

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Кузбасский государственный технический университет  
имени Т. Ф. Горбачева»**

## **Кафедра физики**

Составители  
В. В. Дырдин  
Т. В. Лавряшина  
И. В. Цвеклинская

## **ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ**

**Лабораторный практикум К-303.3 по дисциплине  
«Физика» для технических специальностей  
и направлений**

Рекомендован учебно-методической комиссией направления  
20.03.01 «Техносферная безопасность» в качестве электронного  
издания для использования в учебном процессе

Кемерово 2016

Рецензенты:

А. А. Мальшин – доцент кафедры физики

Л. А. Шевченко – председатель учебно-методической комиссии  
направления подготовки 20.03.01 «Техносферная безопасность»

**Дырдин Валерий Васильевич**

**Лавряшина Таисия Васильевна**

**Цвеклинская Ирина Валентиновна**

**Электромагнетизм : лабораторный практикум К-303.3 по дисциплине «Физика» [Электронный ресурс] для технических специальностей и направлений / сост. : В. В. Дырдин, Т. В. Лавряшина, И. В. Цвеклинская. – Кемерово : КузГТУ, 2016. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM) ; зв. ; цв. ; 12 см. – Систем. требования : Pentium IV ; ОЗУ 8 Мб ; Windows XP ; CD-ROM-дисковод ; мышь. – Загл. с экрана.**

Приведены программа курса, общие методические указания по подготовке и выполнению лабораторных работ по разделам дисциплины «Физика»: «Электростатика», «Постоянный ток», «Магнитное поле», «Физика колебаний и волн», вопросы для самоподготовки, список рекомендуемой литературы.

© КузГТУ, 2016

© В. В. Дырдин, Т. В. Лавряшина,

И. В. Цвеклинская, 2016

## СОДЕРЖАНИЕ

Разделы 4 «Электромагнетизм» и 5 «Физика колебаний и волн» дисциплины «Физика» рабочей программы направления подготовки бакалавров 20.03.01 «Техносферная безопасность».....	3
Общие методические указания .....	4
Электроизмерительные приборы .....	6
Лабораторная работа № 1 «Изучение электрического поля коаксиальных цилиндров» .....	10
Лабораторная работа № 2 «Определение характеристик электростатического поля методом зеркальных изображений»..	15
Лабораторная работа № 3 «Определение удельного сопротивления резистивного провода» .....	20
Лабораторная работа № 4 «Определение сопротивления методом амперметра – вольтметра» .....	26
Лабораторная работа № 5 «Определение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли» .....	32
Лабораторная работа № 6 «Определение индуктивности катушки».....	38
Вопросы для самоподготовки.....	44
Список рекомендуемой литературы.....	47

**Разделы 4 «Электромагнетизм» и 5 «Физика колебаний и волн» дисциплины «Физика» рабочей программы направления подготовки бакалавров 20.03.01 «Техносферная безопасность»**

**4. Электростатика и электромагнетизм**

4.1. Теорема Остроградского – Гаусса.

4.1.1. Закон Кулона. Напряженность и потенциал электростатического поля. Поток вектора напряженности электростатического поля.

4.2.1. Электрическое поле в диэлектриках. Поляризация диэлектриков. Объемные и поверхностные заряды. Емкость. Конденсаторы. Энергия электрического поля.

4.3. Постоянный электрический ток. ЭДС. Обобщенный закон Ома.

4.3.1. Классическая теория электропроводности металлов. Сторонние электродвижущие силы. Законы Ома и Джоуля – Ленца в дифференциальной форме.

4.3.2. Магнитное поле. Индукция магнитного поля. Сила Лоренца. Закон Ампера. Магнитный поток. Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле.

4.3.3. Методы расчета магнитных полей. Закон Био – Савара – Лапласа. Магнитное поле в веществе. Напряженность магнитного поля. Диа-, пара- и ферромагнетики. Домены. Магнитострикция. Эффект Баркгаузена.

4.3.4. Явление электромагнитной индукции. Основной закон электромагнитной индукции. Самоиндукция, индуктивность.

**5. Физика колебаний и волн**

5.1. Электромагнитные колебания.

5.1.1. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний. Способы изображения гармонических колебаний. Сложение. Вынужденные колебания. Электрический колебательный контур.

## Общие методические указания

Электродинамика – это раздел физики, в котором изучаются свойства электромагнитного поля и электромагнитные процессы в различных средах.

В результате освоения раздела «Электромагнетизм» обучающийся должен:

– **знать:**

- законы электростатики и электромагнетизма;
- физический смысл и математическую запись основных физических законов;

– **уметь:**

- анализировать физические явления, происходящие в природе и различных устройствах;
- выполнять необходимые расчеты и определять параметры процессов;

– **владеть:**

- современными методами решения физических задач и измерения параметров различных процессов в технических устройствах и системах.

В лабораторный практикум К-303.3 включены лабораторные работы по разделу физики «Электромагнетизм», предусмотренные Государственным образовательным стандартом и рабочей программой дисциплины «Физика» для студентов технических специальностей и направлений.

При выполнении лабораторного практикума студент не только получает элементарные навыки проведения эксперимента, но и учится самостоятельно анализировать физические явления, сопоставлять выводы теории и экспериментальные результаты, выделять главное, понимать роль идеализации, рассчитывать погрешности измерений.

Рекомендации студентам по организации самостоятельной работы в учебных лабораториях включают следующие положения:

1. На каждое занятие согласно графику выполнения лабораторных работ студент должен приходиться подготовленным. На самостоятельную работу студентам по учебному плану отводится более 50 % от объема часов, отводимых для изучения дисциплины,

в том числе на подготовку к выполнению каждой лабораторной работы около 4 часов.

2. Подготовка включает изучение содержания лабораторной работы, проработку теоретического материала по учебникам и учебным пособиям для самостоятельной работы, заготовку краткого конспекта отчета предстоящей работы. Конспект отчета содержит название и цель работы, рисунок установки, поясняющий идею метода, электрическую схему, рабочие формулы и таблицы для занесения в них измеряемых и вычисляемых величин. Конспект отчета может быть выполнен как в рукописном, так и в электронном варианте.

3. Для выполнения работы необходимо получить допуск, объяснив суть используемого метода, устройство установки, электрическую схему, уметь определять цену деления измерительного прибора, знать последовательность измерений, уметь обрабатывать результаты измерений, оценивать погрешность прямых и косвенных измерений, знать алгоритм вычислений искомых величин и их погрешностей, а также ожидаемый характер исследуемых зависимостей.

4. Результаты эксперимента и отчет, содержащий вывод о проделанной работе, подписываются преподавателем.

## Электроизмерительные приборы

### 1. Системы электроизмерительных приборов

Электроизмерительным прибором называется устройство, служащее для измерения электрических величин. По принципу действия электроизмерительные приборы относят к системам, приведенным в табл. 1.

Таблица 1

Системы электроизмерительных приборов

Наименование системы	Условные обозначения	Род тока	Приборы данной системы
Магнитоэлектрическая*		Постоянный	Гальванометры, миллиамперметры, милливольтметры, регистрирующие приборы.
Электромагнитная**		Постоянный и переменный	Щитовые амперметры и вольтметры, фазометры.
Электродинамическая***		Постоянный и переменный	Миллиамперметры переменного тока, переносные амперметры и вольтметры, ваттметры.
Электродинамическая со сталью (ферродинамическая)		Переменный	Регистрирующие: амперметры, вольтметры и ваттметры переменного тока.
Индукционная		Переменный	Счетчики электрической энергии.
Вибрационная		Переменный	Герцметры в цепях переменного тока технической частоты
Электростатическая		Постоянный и переменный	Вольтметры и киловольтметры постоянного и переменного тока.


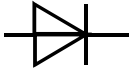







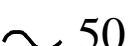

\* – самые чувствительные из всех систем, самые точные приборы постоянного тока. Шкала прибора – равномерная.

\*\* – самые прочные и дешевые. Относительно низкая чувствительность. Шкала прибора – неравномерная.

\*\*\* – самые точные из приборов переменного тока. Шкала неравномерная. Рабочая часть начинается от 15–20 % шкалы.

Условные обозначения на шкалах приборов приведены в табл. 2.

*Условные обозначения, применяемые на шкалах  
электроизмерительных приборов*

Условное обозначение	Содержание обозначения	Условное обозначение	Содержание обозначения
1,5	Класс точности прибора 1,5		Измерительная цепь изолирована от корпуса и испытана напряжением 2 кВ
	Выпрямительный преобразователь		Прибор нормально работает в вертикальном положении
	Прибор предназначен для работы в цепях постоянного тока		Прибор нормально работает в горизонтальном положении
	Переменный однофазный ток		Прибор нормально работает под углом 60°
	Трехфазный ток		Зажим для заземления
	Прибор нормально работает при частоте 50 Гц		Вторая категория защищенности прибора от влияния внешних магнитных полей

## 2. Погрешности электроизмерительных приборов

### 2.1. Класс точности прибора

Класс точности прибора ( $\gamma$ ) определяет приведенная относительная погрешность  $\varepsilon_{пр}$ , выраженная в процентах. Применяются следующие классы точности: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0. Обозначение класса точности записывается на его шкале в виде соответствующих цифр (табл. 2). Иногда класс точности обозначается числом в кружке. Приборы класса точности 0,05 дают наименьшую относительную погрешность измерения и употребляются в точных лабораторных исследованиях, а также как образцовые приборы для проверки менее точных приборов. Приборы остальных классов 0,1–4 относятся к техническим приборам.

