

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Кузбасский государственный технический университет»

Кафедра маркшейдерского дела, кадастра и геодезии

А. Н. Соловицкий

Сфероидическая геодезия

Методические указания к лабораторным и самостоятельным работам

Рекомендовано учебно-методической комиссией по направлению подготовки специалистов 130400 «Горное дело», специализация «Маркшейдерское дело» для использования в учебном процессе

Кемерово 2014

Рецензенты

Бакланов Е. В. – член учебно-методической комиссии по направлению подготовки специалистов 130400 «Горное дело», специализация «Маркшейдерское дело».

Игнатов Ю. М. – председатель учебно-методической комиссии по направлению подготовки специалистов 130400 «Горное дело», специализация «Маркшейдерское дело».

Соловицкий Александр Николаевич. Сфероидическая геодезия: методические указания к лабораторным и самостоятельным работам по дисциплине «Сфероидическая геодезия» [Электронный ресурс] для студентов V курса по направлению подготовки специалистов 130400 «Горное дело», специализация «Маркшейдерское дело»/ А. Н. Соловицкий. – Систем. требования : Pentium IV ; ОЗУ 8 Мб ; Windows 2000 ; мышь. – Загл. с экрана.

Методические указания к лабораторным и самостоятельным работам составлены в соответствии с рабочей программой. Содержание методических указаний включает порядок выполнения практических работ и контрольные вопросы.

© КузГТУ, 2014

© Соловицкий А. Н., 2014

Целью освоения дисциплины «Сфероидическая геодезия» является теоретическое освоение студентами основных её разделов и методически обоснованное понимание возможности и роли курса при решении задач, связанных с маркшейдерским обеспечением геотехнологии освоения недр.

Задачи дисциплины:

- изучение основных теоретических положений о земном эллипсоиде как основной поверхности относимости, решение главных геодезических задач, искажениях, обусловленных выбором параметров эллипсоида и исходного пункта;
- выбор метода построения геодезической сети и её математической обработки,
- важнейшие картографические проекции;
- основные понятия из геодезической астрономии;
- учет неоднородностей характеристик гравитационного поля на результаты геодезических и маркшейдерских измерений.

Освоение дисциплины направлено на приобретение теоретических знаний и практических навыков по использованию поверхности относимости для решения главных геодезических задач и построения опорных геодезических сетей на горных предприятиях, а также их математической обработки, способствующие формированию специалиста в области маркшейдерского дела.

Дисциплина «Сфероидическая геодезия» относится к базовой части профессионального цикла С.3 и опирается на знания геодезии, начертательной геометрии, инженерной графики, физики, математики. Она является дисциплиной формирующей у студентов общее представление о земном эллипсоиде и его роли как основной поверхности относимости при решении задач, связанных с маркшейдерским обеспечением геотехнологии освоения недр. При ее изучении студент знакомится со всем спектром вычислительных задач и трудностями их решения. Это позволяет осознано подойти в дальнейшем к изучению других дисциплин профессионального цикла, таких как «Геомеханика», «Маркшейдерское дело», «Проектирование шахт» «Комплексное освоение недр» и др., в рамках которых происходит более подробное рассмотрение всех аспектов маркшейдерского обеспечения геотехнологии освоения недр.

Общая трудоемкость дисциплины 180 часов, в т. ч. лабораторные занятия – 34 часа, а самостоятельная работа - 84 часа (табл. 1-3).

Тематика лекционных занятий

Семестр 9			
Неделя семестра	Раздел дисциплины (темы лекций и их содержание)	Объем в часах	
		ОФ	ЗФ
1	2	3	4
1	1. Введение. Цель и задачи учебной дисциплины, ее связь со смежными дисциплинами, ее роль в становлении и развитии маркшейдерского обеспечения геотехнологии освоения недр.	2	
2, 3	2. Земной эллипсоид, его элементы. Геоид. Прямая и обратная задачи на эллипсоиде. Искажения в геодезических сетях, обусловленные выбором поверхности относительности. Искажения, обусловленные выбором параметров эллипсоида и исходного пункта.	4	2
4,5	3. Геодезические сети и этапы их создания. Понятие о выгоднейшей форме сети. Понятия о системах высот. Классификация нивелирных сетей. Сущность геометрического и тригонометрического нивелирования. Понятия о системах высот. Классификация нивелирных сетей. Сущность геометрического и тригонометрического нивелирования. Выбор метода построения геодезической сети.	4	2
6,7	4. Методы обработки результатов измерений. Понятие о редуциях геодезических измерений.	4	1
8,9	5. Важнейшие картографические проекции. Классификация. Выбор проекции.	4	2
10,11	6. Основные понятия из геодезической астрономии. Общие принципы определения широты, долготы и азимута. Звездное и солнечное время, всемирное, поясное и декретное время. Понятие об определении координат точки земной поверхности с использованием ИСЗ.	4	1
12, 13	7. Учет неоднородностей характеристик гравитационного поля на результаты геодезических и маркшейдерских измерений. Характеристики гравитационного поля и их пространственно-временной спектр.	4	

