11	σ''					175,6125643	
12	A'_1		265	0	0,45072	265,0001252	1,483532049

Порядок действий	Элемент формулы	Численное значение	°	'	″	В долях градуса	В радианах
13	A'_2		90	36	45,883944	90,61274554	-1,5601019
14	σ_1					94,99761488	1,483571492
15	σ_2					270,6101736	-1,560146789
16	$\sigma' = \sigma_2 - \sigma_1$				632205,2113	175,6125587	
17	$\sin A_0$	-0,705597792					
18	q	0,00444101000					
19	v	0,00042286391					
20	A	30,84499503					
21	$\Delta\sigma$, сек.				6,637810336	0,001843836	
22	$\Delta\lambda$, сек.				-1494,799691		
23	σ , сек.				632206,5913		
24	k				18,03812235	0,005010589	
25	A_1	265,0000716	265	0	0,25776		
26	A_2	90,6131839	90	36	47,46204		
27	s	19500000,2					

Контрольные вопросы

1. Способы определения приведённой широты.
2. Что представляет собой система геоцентрических координат?
3. Какое важное свойство геодезической линии отражает уравнение Клеро?

Лабораторная работа №3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОСКИХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ КООРДИНАТ x, y ПО ГЕОДЕЗИЧЕСКИМ КООРДИНАТАМ B, L

Цель работы: приобрести навыки решения задач, возникающих при переходе с поверхности эллипсоида на плоскость проекции Гаусса–Крюгера.

Задание: определить плоские прямоугольные координаты x, y по геодезическим координатам B, L .

Исходные данные: $B = 47^\circ 18' 39,5119'' + N''$;

$l = 8^\circ 59' 37,9735'' + N''$, где N'' – номер варианта.

Порядок выполнения работы

Для определения прямоугольных координат x и y по геодезическим координатам B и L использовать алгоритм решения и формулы с коэффициентами для эллипсоида Красовского, разработанные Куштиным И.Ф. [1]:

$$x = 6\,367\,558,497 B + (((a_{28} l^2 - a_{26}) l^2 + a_{24}) l^2 + 0,5) l^2 N - a_0 \sin B \cos B;$$

$$y = (((b_{17} l^2 + b_{15}) l^2 + b_{13}) l^2 + 1) l N \cos B, \quad (3)$$

$$\text{где } N = [(0,605 \sin^2 B + 107,155) \sin^2 B + 21\,346,142] \sin^2 B + 6\,378\,245;$$

$$a_0 = (0,7\,032 \cos^2 B - 135,3277) \cos^2 B + 32\,140,4046;$$

$$a_{24} = [(0,0\,000\,076 \cos^2 B + 0,025\,269) \cos^2 B + 0,25] \cos^2 B - 0,0\,416\,667;$$

$$a_{26} = [(0,00\,562 \cos^2 B + 0,16\,358) \cos^2 B - 0,08\,333] \cos^2 B + 0,00\,139;$$

$$a_{28} = [(0,125 \cos^2 B - 0,104) \cos^2 B + 0,014] \cos^2 B;$$

$$b_{13} = (0,00\,112\,309 \cos^2 B + 0,33\,333\,333) \cos^2 B - 0,16\,666\,667;$$

$$b_{15} = [(0,004\,043 \cos^2 B + 0,196\,743) \cos^2 B - 0,166\,667] \cos^2 B + 0,008\,333;$$

$$b_{17} = [(0,1\,429 \cos^2 B - 0,1\,667) \cos^2 B + 0,0\,361] \cos^2 B - 0,0\,002.$$

В табл. 3 приведён пример перехода от B, L к x, y по формулам (3).

Таблица 3

Переход от B, L к x, y

Порядок действий	Элемент формулы	Численное значение	В долях градуса	В радианах
1	B	$47^{\circ} 18'$ $39,5119''$	47,31097553	0,825732295
2	l	$8^{\circ} 59'$ $37,9735''$	8,993881528	0,156972845
3	N			6389809,4911
4	a_0			32078,34177
5	a_{24}			0,073795455
6	a_{26}			- 0,00180177
7	a_{28}			- 0,003398718
8	b_{13}			- 0,013192793
9	b_{15}			- 0,026314363
10	b_{17}			- 0,004950693
11	x	5281288,427		0,825732295
12	y	679838,971		

Контрольные вопросы

1. Почему при обработке геодезических измерений целесообразней использовать систему плоских прямоугольных координат?
2. Какими свойствами обладают конформные проекции?
3. Сущность проекции Гаусса-Крюгера.