### 2.2. Относительная и абсолютная погрешности измерения

Относительная погрешность  $\varepsilon$  измерения определяется по классу точности  $\gamma$  прибора:

$$\varepsilon = \gamma \frac{X_{пред}}{X} \%, \quad (1.1)$$



где  $X$  – показания прибора.

Общая формула для расчета минимальной абсолютной погрешности имеет вид

$$\Delta X_{\text{приб}} = \frac{\gamma}{100} X_{\text{max}}, \quad (1.2)$$

где  $\gamma$  – класс точности прибора;  $X_{\text{max}}$  – верхний предел измерений прибора.

Следовательно, чем ближе измеряемая величина к предельному значению прибора, тем меньше относительная ошибка и тем она ближе к значению класса точности прибора. Электроизмерительный прибор или его предел следует для работы выбирать так, чтобы значение измеряемой величины было близким к предельному (наибольшему) значению шкалы прибора.

### ***2.3. Внутреннее сопротивление прибора***

Важнейшей характеристикой измерительного прибора является его внутреннее сопротивление, определяемое как

$$R_{\text{пр}} = \frac{U_{\text{max}}}{I_{\text{max}}}, \quad (1.3)$$

где  $U_{\text{max}}$  – максимальное падение напряжения на приборе;  $I_{\text{max}}$  – максимальное допустимое значение силы тока, протекающего через прибор.

## **3. Многопредельные электроизмерительные приборы**

Через измерительный механизм рассмотренных выше электроизмерительных приборов, особенно магнитоэлектрической системы, можно пропускать очень слабый ток. Однако прибор можно использовать для измерения больших токов, если параллельно измерительному механизму подключить дополнительное малое сопротивление, которое называют шунтом. Шунты изготавливаются из материала с малым температурным коэффициентом сопротивления, имеют форму спиралей, лент или стержней. Если к прибору подключить несколько шунтов, то это даст возможность иметь несколько пределов измерения силы тока. Такой прибор называется многопредельным амперметром. Многопредельный прибор, как правило, имеет переключатель на несколько пределов измерения (пределы указаны около ручки переключения), одну общую клем-

му \* и ряд других клемм ("1, 2, ..."), около которых указаны пределы измерений.

Если последовательно с измерительным механизмом подключить добавочное большое сопротивление, то прибор может быть использован в качестве вольтметра – прибора для измерения напряжения. Вольтметр в электрическую цепь включается параллельно тому участку, на котором измеряется напряжение.

#### 4. Правила пользования многопредельным прибором

Для сохранения целостности и работоспособности многопредельного электроизмерительного прибора, например, амперметра при включении его в электрическую цепь с неизвестной силой тока следует придерживаться следующих правил.

1. С помощью переключателя установки пределов устанавливается максимальный предел на приборе.

2. Если при замыкании цепи отклонение стрелки амперметра будет незначительным, нужно последовательно уменьшать пределы измерения до тех пор, пока отклонение стрелки не окажется в правой части шкалы, где точность измерения будет больше (погрешность меньше).

3. Для выбранного предела определяют цену одного деления шкалы прибора

$$Z = X_{\max} / m, \quad (1.4)$$

где  $Z$  – цена одного деления шкалы амперметра для выбранного предела измерений;  $m$  – число всех делений шкалы прибора;  $X_{\max}$  – максимальное значение измеряемой величины, которое может быть измерено на выбранном пределе измерения.

4. Измеряемая величина вычисляется

$$X = Zk, \quad (1.5)$$

где  $k$  – деление шкалы прибора, на которое отклонится стрелка при включении прибора в электрическую цепь.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

**Изучение электрического поля коаксиальных цилиндров**

**1. Цель работы:** освоить экспериментальный метод определения характеристик электрических полей и их графического изображения с помощью эквипотенциальных и силовых линий.

**2. Подготовка к работе:** а) изучить необходимые теоретические положения по учебникам: [1] §§ 79–82, 85, 86; [2] 13.3, 13.4, 14.1, 14.2; [3] §§ 4–9; б) ответить на вопросы для самоподготовки 4.1–4.12.

Для выполнения работы студент должен *знать*: а) определение напряженности и потенциала электростатического поля; б) принцип суперпозиции электростатических полей; в) теорему Гаусса и ее применение для расчета напряженности электростатического поля, созданного заряженным цилиндром (нитью); г) связь между вектором напряженности и градиентом потенциала. *Уметь*: а) строить эквипотенциальные поверхности и линии напряженности; б) пользоваться измерительными приборами; в) определять цену деления измерительных приборов.

**3. Выполнение работы****3.1. Описание лабораторной установки**

Экспериментальная установка (рис. 1) представляет собой измерительную кювету К, выполненную из оргстекла, в которую помещают металлические электроды  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$ . Напряжение подается от источника переменного тока ИП, его величина определяется вольтметром V.

Для изучения распределения потенциалов в электростатическом поле используется метод зондов. Для этого в исследуемую точку поля, создаваемого заряженными проводниками (электродами), вводят дополнительный электрод (зонд З), соединенный с электронным осциллографом ЭО. Помещая зонд в точки с определенными координатами, с помощью электронного осциллографа определяют потенциал этих точек относительно одного из электродов (на рис. 1 относительно электрода  $\mathcal{E}_1$ ).

На практике модель электростатического поля заменяют более удобной моделью электрического поля постоянного тока в

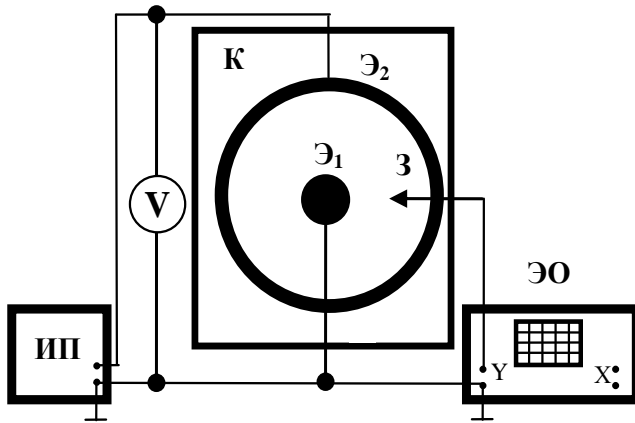


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

проводящей среде между электродами. Для создания такой модели пространство между электродами заполняют слабо проводящей жидкостью. Поле постоянного тока в среде имеет практически такую же конфигурацию, что и электростатическое поле в непроводящей среде: оба поля потенциальны, а их линии напряженности перпендикулярны поверхностям заряженных проводников. В данной работе на электроды подается переменное напряжение промышленной частоты (50 Гц), знак заряда на них изменяется со временем, и ток не является стационарным. Однако, если длина электромагнитной волны в электролите велика по сравнению с линейными размерами самой кюветы, то можно считать условие стационарности тока выполненным. Тогда потенциалы во всех точках исследуемого поля изменяются синхронно, и эквипотенциальные поверхности остаются неизменными.

### 3.2. Электрическое поле коаксиальных цилиндров

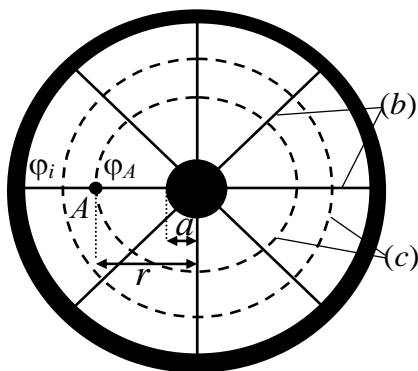


Рис. 2. Силовые (b) и эквипотенциальные (c) линии электрического поля заряженных цилиндров

центра цилиндра до исследуемой точки A поля;  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная.

В работе исследуется электрическое поле заряженных коаксиальных (соосных) цилиндров, имеющее осевую симметрию (рис. 2). Согласно теореме Гаусса напряженность  $E$  поля в области между коаксиальными цилиндрами определяется только зарядом цилиндра радиуса  $a$ :

$$E = \frac{\tau}{2\pi r \epsilon_0},$$

где  $\tau$  — линейная плотность заряда цилиндра (нити);  $r$  — расстояние от центра цилиндра до исследуемой точки A поля;  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная.