Тематика самостоятельной работы

Семестр 9			
Неделя семестра	Раздел дисциплины (темы лекций и их содержание)	Самостоятельная работа в часах	
		ОФ	ЗФ
1	2	3	4
1	1. Введение. Цель и задачи учебной дисциплины, ее связь со смежными дисциплинами, ее роль в становлении и развитии маркшейдерского обеспечения геотехнологии освоения недр [1, 7, 8].	12	23
2, 3	2. Земной эллипсоид, его элементы. Геоид. Прямая и обратная задачи на эллипсоиде {с. 118–183 [1]}. Искажения в геодезических сетях, обусловленные выбором поверхности относительности. Искажения, обусловленные выбором параметров эллипсоида и исходного пункта [1, 7, 8].	12	23
4,5	3. Геодезические сети и этапы их создания {с. 3–13 [3]; с. 35–73 [5]}. Понятие о выгоднейшей форме сети. Понятия о системах высот. Классификация нивелирных сетей. Сущность геометрического и тригонометрического нивелирования. Понятия о системах высот. Классификация нивелирных сетей. Сущность геометрического и тригонометрического нивелирования {с. 308–311 [3]; с. 359–381 [5]}. Выбор метода построения геодезической сети [1, 7, 8].	12	24
6,7	4. Методы обработки результатов измерений. Понятие о редуциях геодезических измерений [1, 7, 8].	12	23
8,9	5. Важнейшие картографические проекции. Классификация. Выбор проекции {с. 43–60 [4]}, [1, 7, 8].	12	23
10,11	6. Основные понятия из геодезической астрономии. Общие принципы определения широты, долготы и азимута {с. 170–232 [6]}. Звездное и солнечное время, всемирное, поясное и декретное время. Понятие об определении координат точки земной поверхности с использованием ИСЗ [1, 7, 8].	12	23
12, 13	7. Учет неоднородностей характеристик гравитационного поля на результаты геодезических и маркшейдерских измерений. Характеристики гравитационного поля и их пространственно-временной спектр {с. 10–31 [5]}, [1, 7, 8].	12	

Тематика лабораторных занятий

Семестр 9				
Неделя семестра	№ раздела	Наименование работы	Объем в часах	
			ОФ	ЗФ
1	2	3	4	5
5	2	Прямая геодезическая задача	6	2
6	2	Обратная геодезическая задача	4	–
7	5	Вычисление прямоугольных координат X, Y по геодезическим B, L	4	2
8	5	Вычисление геодезических координат B, L по прямоугольным X, Y .	4	2
9		Перевычисление координат пунктов из одной системы в другую.	4	–
10	5	Перевычисление координат из зоны в другую.	4	–
11	4	Редуцирование расстояний на плоскость в проекции Гаусса – Крюгера	4	2
12	4	Решение малых сферических треугольников по теореме Лежандра.	4	2
		Итого	34	10

Контрольная работа состоит из теоретического вопроса и двух практических (расчетных). Темы теоретических вопросов отражают содержание тех разделов, которые не рассматривались на лекциях, но которые предусмотрены для самостоятельного. Например: искажения в геодезических сетях, звездное и солнечное время, всемирное, поясное и декретное время и т.д.

В практической части выполняются вычисления по индивидуальным исходным данным. Все вопросы, рассматриваемые в контрольной работе, изучаются студентами самостоятельно. Задание выдается на установочной лекции заранее. Изучение вопросов и выполнение работы производится в течение нескольких месяцев перед сессией, в которой изучается эта дисциплина на занятиях с преподавателем, что соответствует принципам заочного обучения.

Лабораторная работа № 1 Прямая геодезическая задача

Цель работы: Изучить элементы земного эллипсоида и ознакомиться с методикой решения прямой геодезической задачи (ПГЗ).

Порядок выполнения работы

1. Изучить способы решения ПГЗ [1, с. 165–178; 3, с. 99–101].

Составной частью математической обработки в системе геодезических координат являются главные геодезические задачи (ГГЗ): прямая (ПГЗ) и обратная (ОГЗ). При их решении принято считать расстояния от 20 до 200 км – малыми; от 200 до 800 км – средними; свыше 800 км – большими.

ПГЗ. Имеем координаты только начальной точки 1 (B_1, L_1), начальный геодезический азимут A_{12} и длину геодезической линии S_{12} . Необходимо получить координаты второй точки 2 (B_2, L_2) и обратный азимут A_{21} .