Лабораторная работа №4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ КООРДИНАТ B, L ПО ПЛОСКИМ ПРЯМОУГОЛЬНЫМ КООРДИНАТАМ x, y

Цель: приобрести навыки решения задач, возникающих при переходе от плоских прямоугольных координат в проекции Гаусса–Крюгера к геодезическим на поверхности эллипсоида.

Задание: определить геодезические координаты B, L по плоским прямоугольным координатам x, y .

Исходные данные: $x = 5\,281\,288,255 + 100 N$;

$y = + 679\,838,962 + 100 N$, где N – номер варианта.

Порядок выполнения работы

Для определения геодезических координат B , L по плоским прямоугольным координатам x , y использовать алгоритм решения и формулы, разработанные Куштиным И.Ф. [1]:

$$B = B_x + (((A_{28} z^2 - A_{26}) z^2 + A_{24}) z^2 - 1) z^2 A_{22};$$

$$l = (((B_{17} z^2 + B_{15}) z^2 + B_{13}) z^2 + 1) z, \quad (4)$$

где $\beta = x/6\,367\,558,497$;

$$B_x = [(2382 \cos^2 \beta + 293\,609) \cos^2 \beta + 50\,221\,747] \sin \beta \cos \beta \cdot 10^{-10} + \beta;$$

$$A_{22} = (0,003\,369\,263 \cos^2 B_x + 0,5) \sin B_x \cos B_x;$$

$$A_{24} = [(0,0\,056\,154 - 0,0\,000\,151 \cos^2 B_x) \cos^2 B_x + 0,1\,616\,128] \times \cos^2 B_x + 0,25;$$

$$A_{26} = [(0,00\,389 \cos^2 B_x + 0,04\,310) \cos^2 B_x - 0,00\,168] \cos^2 B_x + 0,125;$$

$$A_{28} = [(0,013 \cos^2 B_x + 0,008) \cos^2 B_x - 0,031] \cos^2 B_x + 0,078;$$

$$B_{13} = (0,16\,666\,667 - 0,00\,112\,309 \cos^2 B_x) \cos^2 B_x - 0,33\,333\,333;$$

$$B_{15} = [(0,008\,783 - 0,000\,112 \cos^2 B_x) \cos^2 B_x - 0,166\,667] \cos^2 B_x + 0,2;$$

$$B_{17} = (0,1\,667 - 0,0\,361 \cos^2 B_x) \cos^2 B_x - 0,1\,429;$$

$$N_x = [(0,605 \sin^2 B_x + 107,155) \sin^2 B_x + 21\,346,142] \sin^2 B_x + 6\,378\,245;$$

$$Z = y/(N_x \cos B_x).$$

В табл. 4 приведён пример перехода от x , y к B , L .

Таблица 4

Переход от x, y к B, L

Порядок действий	Элемент формулы	Численное значение	Порядок действий	Элемент формулы	Численное значение
1	x	5 281 288,427 м	9	A_{28}	0,066 798 468
2	y	679 838,963 м	10	B_{13}	- 0,257 972 423
3	β	0,829 405 561	11	B_{15}	0,126 204 207
4	Bx	0,831 913 622	12	B_{17}	- 0,074 719 044
5	Nx	6 389 941,661	13	Z	0,157 977 706
6	A_{22}	0,249 679 640	14	B	47° 18' 39,5177"
7	A_{24}	0,324 453 475	15	l	8° 59' 37,9739"
8	A_{26}	0,13 346 7030			

Контрольные вопросы

1. Что необходимо выполнить для перехода от треугольника, сторонами которого являются геодезические линии на поверхности эллипсоида, к плоскому треугольнику проекции Гаусса-Крюгера?