Учитывая связь проекции  $E_r$  вектора напряженности и разности потенциалов  $d\varphi$  двух точек поля, находящихся на расстоянии  $dr$ , получим:

$$E_r = -\frac{d\varphi}{dr} \quad \text{и} \quad \int_0^{\varphi(r)} d\varphi = -\int_a^r E_r dr = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_a^r \frac{dr}{r}.$$

Так как рассматриваемый заряженный цилиндр – металлический, то все его точки внутри и на поверхности имеют один и тот же потенциал  $\varphi_0 = 0$ . Следовательно, потенциал  $\varphi(r)$  на расстоянии  $r$  от оси:

$$\varphi(r) = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{a}.$$

Из полученного соотношения следует, что эквипотенциальные поверхности поля цилиндра (двух коаксиальных цилиндров) – цилиндрические поверхности, соосные с металлическим цилиндром. Цилиндрические поверхности на плоскости изображаются эквипотенциальными ( $c$ ) линиями (рис. 2).

### 3.3. Методика измерений и расчета

3.3.1. Измерить штангенциркулем диаметр малого цилиндра и внутренний диаметр большого цилиндра. Рассчитать радиус  $a$  малого и внутренний радиус  $R$  большого цилиндра. Результаты занести в табл. 1.

Таблица 1

*Результаты расчетов параметров установки*

Радиус малого цилиндра $a$ , м	Внутренний радиус большого цилиндра $R$ , м	Напряжение $U$ , В	Цена деления осциллографа $Z$ , В/дел

3.3.2. Подготовить лист миллиметровой бумаги: поместить цилиндр ( $\mathcal{E}_1$ ) малого радиуса в центр координатной сетки, второй цилиндр ( $\mathcal{E}_2$ ) установить соосно с первым, отметить на листе положение электродов и координатных осей.

3.3.3. Собрать электрическую схему (изображена на установке).

3.3.4. Положить на дно кюветы подготовленный лист миллиметровой бумаги, смочить его водой и разместить на нем цилиндры.

3.3.5. Подать напряжение на электроды, измерить падение напряжения  $U$  между электродом  $\mathcal{E}_1$  и точкой вблизи внутренней поверхности электрода  $\mathcal{E}_2$ . Результаты занести в табл. 1.

3.3.6. Включить осциллограф ЭО и после его прогрева определить цену деления  $Z$  шкалы осциллографа. Для этого выключить развёртку осциллографа, зонд  $Z$  поставить на электрод  $\mathcal{E}_2$  и, выбирая усиление осциллографа по  $Y$ , установить максимальный размах сигнала по вертикали. Зная величину поданного на электроды напряжения  $U$ , определить цену деления шкалы осциллографа при выбранном режиме работы прибора по формуле (1.4).

3.3.7. Поместить зонд в точку, находящуюся на минимальном расстоянии от малого электрода (рис. 2). Записать показания  $k_i$  электронного осциллографа в делениях шкалы и расстояние  $r_i$  в табл. 2. Отметить на рисунке точку с найденным значением потенциала  $\varphi_i$ .

Таблица 2

*Результаты расчета характеристик электрического поля двух коаксиальных цилиндров*

№ п/п	$a$ , м	$k_i$ , дел	$r_i$ , м	$\varphi_i$ , В	$\ln(r_i/a)$
1					
2					
3					
...					

3.3.8. С помощью зонда найти положение еще 8–10 точек с тем же значением потенциала  $\varphi_i$ . Отметить их положение на миллиметровой бумаге.

3.3.9. Изменяя положение зонда (например, по оси  $X$ ), повторить измерения для других расстояний. Занести соответствующие данные в табл. 2.

3.3.10. Выключить установку, разобрать электрическую схему, убрать из кюветы цилиндры и миллиметровую бумагу.

3.3.11. После высыхания бумаги соединить линиями на рисунке точки с одинаковым значением потенциала  $\varphi_i$  (эквипотен-

циальные линии) и провести линии напряженности  $E$  электрического поля, перпендикулярные к эквипотенциальным линиям.

3.3.12. Используя соотношение (1.5)  $\varphi_i = Z k_i$ , рассчитать значения потенциалов  $\varphi_i$  точек исследуемого поля и натуральный логарифм отношения  $(r_i/a)$ . Результаты расчетов занести в табл. 2. Построить график зависимости  $\varphi(r) = f(\ln(r/a))$ .

3.3.13. Рассчитать напряженность поля в исследуемых точках, используя метод численного дифференцирования. Для каждой последовательной пары точек, начиная с точки на поверхности малого цилиндра, рассчитать расстояние  $\Delta r = r_{i+1} - r_i$  между соседними точками и разность потенциалов  $\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_{i+1}$  соседних точек поля. Определить среднее значение  $\langle E \rangle$  напряженности точек электрического поля, используя соотношение:

$$\langle E \rangle = \frac{\Delta\varphi}{\Delta r}.$$

Это значение напряженности следует отнести к середине  $\langle r \rangle$  выбранного интервала

$$\langle r \rangle = \frac{r_i + r_{i+1}}{2}.$$

Результаты занести в табл. 3.

Таблица 3

*Результаты расчета напряженности электрического поля между электродами методом численного дифференцирования*

$r_i$ , м	$r_{i+1}$ , м	$\Delta r$ , м	$\varphi_i$ , В	$\varphi_{i+1}$ , В	$\Delta\varphi$ , В	$\langle E \rangle$ , В/м	$\langle r \rangle$ , м
...							

3.3.14. Построить график зависимости  $\langle E \rangle = f(\langle r \rangle)$ . Сделать вывод.

К отчету приложить рисунок эквипотенциальных линий с указанием значения потенциала  $\varphi_i$  и линий напряженности исследуемого электрического поля, проведенных с учетом их ортогональности к эквипотенциальным линиям.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

### Определение характеристик электростатического поля методом зеркальных изображений

**1. Цель работы:** освоить экспериментальный метод определения характеристик электростатических полей и их графического изображения с помощью эквипотенциальных и силовых линий.

**2. Подготовка к работе:** а) изучить необходимые теоретические положения по учебникам: [1] §§ 79–82, 85, 86; [2] 13.3, 13.4, 14.1, 14.2; [3] §§ 4–9; б) ответить на вопросы для самоподготовки 4.1–4.12.

Для выполнения работы студент должен *знать*: а) определение напряженности и потенциала электростатического поля; б) принцип суперпозиции электростатических полей; в) теорему Гаусса и ее применение для расчета напряженности электростатического поля, созданного заряженным цилиндром (нитью); г) связь между вектором напряженности и градиентом потенциала; д) метод зеркальных изображений. *Уметь*: а) строить эквипотенциальные поверхности и линии напряженности; б) пользоваться измерительными приборами; в) определять цену деления измерительных приборов; г) рассчитывать погрешности измерений.

### 3. Выполнение работы

#### 3.1. Описание лабораторной установки

Экспериментальная установка (рис. 1) представляет собой измерительную кювету К, в которую помещают металлические электроды Э<sub>1</sub> и Э<sub>2</sub>. Напряжение подается от источника постоянного тока ИП, его величина определяется мультиметром рV.

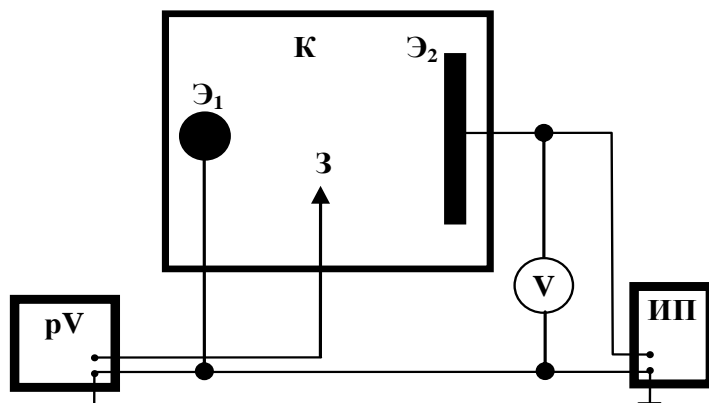


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

его величина определяется мультиметром рV.

Для изучения распределения потенциала в электростатическом поле используется метод зондов. Для этого в исследуемую точку поля, создаваемого заряженными проводниками (электро-



дами), вводят дополнительный электрод (зонд 3), соединенный с прибором, измеряющим приобретенный зондом потенциал относительно какой-либо точки поля, выбранной за начало отсчета потенциала.

Пространство между электродами  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$  заполняют слабо проводящей жидкостью. Поле постоянного тока в среде имеет практически такую же конфигурацию, что и электростатическое поле в непроводящей среде: оба поля потенциальны, а линии напряженности перпендикулярны поверхностям заряженных проводников. В поле между электродами помещается зонд 3, соединенный с мультиметром. Помещая зонд в точки с определенными координатами  $x$  и  $y$ , с помощью измерительного прибора определяют потенциал этих точек относительно одного из электродов (на рис. 1 относительно электрода  $\mathcal{E}_1$ ).