Рассмотрим методику решения геодезических задач при малых расстояниях с применением только ПЭВМ и калькуляторов.

Различаются два пути решения главных геодезических задач:

- прямой;
- косвенный.

Прямой путь решения главных геодезических задач при расстояниях, соизмеримых со сторонами треугольника I-го класса 30-50 км, связан с решением треугольника, в котором стороны составляют несколько тысяч километров. При решении таких треугольников с надлежащей точностью возникают определенные трудности – требуется применение 10-значных таблиц тригонометрических функций.

Косвенный путь решения задач состоит в отыскании малых разностей широт, долгот и азимутов, которые нетрудно представить в форме рядов разложения по степеням S .

Способы решения главных геодезических задач, основанные на разложении в ряды разностей широт, долгот и азимутов с последующим применением логарифмов, утратили свое назначение и в настоящее время заменены методикой прямых вычислений на ПЭВМ

2. Вычислить координаты B_2, L_2 и обратный азимут A_{21} по данному варианту (табл. 4). Исходные данные: B_1, L_1, A_{12}, S_{12} .

3. Пример решения прямой геодезической задачи приведён в

табл. 5.

Рабочие формулы:

$$\begin{aligned}
 V_1 &= \sqrt{1+e^2 \cos^2 B_1}, \quad \sigma = \frac{s}{c} V_1^2, \\
 u_0 &= \sigma \cos A_{12}, \quad v_0 = \sigma \sin A_{12}, \\
 u &= u_0 \left(1 + \frac{v_0^2}{3}\right), \quad v = v_0 \left(1 - \frac{u_0^2}{6}\right), \\
 B_0 &= B_1 + \rho'' u \left[V_1 - \frac{e^2}{4} u (3 \sin 2B_1 + 2u \cos 2B_1) \right], \\
 V_0 &= \sqrt{1+e^2 \cos^2 B_0}, \\
 \gamma &= \frac{v V_0}{V_1^2}, \quad \lambda = \frac{\gamma}{\cos B_0}, \quad \tau = \lambda \sin B_0, \\
 l'' &= \lambda \left(1 - \frac{\tau^2}{3}\right) \rho'', \\
 t &= \tau \left(1 - \frac{\lambda^2 + \tau^2}{6}\right), \\
 d'' &= \frac{t \gamma}{2} \left(1 + \frac{\lambda^2}{12}\right) V_0^2 \rho'', \\
 B_2 &= B_0 - d'', \quad L_2 = L_1 + l'' \\
 \varepsilon &= \frac{uv}{2}, \\
 A_2 &= A_1 + 180^\circ + (t - \varepsilon) \rho''.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Координаты первой точки, общие для всех вариантов:

$$B_1 = 55^\circ 47' 37''.4350$$

$$L_1 = 40^\circ 20' 45''.1200$$

Таблица 4

Исходные данные

№	A_{12}			$S_{12}, \text{ м}$
	Градусы	Минуты	Секунды	
1	105	10	30.200	24227.411
2	105	10	39.335	24176.053
3	105	10	48.214	24246.452
4	105	10	16.985	24235.791

5	105	10	02.390	24236.450
6	105	10	47.134	24274.400
7	105	10	15.157	24227.411
8	105	10	05.948	24234.301
9	105	11	08.365	24191.511
10	105	09	48.168	24203.167
11	105	09	33.369	24258.984
12	105	11	28.415	24222.435
13	105	11	04.877	24279.02
14	105	10	02.125	24183.452
15	105	10	11.202	24240.881
16	105	11	09.200	24205.279
17	105	10	45.750	24235.222
18	105	11	17.862	24156.716
19	105	10	19.980	24186.109
20	105	10	14.065	24193.951
21	105	10	52.422	24197.567
22	105	11	03.533	24235.110
23	105	09	45.756	24252.248
24	105	09	34.645	24208.824
25	105	10	41.311	24190.252

Таблица 5

Решение прямой геодезической задачи на малые расстояния
по формулам Шрайбера-Изотова.