2. Какими условиями определяется система координат Гаусса-Крюгера?

3. Охарактеризовать сближение меридианов в проекции Гаусса-Крюгера.

Лабораторная работа №5

**ПЕРЕВЫЧИСЛЕНИЕ КООРДИНАТ ПУНКТОВ
ИЗ ОДНОЙ КООРДИНАТНОЙ ЗОНЫ В ДРУГУЮ**

Цель: приобрести навыки перевычисления координат пунктов в систему координат соседней зоны.

Задание: перевычислить плоские координаты Гаусса-Крюгера из одной координатной зоны в другую.

Исходные данные: x, y – координаты, полученные в лабораторной работе №4; $L'_0 = 39^\circ$; $L''_0 = 45^\circ$.

Порядок выполнения работы

Для перевычисления координат пунктов из одной зоны в другую применить метод преобразования с промежуточным переходом к геодезическим координатам.

В этом методе от x' , y' пункта в первой зоне с осевым меридианом, имеющим долготу L'_0 сначала переходят к геодезическим координатам B и $L = L'_0 + l$ (эта задача уже решена в лабораторной работе №4), затем от B и L , используя разность $l'' = L - L''_0$, вычисляют координаты x'' , y'' пункта во второй зоне.

В целях контроля вычислений преобразование координат выполнить дважды, т.е. после перехода из западной зоны в восточную следует сделать обратный переход – из восточной в западную.

При решении задачи использовать формулы, приведённые в лабораторных работах №3 и №4.

В таблицах 5-7 приведён пример перевычисления координат из одной зоны в другую.

Таблица 5

Перевычисление координат из западной зоны в восточную

Порядок действий	Элемент формулы	Численное значение	В радианах
1	B	$47^\circ 18' 39,5177''$	0,825732373
2	l	$-3^\circ 00' 22,0261''$	-0,052466657
3	N		6389809,4927
4	a_0		32078,34178
5	a_{24}		0,073795436
6	a_{26}		-0,001801775
7	a_{28}		-0,003398717
8	b_{13}		-0,013192819
9	b_{15}		-0,026314365
10	b_{17}		-0,00495069
11	x	5246297,046	
12	y	-227298,8257	

Таблица 6

Переход от x, y к B, L

Порядок действий	Элемент формулы	Численное значение	Порядок действий	Элемент формулы	Численное значение
1	x	5 246 297,046 м	9	A_{28}	0,06671322
2	y	- 227 298,8257	10	B_{13}	- 0,257066059
3	β	0,8239103023	11	B_{15}	0,125335707
4	Bx	0,826420725	12	B_{17}	- 0,073987153
5	Nx	6389824,218	13	Z	- 0,052503813
6	A_{22}	0,249929671	14	B	47° 18' 39,5280"
7	A_{24}	0,325365783	15	l	- 3° 00' 22,0248"
8	A_{26}	0,133686350			

Таблица 7

Перевычисление координат из восточной зоны в западную

Порядок действий	Элемент формулы	Численное значение	В радианах
1	B	47° 18' 39,528"	0,825732373
2	l	8° 59' 37,9752"	0,156972853
3	N		6389809,4927
4	a_0		32078,34178
5	a_{24}		0,073795436
6	a_{26}		- 0,001801775
7	a_{28}		- 0,003398717
8	b_{13}		- 0,013192819
9	b_{15}		- 0,026314365
10	b_{17}		- 0,00495069
11	x	5281288,927	
12	y	679838,9405	

Контрольные вопросы

1. Когда возникает задача перевычисления координат из одной зоны в другую?
2. Какие существуют способы перевычисления координат из одной зоны в другую?
3. Преимущества и недостатки способов перевычисления координат из одной зоны в другую.

Лабораторная работа №6

РЕДУЦИРОВАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ ЛИНИИ НА ПЛОСКОСТЬ В ПРОЕКЦИИ ГАУССА–КРЮГЕРА

Цель: приобрести навыки перехода от длины и азимутов геодезической линии на эллипсоиде к дирекционному углу и длине хорды её изображения на плоскости.