### 3.2. Метод зеркальных изображений

Метод зеркальных изображений (метод отображений) применяют для расчета электростатических полей, ограниченных какой-либо проводящей поверхностью, например, проводящей плоскостью (ПП).

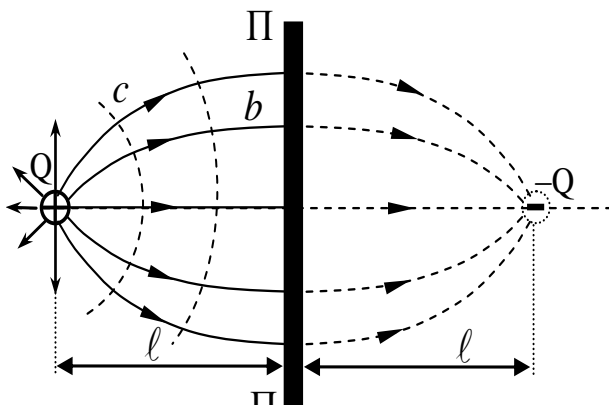


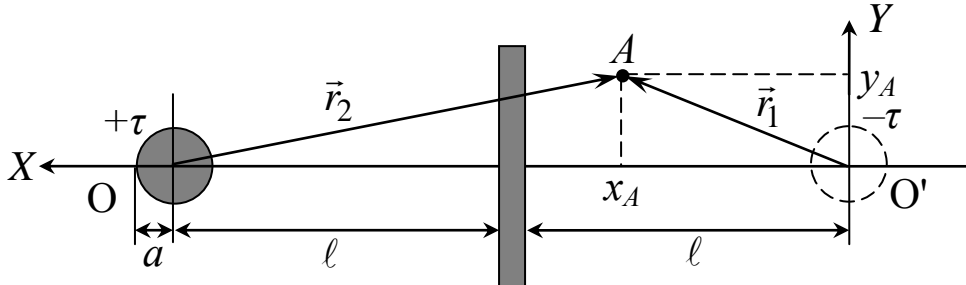
Рис. 2. К методу зеркальных изображений:

$b$  – линии напряженности;  
 $c$  – эквипотенциальные линии

В этом искусственном приеме расчета кроме заданного заряда  $Q$  вводят еще дополнительный заряд  $-Q$ , помещенный там, где находится зеркальное (в геометрическом смысле) изображение заданного заряда  $Q$  (рис. 2). Силовые линии ( $b$ ) электростатического поля перпендикулярны к поверхности металлических электродов, эквипотенциальные поверхности (линии  $c$  в плоскости чертежа) представляют собой окружности (рис. 2). Центры этих окружностей лежат на линии, соединяющей заряды, и смещены относительно точки расположения заряда  $Q$ .

Используя метод зеркальных изображений, вместо поля цилиндра  $O$  и проводящей плоскости ПП (рис. 3) можно рассматривать поле двух разноименно заряженных цилиндров  $O$  и  $O'$ . Один – данный цилиндр, заряженный с линейной плотностью заряда  $\tau$ ,

второй – заряжен с линейной плотностью  $(-\tau)$  и расположен симметрично положительно заряженному цилиндру относительно проводящей плоскости ПП.



*Рис. 3. К расчету потенциала точки электростатического поля методом зеркальных изображений*

Согласно принципу суперпозиции электрических полей вектор напряженности результирующего поля в точке  $A$  определяется соотношением:

$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Для определения потенциала поля в произвольной точке  $A$  учтем связь между напряженностью электростатического поля и разностью потенциалов

$$E_A = -\frac{d\phi}{dr},$$

а также формулу для расчета напряженности поля, созданного заряженным цилиндром

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}.$$

Тогда соотношение для потенциала поля в точке  $A$  получим в виде:

$$\int_0^{\phi(r)} d\phi = \int_a^{r_1} E_1 dr - \int_a^{r_2} E_2 dr = \frac{|\tau|}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{a} - \frac{|\tau|}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_1}{a},$$

где  $r_1$  и  $r_2$  расстояния до точки  $A$  от зеркального отображения заряженного цилиндра и самого заряженного цилиндра.

Эти расстояния через координаты точки  $x_A$  и  $y_A$  точки  $A$  запишем в виде:

$$r_1 = \sqrt{(2\ell - x_A)^2 + y_A^2} \quad \text{и} \quad r_2 = \sqrt{x_A^2 + y_A^2},$$

где  $2\ell$  – расстояние между заряженным цилиндром и его зеркальным изображением.

Следовательно, потенциал  $\varphi(r)$  любой точки электростатического поля можно рассчитать, используя соотношение:

$$\varphi(r) = \frac{|\tau|}{2\pi\epsilon_0} \left( \ln \frac{\sqrt{(2\ell - x)^2 + y^2}}{a} - \ln \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{a} \right).$$

С учетом разности потенциалов  $U$  между электродами получим соотношение для расчета теоретического значения потенциала выбранной точки электростатического поля:

$$\varphi^{\text{теор}} = U \left( 1 - \frac{\ln \frac{\sqrt{(2\ell - x)^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}}}{\ln \frac{2\ell - a}{a}} \right). \quad (1)$$

### 3.3. Методика измерений и расчета

3.3.1. Измерить диаметр цилиндра, рассчитать его радиус  $a$ . Результаты занести в табл. 1.

Таблица 1

*Результаты измерений параметров установки*

Радиус цилиндра $a$ , м	Расстояние от центра цилиндра до плоскости $\ell$ , м	Напряжение $U$ , В

3.3.2. Подготовить лист миллиметровой бумаги: разместить цилиндр ( $\mathcal{E}_1$ ) и плоскость ( $\mathcal{E}_2$ ) на расстоянии  $\ell$  друг от друга, отметить их положение и координатные оси  $X$  и  $Y$ .

3.3.3. Собрать электрическую схему для измерений (приведена на установке).

3.3.4. Положить на дно кюветы подготовленный лист миллиметровой бумаги, смочить его водой и разместить на нем электроды.

3.3.5. Подать напряжение  $U$  на электроды, измерить падение напряжения  $U$  между электродом  $\mathcal{E}_1$  и точкой вблизи поверхности электрода  $\mathcal{E}_2$ , его значение занести в табл. 1.

3.3.6. Поместить зонд в точку 1 с координатами  $(x, 0)$ , находящуюся на выбранной оси координатной сетки. Записать показания  $\varphi^{\text{экс}}$  мультиметра (pV) и начальные координаты точки в табл. 2. Отметить на рисунке точку с измеренным значением потенциала. С помощью зонда найти положение еще 8–10 точек с тем же значением потенциала  $\varphi^{\text{экс}}$ . Провести измерения и для других точек с координатами  $(x, y)$ , находящихся между электродами.

Таблица 2

*Результаты расчета электрического поля  
между цилиндром и проводящей плоскостью*

№ п/п	$x, \text{ м}$	$y, \text{ м}$	$\varphi^{\text{экс}}, \text{ В}$	$\varphi^{\text{теор}}, \text{ В}$	$\varepsilon, \%$
1		0			
2					
3					
...					

3.3.7. Для значений  $U, a, \ell$  и  $(x, y)$  рассчитать теоретическое значение потенциала  $\varphi^{\text{теор}}$  для точек исследуемого поля по соотношению (1) и погрешность сравнения экспериментального и теоретического значений этих величин:

$$\varepsilon = \frac{|\varphi^{\text{теор}} - \varphi^{\text{экс}}|}{\varphi^{\text{теор}}} \cdot 100\%.$$

**4. Сделать вывод о соответствии теории и эксперимента.**

К отчету приложить рисунок эквипотенциальных линий с указанием значения потенциала  $\varphi_i$  и линий напряженности исследуемого электрического поля с указанием их направления. При построении линий напряженности учесть их ортогональность эквипотенциальным линиям.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

### Определение удельного сопротивления резистивного провода

**1. Цель работы:** освоить экспериментальный метод определения удельного сопротивления проводника цилиндрической формы.

**2. Подготовка к работе:** а) изучить необходимые теоретические положения по учебникам: [1] §§ 96–98, 100, 101; [2] 18.1, 19.1, 19.3; [3] §§ 24–27; б) ответить на вопросы для самоподготовки 4.13–4.20.

Для выполнения работы студент должен *знать*: а) определение электрического тока и его характеристики; б) закон Ома в локальной и интегральной форме записи для однородного и неоднородного участка электрической цепи; в) физическую сущность сопротивления проводника. *Уметь*: а) пользоваться электроизмерительными приборами; б) определять цену деления измерительных приборов; в) рассчитывать погрешности при электрических измерениях.