Величина	Значение	Величина	Значение
B_1	$55^0 47' 37''.4350$	λ	$6.499041865 \times 10^{-3}$
L_1	40 20 45,1200	τ	$5.371195765 \times 10^{-3}$
A_{12}	105 10 16.985	l''	1340.5106
V_1	1.001064254	t	$5.371132128 \times 10^{-3}$
σ	0.003795085	d''	2.0311
U_0	-0.000993201	B_2	$55^0 44' 10''.3216$
U	$-9.932055964 \times 10^{-4}$	L_2	40 43 05.6306

Величина	Значение	Величина	Значение
ϑ_0	$3.662816613 \times 10^{-3}$	ε	$-1.81896468 \times 10^{-6}$
ϑ	$3.662816011 \times 10^{-3}$	A_{21}	$285^0 28' 45''.2357$
β_0	$55^0 44' 12''.3527$		
V_0	1.001067367		
γ	$3.658933365 \times 10^{-3}$		

При расстояниях между пунктами не более 100 км формулы (1) позволяют определять геодезические координаты с точностью до 0,0001" и азимуты с точностью до 0,001". При расстояниях до 600 км эти формулы обеспечивают получение координат с точностью до 0,1". Для решения прямой геодезической задачи на малые расстояния применяют более простые формулы, чем для больших расстояний.

Контрольные вопросы:

1. Как формулируется ПГЗ на эллипсоиде?
2. Построить чертёж, поясняющий решение ПГЗ.
3. Как классифицируются способы решения ПГЗ?

Лабораторная работа № 2 Обратная геодезическая задача

Цель работы: Изучить элементы земного эллипсоида и ознакомиться методикой решения обратной геодезической задачи (ОГЗ).

Порядок выполнения работы

1. Изучить способы решения ОГЗ (с. 165–178 [1], 99–101 [3]).
ОГЗ. Имеем координаты точек 1 (B_1, L_1) и 2 (B_2, L_2). Необходимо найти длину геодезической линии S_{12} и азимуты A_{12}, A_{21} .
2. Вычислить A_1, s и A_2 по заданному варианту (табл. 1). Исходные данные: B_1, L_1, B_2, L_2 (лабораторная работа 1).
Рабочие формулы:

$$\left. \begin{aligned} b &= \frac{B_2 - B_1}{\rho''}, & l &= \frac{L_2 - L_1}{\rho''}, & B_m &= \frac{1}{2}(B_1 + B_2), \\ \eta_m^2 &= e'^2 \cos^2 B_m, & N_m &= \frac{c}{\sqrt{1 + \eta_m^2}}, & M_m &= \frac{N_m}{1 + \eta_m^2}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} Q &= s \cos A_m = b M_m \left[1 - \frac{2l^2 (l \sin B_m)^2}{24} \right], \\ P &= s \sin A_m = l \cos B_m N_m \left[1 + \frac{b^2 (l \sin B_m)^2}{24} \right], \\ ta'' &= l \sin B_m \left[1 + \frac{3b^2 2l^2 - 2(l \sin B_m)^2}{24} \right], \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} tg A_m &= \frac{P}{Q}, & s &= Q \cos A_m + P \sin A_m = \sqrt{Q^2 + P^2}, \\ A_1 &= A_m - \frac{a''}{2}, & A_2 &= A_m + \frac{a''}{2} \pm 180^\circ. \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

где $l = L_2 - L_1$; $B = 0,5(B_1 + B_2)$.

Контрольные вопросы:

1. Как формулируется ОГЗ на эллипсоиде?
2. Построить чертёж, поясняющий решение ОГЗ.
3. Как классифицируются способы решения ОГЗ?

Лабораторная работа № 3 Вычисление прямоугольных координат X и Y по геодезическим B и L

Цель работы: Освоить методику перехода от геодезических координат B и L к плоским прямоугольным координатам X и Y в проекции Гаусса-Крюгера

Порядок выполнения работы

1. Изучить математический аппарат для перехода от геодезических координат к прямоугольным с помощью ПЭВМ (с.222–226 [1]).
2. Вычислить плоские прямоугольные координаты X и Y по геодезическим B и L.

3. Контрольный пример вычисления прямоугольных координат по геодезическим (табл. 6).

3. Рабочие формулы для перехода от геодезических координат к прямоугольным с помощью ПЭВМ:

$$x = 6367558,4969 \frac{B''}{\rho''} - \{a_0 - [0,5 + (a_4 + a_6 l^2)] \cdot l^2 N\} \sin B \cos B, \quad (5)$$

$$y = [1 + (b_3 + b_5 l^2)] \cdot l N \cos B$$

$$l = \frac{(L - L_0)''}{\rho''},$$

$$N = 6399698,902 - [21562,267 - (108,973 - 0,612 \cos^2 B) \cos^2 B] \cos^2 B,$$

$$a_0 = 32140,404 - [135,3302 - (0,7092 - 0,0040 \cos^2 B) \cos^2 B] \cos^2 B,$$

$$a_4 = (0,25 + 0,00252 \cos^2 B) \cos^2 B - 0,04166,$$

$$a_6 = (0,166 \cos^2 B - 0,084) \cos^2 B,$$

$$b_3 = (0,3333333 + 0,001123 \cos^2 B) \cos^2 B - 0,1666667,$$

$$b_5 = 0,0083 - [0,1667 - (0,1968 + 0,0040 \cos^2 B) \cos^2 B] \cos^2 B.$$

Сближение меридианов γ вычисляется по формуле:

$$\operatorname{tg} \gamma = \left\{ (l^2 + 0,0045) \cos^2 B + 1 \right\} \rho / 00674 l^3 \cos^4 B + \operatorname{tg} l \} \sin B. \quad (6)$$