Задание: выполнить редуцирование геодезической линии на плоскость в проекции Гаусса–Крюгера.

Исходные данные: географические (B, L) и плоские прямоугольные (x, y) координаты, а также азимуты (A_{12}, A_{21}) пунктов 1, 2; длина геодезической линии (s) между пунктами (табл. 8).

Таблица 8

Исходные данные

Пункт	Координаты		Азимуты	Геодезическая линия, м
	$B(x)$	$L(y)$		
1	53° 37' 53,1978" (5 963 124,81)	45° 14' 27,0144" (8 412 617,83)	12° 30' 48,8475"	19 903,005
2	53° 45' 24,1173" (5 977 314,44)	45° 17' 15,9030" (8 414 480,18)	192° 33' 04,9493"	

Порядок выполнения работы

Для выполнения задания в соответствии с вариантом принять:

$$B = B_{\text{исх}} + N \cdot 5'; \quad A = A_{\text{исх}} + N \cdot 5';$$

$$s = s_{\text{исх}} + N \cdot 1 \text{ м}; \quad x = x_{\text{исх}} + N \cdot 1 \text{ м};$$

$$y = y_{\text{исх}} + N \cdot 1 \text{ м}, \text{ где } N - \text{ номер варианта.}$$

Для редуцирования геодезической линии определяют:

- поправку в длину геодезической линии за масштаб её изображения на плоскости (редукция расстояния);
- поправку в направление за переход от азимута геодезической линии к дирекционному углу хорды (редукция направления).

Поправку Δs в длину геодезической линии за переход к её изображению на плоскости в проекции Гаусса–Крюгера определить по формуле, используемой при обработке сетей 1 класса

$$\Delta s = d - s = -\frac{s}{2R_m^2} \left(y_m^2 + \frac{\Delta y^2}{12} + \frac{y_m^4}{12R_m^2} \right). \quad (5)$$

Поправки за кривизну геодезической линии δ определить по формулам:

$$\delta_{12} = -f(x_2 - x_1) \left(y_m - \frac{y_2 - y_1}{6} - \frac{y_m^3}{3R_m^2} \right) \frac{\eta^2 t (y_2 - y_1)}{R_m^3} y_m^2; \quad (6)$$

$$= f(x_2 - x_1) \left(y_m + \frac{y_2 - y_1}{6} - \frac{y_m^3}{3R_m^2} \right) + \frac{\eta^2 t (y_2 - y_1)}{R_m^3} y_m^2, \quad (7)$$

где $f = 206265''/(2R_m^2)$; $t = \operatorname{tg} B_m$; $\eta = e'^2 \cos^2 B_m$; значения y_m , R_m , s выражаются в километрах.

В таблице 9 приведён пример редуцирования геодезической линии.

Таблица 9

Редуцирование геодезической линии

Порядок действий	Элемент формулы	Численное значение	Порядок действий	Элемент формулы	Численное значение
1	x_1	5 963, 1248 км	13	$\frac{\Delta y^2}{12}$	289 028,9602
2	x_2	5 977, 3144 км	14	$\frac{y_m^4}{12R_m^2}$	61,0018
3	y_1	412,6178 км	15	Δs	-0,1146 м
4	y_2	414,4802 км	16	d	19 902,8904
5	Δx	14,1896 км	17	f	0,0026
6	Δy	1,8624 км	18	t	0,2951
7	B_m	53,6941°	19	η^2	0,0062
8	s	19 903,0050	20	$\frac{y_m^3}{3R_m^2}$	0,5900

Продолжение табл. 9

Порядок действий	Элемент формулы	Численное значение	Порядок действий	Элемент формулы	Численное значение
9	y_m	413,5490 км	21	R_m^3	252 566 915 263,7
10	y_m^2	171 022,7795	22	δ_{12}	- 15,1134"
11	R_m	6 321,0926 км	23	δ_{21}	15,1362"
12	$2R_m^2$	79 912 423,6171			

Контрольные вопросы

1. Что понимается под редуцированием геодезической линии?
2. Что такое редукция расстояния?
3. Что такое редукция направления?