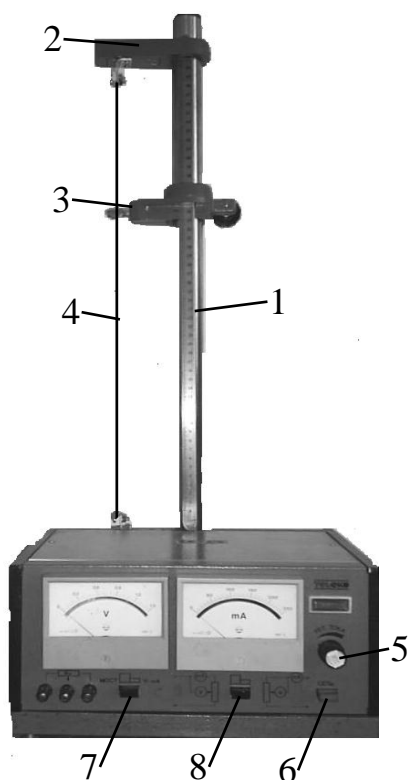


Рис.1. Общий вид установки

### 3. Выполнение работы

#### 3.1. Описание лабораторной установки

Общий вид установки представлен на рис. 1. Основание оснащено регулируемыми винтами, которые позволяют произвести выравнивание положения прибора. К основанию прикреплена стойка 1 с нанесённой метрической шкалой. На стойке смонтированы неподвижный кронштейн 2 и подвижный – 3, который можно перемещать и фиксировать в любом положении. Между кронштейнами натянут металлический провод 4, который прикреплён к зажимам с помощью винтов. Через контакт на подвижном кронштейне обеспечи-

вается хорошее соединение с проводом. Измерительная часть установки находится в корпусе, укрепленном на основании установки. На панели прибора закреплены вольтметр  $V$  и миллиамперметр  $mA$ .

### 3.2. Методика измерений и расчёта

Сопротивление проводника в данной работе измеряется методом амперметра – вольтметра. В схеме измерения (I) показание вольтметра  $U_V$  равно сумме напряжений на неизвестном сопротивлении  $U_X$  и на амперметре  $U_A$  (рис. 2):

$$U_V = U_X + U_A = U_X + I_A \cdot R_A,$$

где  $R_A$  – сопротивление амперметра.

Согласно закону Ома для однородного участка цепи неизвестное сопротивление определяется соотношением:

$$R_{X(I)} = \frac{U_X}{I_X} = \frac{U_V - U_A}{I_A} = \frac{U_V}{I_A} - R_A. \quad (1)$$

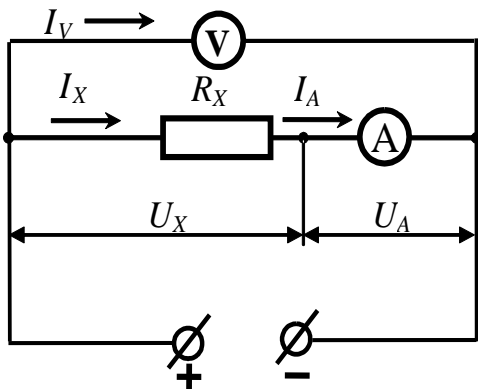


Рис. 2. Электрическая схема для измерения сопротивления по схеме (I)

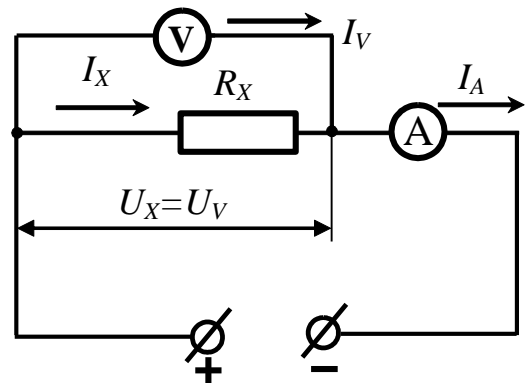


Рис. 3. Электрическая схема для измерения сопротивления по схеме (II)

В схеме (II) амперметр измеряет ток  $I_A$ , равный сумме токов  $I_X$  и  $I_V$ , протекающих через сопротивление и вольтметр (рис. 3):

$$I_A = I_X + I_V = I_X + \frac{U_V}{R_V},$$

где  $R_V$  – сопротивление вольтметра.

В этом случае неизвестное сопротивление определяется соотношением:

$$R_{X(II)} = \frac{U_X}{I_X} = \frac{U_X}{I_A - I_V} = \frac{U_X}{I_A - \frac{U_V}{R_V}}. \quad (2)$$

В расчетные соотношения для определения неизвестного сопротивления (1) и (2) входит либо сопротивление амперметра  $R_A$ , либо сопротивление вольтметра  $R_V$ .

### 3.3. Погрешности измерений

Без учета погрешностей измерительных приборов неизвестное сопротивление рассчитывают по упрощённой формуле:

$$R'_X = \frac{U_V}{I_A}. \quad (3)$$

При этом возникает относительная методическая погрешность измерения  $\varepsilon$ , равная:

$$\varepsilon = \frac{|R_X - R'_X|}{R_X} \cdot 100\%,$$

где  $R_X$  – истинное значение измеряемого сопротивления по схемам (I) и (II).

Относительная методическая погрешность измерения сопротивления по указанным схемам определится соотношениями:

$$\varepsilon_{(I)} = \frac{R_A}{R_X} \cdot 100\% \quad \text{и} \quad \varepsilon_{(II)} = \frac{R_X}{R_X + R_V} \cdot 100\% = \frac{1}{1 + \frac{R_V}{R_X}} \cdot 100\% \quad (4)$$

Следовательно, схему (I) можно использовать, когда измеряемые сопротивления во много раз меньше сопротивления вольтметра ( $R_X \ll R_V$ ), а схему (II), когда измеряемые сопротивления во много раз больше сопротивления амперметра ( $R_X \gg R_A$ ). Однако рассмотренный метод не обеспечивает высокой точности, так как погрешность измерения сопротивления этим методом всегда больше суммы *приведённых погрешностей* обоих приборов.

### 3.4. Определение параметров измерительных приборов

3.4.1. По шкале приборов определить класс их точности  $\gamma$  и предельные значения измеряемых величин  $X_{\text{пред}}$ .

3.4.2. Рассчитать цену деления приборов. Результаты занести в табл. 1.

*Параметры измерительных приборов*

Параметры приборов	Вольтметр	Амперметр
Класс точности, $\gamma$		
Предел измерения, $X_{пр}$		
Цена деления		
Внутреннее сопротивление, Ом	2500	0,15

### **3.5. Определение сопротивления провода по схеме (I)**

3.5.1. Поставить подвижный кронштейн 3 так, чтобы рабочая длина провода была не менее 60–70 см.

3.5.2. Подключить прибор к сети переменного напряжения 220 В. Электрическая схема прибора обеспечивает преобразование переменного напряжения сети в постоянное, которое через потенциометр 5 подаётся в измерительную цепь. Поставить потенциометр в положение минимума снимаемого напряжения.

3.5.3. Нажать клавиши 6 и 7 для измерения сопротивления провода по методу амперметра – вольтметра, клавиша 8 – отжата.

3.5.4. Вращая ручку потенциометра, снять значения напряжения  $U_V$  и силы тока  $I_A$ , результаты занести в табл. 2.

Таблица 2

*Результаты измерения вольт-амперной зависимости по схеме (I)*

№	$U_V$ , В	$I_A$ , А	$U_X$ , В	$R'_{X(I)}$ , Ом	$R_{X(I)}$ , Ом	$\varepsilon_V$ , %	$\varepsilon_A$ , %	$\varepsilon_{(I)}$ , %
1								
2								
...								
5								

3.5.6. Рассчитать напряжение  $U_X$  на неизвестном сопротивлении  $U_X = U_V - U_A = U_V - I_A \cdot R_A$ .

Результаты вычислений занести в табл. 2.

3.5.7. Используя графический метод, определить неизвестное омическое сопротивление  $R'_{X(I)}$  без учета падения напряжения на амперметре. Для этого построить график  $I_A = f(U_V)$  вольт-амперной зависимости силы тока от напряжения (рис. 4), по которому опре-



делить котангенс угла  $\text{ctg } \varphi$  наклона прямой, проведённой через точки графика:

$$R'_{X(I)} = \text{ctg } \varphi = \frac{\Delta U}{\Delta I}.$$

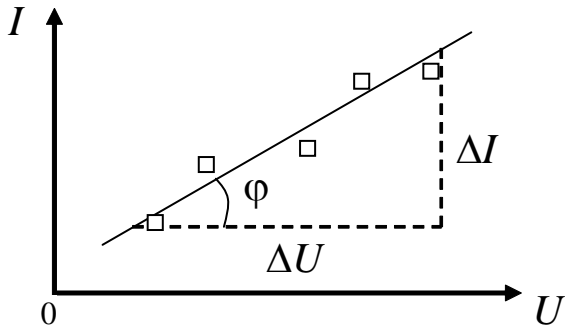


Рис. 4. Вольт-амперная характеристика проводника

3.5.8. Определить  $R'_{X(I)}$  аналогичным способом по графику зависимости  $I_A = f(U_X)$ .