Таблица 6

Вычисление прямоугольных координат по геодезическим

№	Формулы	Результаты
1	B	$55^{\circ}44'09'',0040$
2	B''	$200649,0040$
3	B'' / ρ''	$0,972773822$
4	$\sin B$	$0,826450578$
5	$\cos B$	$0,563009272$
6	$\cos^2 B$	$0,316979441$
7	$l^0 = L - L_0$	$1^{\circ}43'07'',7590$
8	l''	$6187,7590$
9	$l = l'' / \rho''$	$0,029999102$
10	N	$6392875,036$
11	a_0	$32097,57824$

№	Формулы	Результаты
12	a_4	0,037838059
13	a_6	-0,009947262
14	b_3	-0,060894062
15	b_5	-0,024639407
16	$\sin B \cos B$	0,465299339
17	Nl^2	5753,243089
18	x	6180597,816
19	y	107968,287
20	$tg\gamma$	0,02480023
21	γ	1°25'14",370

Контрольные вопросы

1. Пояснить на чертеже переход от геодезических координат к прямоугольным.
2. Охарактеризовать проекцию Гаусса-Крюгера.
3. Пояснить связь дирекционного угла и геодезического азимута.
4. Пояснить на чертеже расхождение прямого и обратного геодезических азимутов.
5. Пояснить методику вычисления прямоугольных координат по геодезическим с использованием таблиц и ПЭВМ.
6. Для чего вводится в направление поправка за кривизну изображения геодезической линии?

Лабораторная работа № 4

Вычисление геодезических координат по плоским прямоугольным

Цель работы: Освоить методику вычисления геодезических координат по плоским прямоугольным.

Порядок выполнения работы

1. Изучить методику вычисления геодезических координат по плоским прямоугольным (с.226-231[1]).
2. Вычислить геодезические координаты по прямоугольным X и Y, полученным в лабораторной работе № 2 с заданной точностью.
3. Контрольный пример вычисления по плоским прямоугольным координатам (табл. 7).

Рабочие формулы:

$$B = B_x + \left[\left(\left(A_{28} z^2 - A_{26} \right) z^2 + A_{24} \right) z^2 - 1 \right] z^2 A_{22} ;$$

$$l = \left[\left(\left(B_{17} z^2 + B_{15} \right) z^2 + B_{13} \right) z^2 + 1 \right] z ;$$

$$\beta = \frac{x}{6367558.497}$$

$$z = \frac{y}{N_x \cos B_x} \quad (7)$$

$$B_x = \left[\left(2382 \cos^2 \beta + 293609 \right) \cos^2 \beta + 50221747 \right] \sin \beta \cos \beta 10^{-10} + \beta$$

$$A_{22} = \left[0.003369263 \cos^2 B_x + 0.5 \right] \sin B_x \cos B_x ,$$

$$A_{24} = \left[\left(0.0056154 - 0.0000151 \cos^2 B_x \right) \cos^2 B_x + 0.1616128 \right] \cos^2 B_x + 0.25$$

$$A_{26} = \left[\left(0.00389 \cos^2 B_x + 0.04310 \right) \cos^2 B_x - 0.00168 \right] \cos^2 B_x + 0.125,$$

$$A_{28} = \left[\left(0.013 \cos^2 B_x + 0.008 \right) \cos^2 B_x - 0.031 \right] \cos^2 B_x + 0.078,$$

Таблица 7

Вычисление геодезических координат по плоским прямоугольным

Величина	Значение	Величина	Значение
β	0.970638561	Z	0.030006681
B_x	0.972983655	B	55°44'09".0000
N_x	6392879.233	B_{13}	-0.280648668
A_{22}	0.233107791	B_{15}	0.1480467
A_{24}	0.301759417	B_{12}	-0.093714791
A_{26}	0.128916646	l	1°43'07".7590
A_{28}	0.069395777		

Контрольные вопросы

1. Пояснить методику вычисления геодезических координат по плоским прямоугольным.
2. Как геометрически иллюстрируется эта задача?

Лабораторная работа № 5
**Перевычисление плоских прямоугольных координат
из одной зоны в другую**

Цель работы: Освоить методику вычисления координат пунктов в смежных зонах.