Лабораторная работа №7

РЕШЕНИЕ МАЛЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ ПО ТЕОРЕМЕ ЛЕЖАНДРА

Цель: освоить методику вычисления углов сферического треугольника как углов плоского треугольника при математической обработке геодезических построений.

Задание: решить систему сферических треугольников согласно схеме сети триангуляции и заданному варианту.

Исходные данные: длина базисной стороны, равная 14 311,32 м; значения измеренных углов треугольников (табл. 10); средняя широта построения $B_m = 53^\circ 41'$.

СХЕМА СЕТИ ТРИАНГУЛЯЦИИ

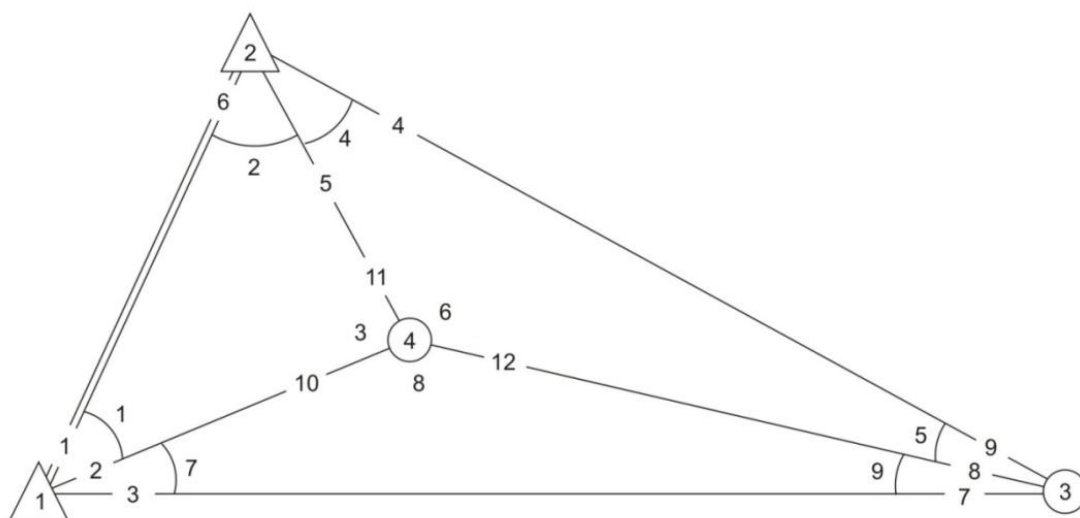


Таблица 10

Варианты заданий

№ угла	Измеренные углы	№ угла	Измеренные углы	№ угла	Измеренные углы	№ угла	Измеренные углы
	Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3		Вариант 4
1	34°36'00,91"	1	27°08'37,91"	1	36°01'42,71"	1	34°36'00,91"
2	35 53 45,80	2	20 22 35,09	2	41 37 57,38	2	35 53 45,81
3	109 30 15,29	3	132 28 49,40	3	102 20 22,80	3	109 30 15,28
4	36 25 18,22	4	26 37 55,79	4	39 41 46,00	4	27 08 40,32
5	25 46 25,08	5	44 02 46,60	5	22 28 49,31	5	20 10 52,00
6	117 48 15,50	6	109 19 18,31	6	117 49 18,89	6	132 40 29,18
7	27 08 40,29	7	28 01 08,00	7	24 07 13,00	7	35 20 08,01
8	132 40 29,21	8	118 11 52,31	8	139 50 18,21	8	117 49 15,52
9	20 10 52,00	9	33 47 02,00	9	16 02 27,00	9	26 50 37,00
	Вариант 5		Вариант 6		Вариант 7		Вариант 8
1	24 42 09,90	1	35 53 45,80	1	27 08 40,31	1	26 37 45,81
2	37 05 56,60	2	34 36 00,91	2	20 10 52,00	2	44 02 56,62
3	118 11 52,28	3	109 30 15,29	3	132 40 29,18	3	109 19 18,27
4	23 10 44,02	4	20 10 52,00	4	24 42 07,20	4	27 08 37,90
5	24 20 25,68	5	27 08 40,31	5	37 28 35,71	5	20 22 35,11
6	132 28 49,40	6	132 40 29,20	6	117 49 15,50	6	132 28 49,38
7	44 02 56,63	7	26 50 37,20	7	33 18 10,00	7	28 00 57,00
8	109 19 18,27	8	117 49 15,51	8	109 30 15,30	8	118 11 52,31
	26 37 45,80	9	35 20 06,00	9	37 11 36,11	9	33 47 08,60