3.5.9. Рассчитать относительные погрешности  $\varepsilon_V$  и  $\varepsilon_A$  отдельных измерений напряжения и силы тока по формуле (1.1) и относительную методическую погрешность  $\varepsilon_{(I)}$  измерения сопротивления при использовании схемы (I) по формуле (4).

### 3.6. Определение сопротивления провода по схеме (II)

3.6.1. Поставить потенциометр в положение минимума снимаемого напряжения, нажать клавиши 7 и 8.

3.6.2. Изменяя потенциометром напряжение, снять вольт-амперную зависимость для проводника выбранной длины. Значения  $U_V$  и  $I_A$  занести в табл. 3.

3.6.3. Определить графически сопротивление  $R'_{X(II)}$  (см. п. 3.5.7).

3.6.4. Рассчитать силу тока  $I_X$  через неизвестное сопротивление по формуле

$$I_X = I_A - I_V = I_A - \frac{U_V}{R_V}.$$

3.6.5. Определить сопротивление  $R_{X(II)}$ , используя график зависимости  $I_X = f(U_V)$ .

3.6.6. Рассчитать относительные погрешности  $\varepsilon_V$  и  $\varepsilon_A$  отдельных измерений напряжения и силы тока по формуле (1.1) и относительную методическую погрешность  $\varepsilon_{(II)}$  измерения сопротивления при использовании схемы (II) по формуле (4).

*Результаты измерения вольт-амперной зависимости по схеме (II)*

№	$U_V$ , В	$I_A$ , А	$I_X$ , А	$R'_{X(II)}$ , Ом	$R_{X(II)}$ , Ом	$\varepsilon_V$ , %	$\varepsilon_A$ , %	$\varepsilon_{(II)}$ , %
1								
2								
...								
5								

### **3.7. Определение удельного сопротивления провода**

3.7.1. Используя схему измерения, которая даёт меньшую погрешность, снять зависимость тока  $I_A$  от максимального напряжения  $U_V$  при различных значениях длины провода  $\ell$ . Результаты занести в табл. 4.

3.7.2. Рассчитать сопротивление  $R$  участков проводника длиной  $\ell$ , используя соотношение:

$$R = \frac{U_V}{I_A}.$$

Таблица 4

*Результаты измерений и расчета удельного сопротивления провода*

	$\ell$ , м	$U_V$ , В	$I_A$ , А	$R$ , Ом	$\frac{\ell}{S}$ , м <sup>-1</sup>	$\rho$ , Ом·м
1						
...						
5						

3.7.3. Рассчитать площадь  $S$  поперечного сечения провода диаметром  $d = 0,36$  мм и отношение  $\ell/S$  участка длины провода к площади поперечного сечения.

3.7.4. Построить графическую зависимость  $R = f(\ell/S)$  и по тангенсу угла наклона линии графика определить неизвестное удельное сопротивление  $\rho$  материала проводника.

### **4. Сделать вывод.**

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

### Определение сопротивления методом амперметра – вольтметра

**1. Цель работы:** освоить экспериментальный метод определения сопротивления проводника.

**2. Подготовка к работе:** а) изучить необходимые теоретические положения по учебникам: [1] §§ 96–98, 100, 101; [2] 18.1, 19.1, 19.3; [3] §§ 24–27; б) ответить на вопросы для самоподготовки 4.13–4.20.

Для выполнения работы студент должен *знать*: а) определение электрического тока и его характеристики; б) закон Ома в локальной и интегральной форме записи для однородного и неоднородного участка электрической цепи; в) физическую сущность сопротивления проводника. *Уметь*: а) пользоваться электроизмерительными приборами; б) определять цену деления измерительных приборов; в) рассчитывать погрешности при электрических измерениях.

### 3. Выполнение работы

#### 3.1. Описание лабораторной установки

Принципиальные электрические схемы для определения сопротивления методом амперметра-вольтметра, показаны на рис. 1 и 2. Напряжение, подаваемое от источника питания с помощью ключа К через потенциометр П на неизвестное сопротивление  $R_X$ ,

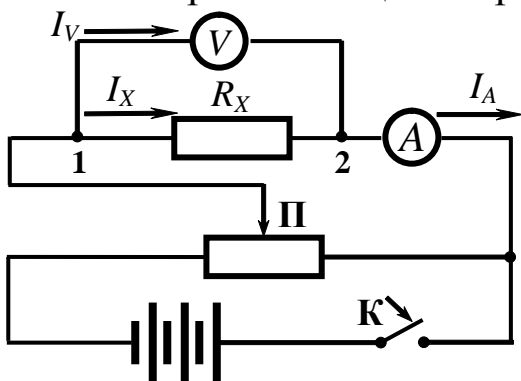


Рис. 1. Электрическая схема для измерения неизвестного сопротивления по схеме (I)

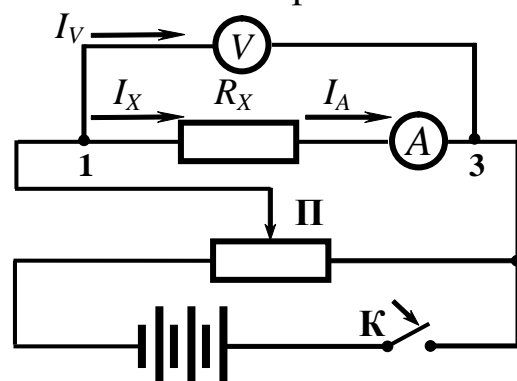


Рис. 2. Электрическая схема для измерения неизвестного сопротивления по схеме (II)

определяется вольтметром  $V$ , ток регистрируется амперметром  $A$ . При подключении вольтметра к точкам 1 и 2 (рис. 1) осуществляется работа по схеме (I). При подключении вольтметра к точкам 1 и 3 (рис. 2) осуществляется работа по схеме (II).

### 3.2. Методика измерений и расчёта

Сила тока, измеряемого амперметром  $I_A$  по схеме (I), равна сумме токов через вольтметр и неизвестное сопротивление:

$$I_A = I_X + I_V = I_X + \frac{U_V}{R_V},$$

где  $R_V$  – сопротивление вольтметра.

Тогда неизвестное сопротивление определится из соотношения:

$$R_{X(I)} = \frac{U_X}{I_X} = \frac{U_X}{I_A - I_V} = \frac{U_X}{I_A - \frac{U_V}{R_V}}. \quad (1)$$

Показание вольтметра  $U_V$  в схеме измерения (II) равно сумме напряжений на сопротивлении  $R_X$  и на амперметре сопротивлением  $R_A$ :

$$U_V = U_X + U_A = U_X + I_A \cdot R_A.$$

Тогда неизвестное сопротивление определится соотношением:

$$R_{X(II)} = \frac{U_X}{I_X} = \frac{U_V - U_A}{I_A} = \frac{U_V}{I_A} - R_A. \quad (2)$$

Как видно из формул (1) и (2), при измерении сопротивления методом амперметра – вольтметра по схеме (I) в расчётную формулу входит сопротивление вольтметра  $R_V$ , а по схеме (II) – сопротивление амперметра  $R_A$ .

Без учета сопротивления измерительных приборов неизвестное сопротивление рассчитывают по упрощённой формуле:

$$R'_X = \frac{U_V}{I_A}. \quad (3)$$

В этом случае возникает относительная методическая погрешность измерения  $\varepsilon$ , равная:

$$\varepsilon = \frac{|R_X - R'_X|}{R_X} \cdot 100\%, \quad (4)$$

где  $R_X$  – истинное значение измеряемого сопротивления, рассчитанное по формуле (1) или (2) в зависимости от используемой схемы измерения.

Относительная методическая погрешность измерения для схемы (I)

$$\varepsilon_{(I)} = \frac{R_X}{R_X + R_V} \cdot 100\% = \frac{1}{1 + \frac{R_V}{R_X}} \cdot 100\%, \quad (5)$$

а для схемы (II)

$$\varepsilon_{(II)} = \frac{R_A}{R_X} \cdot 100\%. \quad (6)$$

Следовательно, относительная методическая погрешность измерения сопротивления зависит от соотношения измеряемого сопротивления  $R_X$  и сопротивлений приборов  $R_A$  и  $R_V$ . Первую схему (I) измерения можно использовать, когда измеряемые сопротивления во много раз меньше сопротивления вольтметра ( $R_V \gg R_X$ ), а вторую схему (II) измерения можно использовать, когда измеряемые сопротивления во много раз больше сопротивления амперметра ( $R_X \gg R_A$ ). Следует отметить, что рассмотренный метод не обеспечивает высокой точности, так как погрешность измерения сопротивления этим методом всегда больше суммы *приведённых погрешностей* обоих приборов.