Порядок выполнения работы

1. Изучить способы перевычисления плоских прямоугольных координат из одной зоны в другую (§50[1]).
2. Вычислить координаты пункта, полученные в лабораторной работе № 3, в смежной зоне (табл. 8).

Таблица 8

Перевычисление плоских прямоугольных координат
из одной зоны в другую

№	Формулы	Результаты
1	B	$55^{\circ}44'09''.0040$
2	B''	$200649''.0040$
3	B'' / ρ''	0.972773839
4	$\sin B$	0.826450588
5	$\cos B$	0.563009259
6	$\cos^2 B$	0.316979426
7	$l^0 = L - L_0$	$-5^{\circ}43'07''.7590$
8	l''	-15412.241
9	$l = l'' / \rho''$	-0.074720654
10	N	6392875.037
11	a_0	32097.57824
12	a_4	0.037838056
13	a_6	-0.009947263
14	b_3	-0.060894068
15	b_5	-0.024639407
16	$\sin B \cos B$	0.465299333
17	Nl^2	35692.54756

№	Формулы	Результаты
18	x	6187566.708
19	y	-268846.512
20	$tg\gamma$	-0.061868346
21	γ	$-3^{\circ}32'25''.020$

Долгота осевого меридиана смежной зоны $L_0 = 45^{\circ}$.

2. Изучить способы перевычисления плоских прямоугольных координат из одной зоны в другую (§50[1]).

Контрольные вопросы

1. В каких случаях необходимо иметь координаты пунктов в смежных зонах?
2. В чём преимущество и недостатки табличного и нетабличного пути перевычисления плоских прямоугольных координат из зоны в зону?

Лабораторная работа № 6 Перевычисление координат пунктов из одной системы в другую

Цель работы: Знакомство с системами координат и связями между ними

Порядок выполнения работы

1. Изучить методы определения координат в разных системах [1, 7, 8].

Кроме системы плоских прямоугольных координат СК-95 в проекции Гаусса - Крюгера используются и другие. При этом спутниковые методы определения координат используют наибольшее количество систем:

- плоскую прямоугольную;
- геодезическую;
- пространственную геоцентрическую.

Их взаимосвязь между собой определяется следующим образом.

1. Вычисляем по прямоугольным координатам, геодезические координаты, используем геометрические параметры.
2. Вычисляем геодезические высоты
3. Преобразуем геодезические координаты к геоцентрическим

4. Сравним геоцентрические координаты исходных пунктов в 2 системах и определяем параметры преобразования

5. Выполняем преобразование всех геоцентрических координат пунктов сети

6. Выполняем преобразование геоцентрических координат в геодезические.

7. Вычисление плоских прямоугольных координат для всех пунктов сети по геодезическим.

8. Вычисление нормальных высоты для всех пунктов.

2. Для заданного варианта геоцентрических координат X_c, Y_c, Z_c точек по их геодезическим координатам B_2, L_2, H_2 .

3. Координаты X_c, Y_c, Z_c вычисляются по формулам:

$$X_c = (N_1 + H) \cdot \cos B \cdot \cos L,$$

$$Y_c = (N_1 + H) \cdot \cos B \cdot \sin L,$$

$$Z_c = [N_1 \cdot (1 - e^2) + Z] \cdot \sin B,$$

(8)

где e – первый эксцентриситет меридианного эллипса; H – нормальная высота точки; N_1 – радиус кривизны сечения первого вертикала.

4. Вычислить геодезические координаты B, L точек по их геоцентрическим координатам X_c, Y_c, Z_c .

Широта B вычисляется методом последовательных приближений по формуле

$$B_n = \arctg \left| \frac{Z_c}{S} \cdot (1 - \beta_0 \cdot \gamma_{n-1}) \right|,$$

(9)

где неизвестные величины вычисляем следующим образом:

$$S = \sqrt{X_c^2 + Y_c^2},$$

$$\beta_0 = \frac{e^2 \cdot a}{S},$$

$$\gamma_{n-1} = \frac{\cos B_{n-1}}{\varpi_{n-1}},$$

$$\varpi_{n-1} = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_{n-1}},$$

$$B_1 = \arctg \frac{Z_c}{S}.$$

(10)

Вычисления заканчиваются при соблюдении неравенства:

$$|B_n - B_{n-1}| < 0,000001.$$

(11)

Долгота L вычисляется по формуле

$$L = \operatorname{arctg} \left(\frac{Y_c}{X_c} \right)$$

(12)

Контрольные вопросы

1. Охарактеризовать основные методы перевычисления координат из системы в систему.
2. Пояснить на чертеже сущность перевычисления координат из одной системы в другую для этой лабораторной работы.