	Вариант 9		Вариант 10		Вариант 11		Вариант 12
1	24 42 09,90	1	31 43 34,03	1	31 12 13,28	1	40 05 05,45
2	37 05 56,62	2	18 16 24,40	2	28 27 28,61	2	29 24 26,05
3	118 11 52,27	3	130 00 00,00	3	120 20 20,21	3	110 30 30,50
4	27 08 37,90	4	40 05 05,52	4	27 28 13,80	4	31 43 34,00
5	20 22 35,13	5	29 24 26,00	5	34 14 25,00	5	18 16 24,40
6	132 28 49,39	6	110 30 30,48	6	118 17 18,81	6	130 00 00,00
7	33 22 22,30	7	42 35 15,71	7	27 28 26,00	7	42 35 15,71
8	109 19 18,30	8	119 29 30,00	8	121 21 21,11	8	119 29 30,00
9	37 18 19,50	9	17 55 13,00	9	31 10 11,29	9	17 55 13,00
	Вариант 13		Вариант 14		Вариант 15		Вариант 16
1	27° 28'	1	18° 16'	1	40° 05'	1	26° 10' 18,70"
2	13,80"	2	24,38"	2	05,50"	2	34 20 10,00
3	34 14 25,00	3	31 43 34,02	3	29 24 26,01	3	119 29 30,01
4	118 17 18,78	4	130 00 00,00	4	110 30 30,49	4	31 43 34,00
5	31 12 13,30	5	40 05 05,52	5	31 41 46,10	5	18 16 24,40
6	28 27 28,60	6	29 24 26,00	6	18 18 13,51	6	130 00 00,01
7	120 20 20,20	7	110 30 30,48	7	130 00 00,01	7	40 05 05,50
8	27 28 26,01	8	26 10 15,71	8	42 33 15,70	8	110 30 30,51
9	121 21 21,11	9	119 29 30,00	9	119 29 30,00	9	29 24 26,00
	31 10 11,29		34 20 13,01		17 57 13,01		
	Вариант 17		Вариант 18		Вариант 19		Вариант 20
1	27 28 13,81	1	18 18 14, 40	1	29 30 00,01	1	29 08 37,30
2	34 14 25,00	2	31 41 44,00	2	29 08 37,28	2	29 30 00,00
3	118 17 18,79	3	130 00 00,00	3	121 21 21,11	3	121 21 21,11
4	31 12 13,30	4	29 24 26,01	4	31 12 13,30	4	31 12 13,30
5	28 27 28,60	5	40 05 05,49	5	28 27 28,60	5	28 27 28,59
6	120 20 20,20	6	110 30 30,51	6	120 20 20,21	6	120 20 20,20
7	27 28 27,00	7	17 57 13,00	7	32 28 28,00	7	32 05 49,50
8	121 21 21,11	8	119 29 30,01	8	118 17 19,85	8	118 17 18,80
9	31 10 10,29	9	42 33 15,68	9	29 14 10,80	9	29 36 49,80

Общие положения

Решение сферического треугольника по теореме Лежандра состоит в следующем: каждый из углов сферического треугольника уменьшают на одну треть сферического избытка ε . В результате этого получают углы плоского треугольника и, оставляя стороны сферического треугольника без изменений, решают его как плоский по теореме синусов.

Порядок выполнения работы

1. Вычисляют приближённые значения длин сторон треугольников по теореме синусов и сферические избытки по формуле

$$\varepsilon'' = f ab \sin C, \quad (8)$$

где a и b – длины сторон треугольника;

$$f = \frac{\rho''}{2R_m^2};$$

$R_m = \sqrt{MN}$ – средний радиус кривизны эллипсоида для средней широты B_m .