### **3.3. Определение параметров измерительных приборов**

3.3.1. Повернув переключатель на приборах, выбрать пределы измерения  $X_{пр}$ , определить цену деления. Результаты занести в табл. 1.

3.3.2. Определить класс точности приборов  $\gamma$  (указан на шкале прибора). Рассчитать абсолютную погрешность приборов по формуле (1.2).

3.3.3. Определить максимальный ток  $I_{\max}$  для вольтметра и максимальное напряжение  $U_{\max}$  для амперметра (по данным на шкале прибора). Рассчитать внутреннее сопротивление вольтметра  $R_V$  и амперметра  $R_A$  по формуле (1.3):

$$R_V = \frac{U_{\text{пред}}}{I_{\max}}, \quad R_A = \frac{U_{\max}}{I_{\text{пред}}},$$

данные занести в табл. 1.

Таблица 1

*Параметры измерительных приборов*

Параметры	Вольтметр	Амперметр
Предел измерения		
Цена деления		
Класс точности $\gamma_{\text{пр}}$ , %		
Абсолютная приборная погрешность $\Delta X$		
Внутреннее сопротивление, Ом		

### **3.4. Определение сопротивления $R_X$ по схеме (I)**

3.4.1. Собрать схему (I), потенциометр П поставить в положение минимума снимаемого напряжения, замкнуть ключ К.

3.4.2. Изменяя положение движка потенциометра П, снять показания приборов для значений напряжения  $U_V$  и тока  $I_A$ . Результаты занести в табл. 2.

3.4.3. Используя графический метод (рис. 3), определить неизвестное омическое сопротивление  $R'_{X(I)}$  без учета сопротивления вольтметра. Для этого построить график зависимости силы тока от напряжения  $I_A = f(U_V)$ , по которому определить котангенс угла наклона прямой, проведённой через точки графика:

$$R'_{X(I)} = \text{ctg } \varphi = \frac{\Delta U}{\Delta I}.$$

3.4.4. По формуле  $I_X = I_A - I_V = I_A - \frac{U_V}{R_V}$  рассчитать ток через неизвестное сопротивление  $R_{X(I)}$ . Результаты расчёта занести в табл. 2.

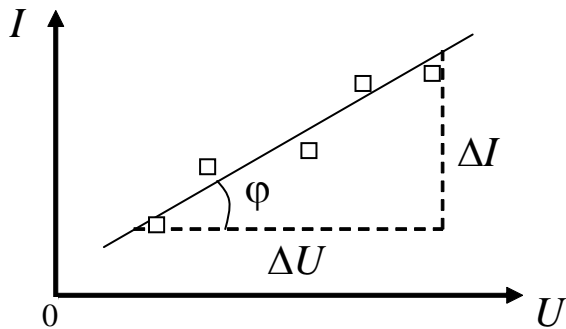


Рис. 3. Вольт-амперная характеристика проводника

3.4.5. По графику зависимости  $I_X = f(U_V)$  определить  $R_{X(I)}$ .

3.4.6. Используя формулу (1.1), рассчитать относительную погрешность измерений для различных значений тока и напряжения и методическую погрешность  $\epsilon_{(I)}$  по формуле (5).

Таблица 2

Результаты измерения неизвестного сопротивления по схеме (I) и расчёта погрешностей

№	$U_V$	$I_A$	$I_X$	$R'_{X(I)}$	$R_{X(I)}$	$\epsilon_V$	$\epsilon_A$	$\epsilon_{(I)}$
	В	А	А	Ом	Ом	%	%	%
1								
2								
3								
4								
5								

### 3.5. Определение сопротивления $R_X$ по схеме (II)

3.5.1. Собрать схему (II), потенциометр П поставить в положение минимума снимаемого напряжения, замкнуть ключ К.

3.5.2. Повторить п.п. 3.4.2 и 3.4.3 для определения сопротивления  $R'_{X(II)}$ . Результаты занести в табл. 3.

3.5.3. По формуле  $U_X = U_V - U_A = U_V - I_A R_A$  рассчитать напряжение на неизвестном сопротивлении.

3.5.4. По полученным данным построить график зависимости  $I_A = f(U_X)$  и рассчитать неизвестное сопротивление  $R_{X(II)}$ .

3.5.5. Рассчитать относительные погрешности  $\varepsilon_V$ ,  $\varepsilon_A$  отдельных измерений (1.1), а также относительную методическую погрешность  $\varepsilon_{(II)}$  определения неизвестного сопротивления по формуле (6).

Таблица 3

*Результаты измерения неизвестного сопротивления по схеме (II) и расчёта погрешностей*

№	$U_V$	$I_A$	$U_X$	$R'_{X(II)}$	$R_{X(II)}$	$\varepsilon_V$	$\varepsilon_A$	$\varepsilon_{(II)}$
	В	А	В	Ом	Ом	%	%	%
1								
2								
3								
4								
5								

**4. Сделать вывод.**



## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

**Определение горизонтальной составляющей вектора  
индукции магнитного поля Земли**

**1. Цель работы:** освоить магнитометрический метод определения горизонтальной составляющей вектора индукции магнитного поля Земли.

**2. Подготовка к работе:** а) изучить необходимые теоретические положения по учебникам: [1] §§ 109, 110; [2] 21.1, 21.2, 22.1, 22.2; [3] §§ 35, 36; б) ответить на вопросы для самоподготовки 4.21–4.30.

Для выполнения работы студент должен *знать*:

а) характеристику магнитного поля – вектор индукции  $\vec{B}$ ; б) характеристики магнитного поля Земли; в) закон Био – Савара – Лапласа и его применение для расчета магнитных полей, созданных проводниками с током; г) устройство и принцип действия тангенс-гальванометра.

*Уметь*: а) пользоваться электроизмерительными приборами; б) определять цену деления измерительных приборов; в) рассчитывать погрешности измерений.

**3. Выполнение работы****3.1. Описание лабораторной установки**

Для определения горизонтальной составляющей вектора  $\vec{B}$  индукции магнитного поля Земли используется лабораторная установка, электрическая схема которой приведена на рис. 1. Лабораторная установка содержит тангенс-гальванометр  $G$ , амперметр  $A$ , реостат  $R$  для изменения силы тока в катушке тангенс-гальванометра, ключ  $K$ , двойной переключатель  $\Pi$  для изменения направления тока в катушке и источник постоянного тока  $\mathcal{E}$ .

Тангенс-гальванометр  $G$  состоит из катушки, содержащей  $N$  витков тонкой изолированной проволоки, укрепленной на вращающейся подставке. В центре катушки горизонтально укреплен компас, магнитная стрелка которого может свободно вращаться вокруг вертикальной оси. Круговая шкала компаса проградуирована в угловых градусах.

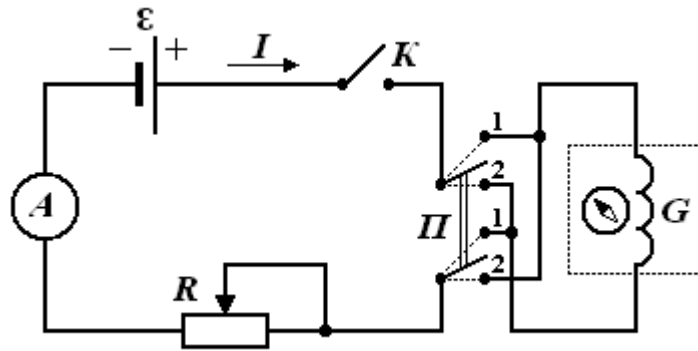


Рис. 1. Электрическая схема установки

### 3.2. Методика измерений и расчёта

#### 3.2.1. Характеристики магнитного поля Земли

По современным представлениям, магнитное поле Земли представляет собой диполь – двухполюсный магнит. Его центр смещен относительно центра Земли в направлении на  $18^\circ$  северной широты и  $147,8^\circ$  восточной долготы. Ось этого диполя наклонена к оси вращения Земли на  $11,5^\circ$ . Магнитные полюса – точки, в которых сходятся магнитные силовые линии. Ось земного диполя смещена относительно оси вращения Земли, так как магнитные полюса ее не совпадают с географическими полюсами (рис. 2, а).