Лабораторная работа № 7 Редуцирование расстояний на плоскость в проекции Гаусса – Крюгера

Цель работы: Освоить методику редуцирования длин линий.

Порядок выполнения работы

1. Изучить методику редуцирования длин линий на поверхность эллипсоида (§20 [1]), а затем на плоскость в проекции Гаусса-Крюгера (§46 [1]).

Редуцирование – это введение малых поправок.

2. Выполнить редуцирование базисной стороны согласно заданному варианту на поверхность эллипсоида, а затем на плоскость в проекции Гаусса-Крюгера (контрольный пример табл. 9,10).

Рабочие формулы:

Редуцирование стороны на эллипсоид:

$$\Delta L_{\text{эл}} = -S \cdot \frac{H_m}{R_m} + S \cdot \frac{H_m^2}{R_m^2}, \quad (13)$$

$\Delta L_{\text{эл}}$ – поправка в длину линии за переход от поверхности Земли на эллипсоид Красовского; H_m – средняя отметка измеренной линии; R_m – средний радиус Земли.

Редуцирование стороны на плоскость проекции Гаусса-Крюгера:

$$\Delta D_{rk} = L_{\text{эл}} \cdot \frac{Y_m^2}{2R_m^2} + L_{\text{эл}} \cdot \frac{Y_m^4}{24R_m^4}, \quad (14)$$

$$D_{rk} = L_{\text{эл}} + \Delta D_{rk}, \quad (15)$$

где ΔD_{rk} – поправка в линию за переход от эллипсоида к плоскости в проекции Гаусса-Крюгера; Y_m – средняя ордината концов линии.

$$R_m = (MN)^{-0,5}, \quad (16)$$

где M – радиус кривизны меридиана; N – радиус кривизны I- вертикала.

Таблица 9

Редуцирование базисной стороны на поверхность эллипсоида

Величина	Значение
S_{AB}	16118.424
H_m	125.1м

Величина	Значение
R_m	6364717.9м
$\frac{H_m}{R_m}$	0.00001965523
$-S_{AB} \frac{H_m}{R_m} = \Delta L_1$	-0.317
H_m^2	15650.01м ²
R_m^2	4050963×10 ⁻⁷ м ²
$\frac{H_m^2}{R_m^2}$	0.038×10 ⁻⁷
$S_{AB} \frac{H_m^2}{R_m^2} = \Delta L_2$	0.000м
$L_{ЭЛ} = S_{AB} + \Delta L_1 + \Delta L_2$	16118.107м

Исходные данные:

$$H_m = 520 \text{ м} + 25 \cdot N \text{ м};$$

$$Y_m = 51301 \text{ м} + 1015 \cdot N \text{ м};$$

$$B_m = 50^\circ 44' + 0^\circ 20' \cdot N \text{ (} N \text{ – варианта).}$$

Таблица 10

Редуцирование базисной стороны на плоскость
в проекции Гаусса-Крюгера

Величина	Значение
Y_m	45км
Y_m^2	2025км ²
R_m	6364.71км
$2R_m^2$	81019066км ²
$\frac{Y_m^2}{2R_m^2}$	2.49941×10 ⁻⁵

Величина	Значение
$L_{\text{ЭЛ}} \cdot \frac{Y_m^2}{2R_m^2} = \Delta L'_1$	0.403м
$L_{\text{ЭЛ}} \frac{Y_m^4}{24R_m^4} = \Delta L'_2$	0.000м
$D_{\text{ГК}} = L_{\text{ЭЛ}} + \Delta L'_1 + \Delta L'_2$	16118.510м

Контрольные вопросы:

1. Какие величины необходимо знать для редуцирования линий на поверхность эллипсоида?

Лабораторная работа № 8

Решение малых сфероидических треугольников по теореме Лежандра

Цель работы: Освоить методику вычисления плоских углов треугольников по измеренным их значениям с помощью теоремы Лежандра.

Порядок выполнения работы

1. Изучить теорему Лежандра (§21, 23 [1]).
2. Для цепочки треугольников согласно заданному варианту (табл. 11) вычислить по теореме синусов приближённое значение длин сторон и сферические избытки (табл. 12).

Измеренные углы для любого варианта вычисляются путем добавления поправок в секундах к базовым значениям (табл. 11).

Сумма измеренных углов любого варианта не должна отличаться от 180° более чем на $2''$.