При вычислении сферического избытка длины сторон треугольника выражаются в километрах.

2. Находят исправленные углы с учётом сферического избытка и решают плоские треугольники.

Пример решения сферических треугольников по теореме Лежандра приведен в табл. 11, 12.

Таблица 11

Приближённое решение треугольников

Номер треуголь- ника	Номер угла	Измеренные Углы ° ' "	Синусы углов	Длины сторон, км
1	1	37 11 06,71	0,60439	9,187
	2	33 06 57,22	0,54633	8,305
	3	109 41 57,09	0,94147	14, 311
	Σ	180 00 01,02		
	ε	00,18		
	w	00,83		
2	4	25 12 57,38	0,42603	9,094
	5	25 29 36,30	0,43041	9,187
	6	129 17 25,12	0,77395	16,520
	Σ	179 59 59,20		
	ε	00,17		
	w	- 01,37		
3	7	30 57 52,93	0,51451	9,094
	8	121 00 37,29	0,85707	15,149
	9	28 01 30,30	0,46986	8,305
	Σ	180 00 01,32		
	ε	00,17		
	w	00,35		

Таблица 12

Решение треугольников с исправленными углами

Номер тре- уголь- ника	Но- мер угла	Уравненные углы ° ' "	$-\varepsilon''/3$	Плоские углы ° ' "	Синусы углов	Длины сторон, м
1	1	37 11 06,43	-0,06	37 11 06,37	0,60439199	9 187,328
	2	33 06 56,94	-0,06	33 06 56,88	0,54633295	8 304,776
	3	109 41 56,81	-0,06	109 41 56,75	0,94147586	14 311,320
	Σ	180 00 00,18		180 00 00,00		
2	4	25 12 57,84	-0,06	25 12 57,78	0,42603274	9 093,910
	5	25 29 36,76	-0,05	25 29 36,71	0,43040918	9 187,328
	6	129 17 25,57	-0,06	129 17 25,51	0,77394611	16 520,319
	Σ	180 00 00,17		180 00 00,00		
3	7	30 57 52,81	-0,06	30 57 52,75	0,51450917	9 093,910
	8	121 00 37,17	-0,05	121 00	0,85707460	15 148,728
	9	28 01 30,19	-0,06	28 01 30,13	0,46985733	8 304,692
	Σ	180 00 00,17		180 00 00,00		

Контрольные вопросы

1. Что значит решить треугольник?
2. Почему решение сфероидических треугольников заменяется решением сферических треугольников?
3. Какие способы применяются для решения сферических треугольников?
4. Сущность теоремы Лежандра.

Требования к отчету

Отчет составляется каждым студентом на листах А4 и подшивается в папку.

В текстовой части последовательно излагается содержание выполненной работы с вычерчиванием соответствующих схем и приложением распечаток вычислений в программе Excel.

Выполненная работа защищается индивидуально при собеседовании по контрольным вопросам.

Список рекомендуемой литературы

1. Куштин И. Ф. Геодезия: учебно-практическое пособие / И. Ф. Куштин, В. И. Куштин. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2009. – 909 с.
2. Морозов, В. П. Курс сфероидической геодезии. – Москва: Недра, 1979.– 296 с.
3. Основные положения о ГГС. – Москва: ЦНИИГАиК, 2002. – 5 с.
4. Практикум по высшей геодезии (вычислительные работы): учеб. пособие для вузов / Н. В. Яковлев, Н. А. Беспалов, В. П. Глумов [и др.]. – Москва: Недра, 1982. – 368 с.

Составитель
Анатолий Григорьевич Изместьев

СФЕРОИДИЧЕСКАЯ ГЕОДЕЗИЯ

Методические указания к лабораторным работам
для студентов направления подготовки 21.05.04 «Горное дело»,
образовательная программа «Маркшейдерское дело», всех форм обучения

Печатается в авторской редакции

Подписано в печать 15.02.2016. Формат 60×84/16.
Бумага офсетная. Отпечатано на ризографе.
Уч.-изд. л. 1,2. Тираж 20 экз. Заказ
КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Весенняя, 28.
Издательский центр КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Д. Бедного, 4 А.