Таблица 11

Исходные данные

№ треугольников	Название вершин	Измеренные углы (Базовый вариант)	Поправки согласно варианту N
1	Исток	$65^\circ 43' 11''.10$	$+N''.0N$
	Орёл	$44^\circ 33' 44''.30$	-
	Лесной	$69^\circ 43' 04''.80$	$- N''.0N$

№ треугольников	Название вершин	Измеренные углы (Базовый вариант)	Поправки согласно варианту N
		180°00'00".20	
2	Север	39°21'33".90	+N".0N
	Исток	76°28'51".80	-
	Лесной	64°09'36".20	- N".0N
		180°00'01".80	
3	Высокий	55°34'12".90	+N".0N
	Исток	49°46'43".60	-
	Север	74°39'02".90	- N".0N
		179°59'59".40	

Вычисление сферических избытков выполняется по формуле

$$\varepsilon'' = f ab \sin C, \quad (17)$$

где a и b – длина сторон треугольника, км; f – табличная величина, определяемая по широте.

3. Вычислить плоские углы треугольников по теореме Лежандра и выполнить окончательное решение треугольников (табл. 13).

Таблица 12

Приближённое решение треугольников

№	Название вершин	Измеренные углы	Sin углов	S	ε''
1	Исток	65°43'11"	0.91154	16118	
	Орёл	44°33'44"	0.70168	12407	
	Лесной	69°43'04"	0.93799	16585	
		179°59'59"			0.50
2	Север	39°21'33"	0.63418	12407	
	Исток	76°28'51"	0.93253	18253	
	Лесной	64°09'36"	0.90001	17607	
		180°00'00"			0.50
3	Высокий	55°34'12"	0.82482	17607	
	Исток	49°46'43"	0.763555	16299	
	Север	74°39'02"	0.96433	20585	
		179°59'57"			0.70

Решение сферических треугольников по теореме Лежандра

№	Вершины	Уравненные углы	-1/3	Плоские углы	Sin углов	S
1	Исток	65°43'11".20	-0.17	65°43'11".03	0.91154508	16118.507
	Орёл	44°33'44".40	-0.16	44°33'44".24	0.70168411	12407.261
	Лесной	69°43'04".90	-0.17	69°43'04".73	0.93799773	16586.261
		180°00'00".50		180°00'00".00		
2	Север	39°21'33".37	-0.16	39°21'33".21	0.63418079	12407.615
	Исток	76°23'51".36	-0.17	76°28'51".19	0.97229199	17610.026
	Лесной	64°09'35".77	-0.17	64°09'35".60	0.90001384	19002.273
		180°00'00".50		180°00'00".00		
3	Высокий	55°34'14".03	-0.23	55°34'13".80	0.82482056	19022.737
	Исток	49°46'43".33	-0.23	49°46'43".10	0.76355747	17609.775
	Север	74°39'03".34	-0.24	74°39'03".10	0.96433074	22240.236
		180°00'00".70		180°00'00".00		

Контрольные вопросы:

1. От чего зависит точность вычисления сферического избытка?
2. Как формулируется теорема синусов?
3. Как формулируется теорема Лежандра?

Список рекомендуемой литературы

1. Морозов, В. П. Курс сфероидической геодезии. – М.: Недра, 1979. – 296 с.
2. Основные положения о ГГС. – М.: ЦНИИГАиК, 2002. – 5 с.
3. Практикум по высшей геодезии (вычислительные работы) / Н. В. Яковлев, Н. А. Беспалов, В. П. Глумов [и др.]. – М.: Недра, 1982. – 368 с.
4. Берлянт, А. М. Картография [Текст]. – М.: Аспект Пресс, 2002. – 336 с.
5. Яковлев, Н. В. Высшая геодезия [Текст]– М.: Недра. – 445 с.
6. Соловицкий, А. Н. Высшая геодезия: учеб. пособие [Электронный ресурс] для студентов IV курса специальности 130402 «Маркшейдерское дело» / А. Н. Соловицкий. – Электрон. дан. – Кемерово: КузГТУ, 2012. http://library.kuzstu.ru/meto_php?n=906868&type=utchposob:common
7. 9. Куштин, И.Ф. Геодезия [Текст]. – Ростов н/Д.: Феникс, 2009. – 909 с.
8. Геодезическая астрономия [Текст]. – СПб.: Политехника, 2010. – 324 с.

Постоянные величины:

$$a = 6378245 \text{ м}$$

$$\alpha = 1:298.3$$

$$e^2 = 0.0066934216$$

$$e'^2 = 0.0067385254$$

$$\sqrt{1-e^2} = 0.9966476701$$

$$\sqrt{1+e'^2} = 1.0033636057$$

$$b = 6356863.0187 \text{ м}$$

$$c = 6399698.9017 \text{ м}$$

$$\rho'' = 206264.80624$$

Значения f

B	f	B	f
45	0.0025311	55	0.00252930
46	452	56	874
47	393	57	819
48	334	58	766
49	275	59	713
50	216	60	661
51	158	61	610
52	100	62	560
53	042	63	512
54	0.00252986	64	464