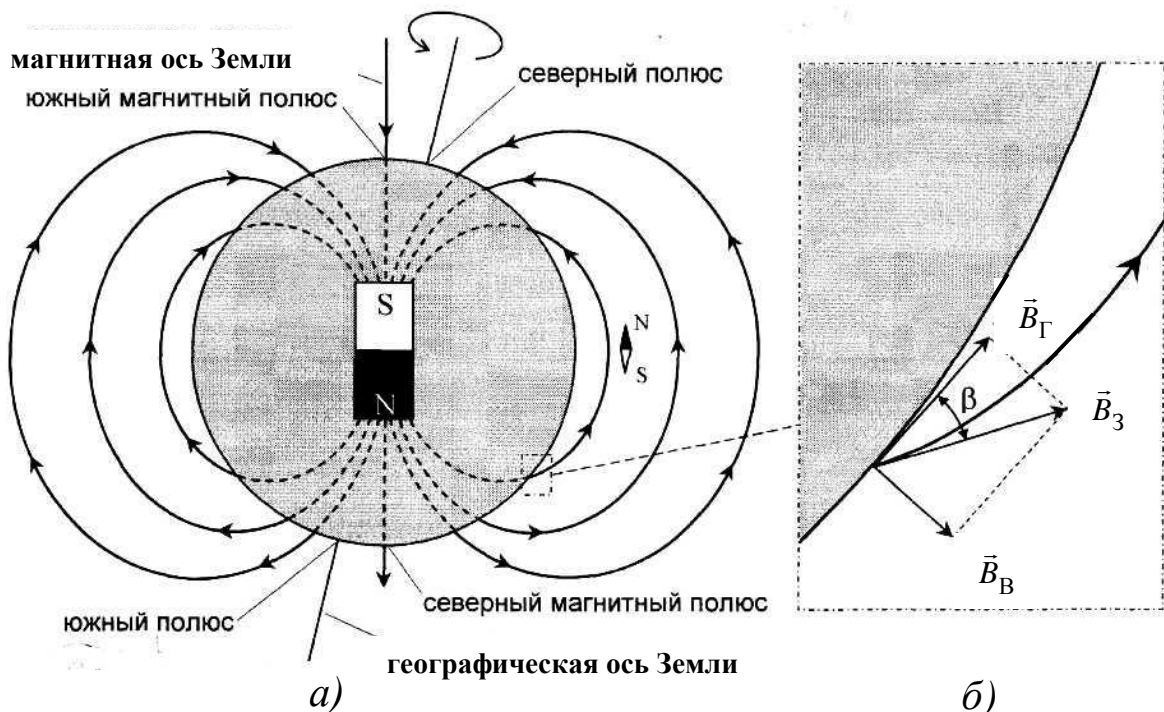


Рис. 2. Изображение магнитного поля Земли с помощью линий индукции

Магнитные полюса не остаются на месте, а перемещаются по сложной траектории вокруг географических полюсов. Так, северный магнитный полюс за сутки перемещается по поверхности Земли на 20,5 м (7,5 км в год), а южный – на 30 м (11 км в год). Например, в настоящее время южный магнитный полюс расположен недалеко от северного географического полюса в точке с координатами  $(78,6 + 0,04^\circ T)$  северной широты и  $(70,1 + 0,07^\circ T)$  западной долготы, где  $T$  – число десятилетий от 1970 года.

Индукция геомагнитного поля испытывает периодические колебания: а) суточные; б) годовые; в) вековые. Изучение остаточной намагниченности пород прошлых времен позволило установить, что имеются и более длительные периоды колебания индукции геомагнитного поля, во время которых происходит смена полюсов – северный полюс становится южным, и наоборот.

Магнитное поле Земли по своей структуре неоднородно. Оно складывается из двух частей: постоянного и переменного полей. Постоянное поле вызвано внутренними источниками магнетизма, а источниками переменного поля являются электрические токи в верхних слоях атмосферы – ионосфере и магнитосфере. В свою очередь постоянное магнитное поле по своей природе неоднородно и состоит из нескольких частей. Это поля, создаваемые однородной намагниченностью Земли, неоднородностью глубоких слоев, различной намагниченностью верхних частей земной коры. Внешнее переменное поле по отношению к внутреннему составляет менее 1 % и поэтому им можно пренебречь.

Плоскость, проведенная через магнитную силовую линию и магнитные полюса, называется *плоскостью магнитного меридиана*. Линия пересечения этой плоскостью поверхности Земли называется *магнитным меридианом*. Вектор индукции магнитного поля Земли можно разложить на две составляющие: горизонтальную  $V_H$  и вертикальную  $V_V$  (рис. 2, б). Горизонтальную составляющую индукции магнитного поля Земли для данного географического пункта определяют с помощью тангенс-гальванометра.

### **3.2.3. Расчет индукции магнитного поля в центре кругового тока**

Элемент  $d\vec{\ell}$  проводника с током  $I$  (рис. 3) создаёт магнитное поле, индукция  $d\vec{B}$  которого определяется законом Био – Савара – Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{\ell}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (1)$$

где  $\mu$  – относительная магнитная проницаемость среды (для воздуха  $\mu \approx 1$ );  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная;  $\vec{r}$  – радиус-вектор, определяющий положение точки магнитного поля относительно элемента  $d\vec{\ell}$  проводника с током  $I$ .

Модуль вектора индукции  $B$  магнитного поля в центре кругового витка радиусом  $R$  с током  $I$  определяется соотношением:

$$B = \int_0^B dB = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R^2} \int_0^{2\pi R} d\ell = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}. \quad (2)$$

С учётом выбранного направления тока в витке (рис. 3) вектор  $\vec{B}$  индукции магнитного поля направлен «к нам». Катушка тангенс-гальванометра содержит  $N$  витков, поэтому индукция в центре катушки определится соотношением:

$$B_{\text{к}} = \frac{\mu_0 IN}{2R}. \quad (3)$$

Магнитная стрелка компаса при отсутствии тока в катушке

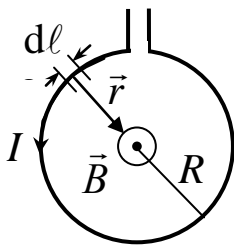


Рис. 3. Круговой виток с током

устанавливается в плоскости магнитного меридиана в направлении горизонтальной составляющей  $\vec{B}_{\Gamma}$  магнитного поля Земли. Поворотом катушки около вертикальной оси можно добиться совмещения плоскости катушки с плоскостью магнитного меридиана.

При включении тока  $I$  стрелка компаса повернётся на угол  $\varphi$  (рис. 4) и установится по направлению результирующего вектора  $\vec{B}$ . Согласно принципу суперпозиции магнитных полей, вектор индукции  $\vec{B}$  результирующего поля определяется соотношением:

$$\vec{B} = \vec{B}_{\Gamma} + \vec{B}_{\text{к}}, \quad (4)$$

где  $\vec{B}_Г$  – определяет горизонтальную составляющую магнитного поля Земли;  $\vec{B}_К$  – определяет индукцию магнитного поля катушки

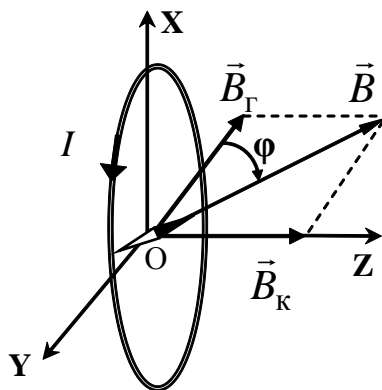


Рис. 4. Круговой виток с током в магнитном поле

с током (индукцией магнитного поля стрелки компаса пренебрегаем).

Определив угол  $\varphi$  (угол  $\beta$  на рис. 2) поворота магнитной стрелки, можно найти горизонтальную составляющую вектора индукции магнитного поля Земли:

$$B_Г = \frac{B_К}{\operatorname{tg}\varphi} = \frac{\mu_0 IN}{2R \operatorname{tg}\varphi}. \quad (5)$$

### 3.3. Определение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли при расположении катушки в плоскости магнитного меридиана

3.3.1. Определить цену деления амперметра по формуле (1.4). Параметры установки занести в табл. 1.

Таблица 1

Параметры установки

Цена деления амперметра	Радиус катушки	Число витков катушки

3.3.2. Собрать цепь по схеме, изображённой на рис. 1.

3.3.3. Совместить плоскость витка с плоскостью магнитного меридиана. По лимбу определить положение северного конца магнитной стрелки (угловая координата  $\varphi_0$ ). Результаты занести в табл. 2.

3.3.4. Замкнуть цепь тангенс-гальванометра ключом  $K$  и перемещением движка реостата  $R$  добиться отклонения стрелки на угол  $\varphi_1 = |\varphi_0 - \varphi'| \approx 40^\circ$ , где  $\varphi'$  – новая угловая координата северного конца магнитной стрелки.

3.3.5. С помощью переключателя  $\Pi$  изменить направление тока в цепи и измерить угловую координату  $\varphi''$  северного конца

магнитной стрелки, определить угол  $\varphi_2 = |\varphi'' - \varphi_0|$ . Разница между углами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  по модулю не должна превышать  $2^\circ$ .

Таблица 2

*Результаты измерений углов и расчёта  $B_\Gamma$  при расположении катушки в плоскости магнитного меридиана*

№	$I$		$\varphi_0$	$\varphi'$	$\varphi_1$	$\varphi''$	$\varphi_2$	$\langle\varphi\rangle$	$\text{tg}\langle\varphi\rangle$	$B_\Gamma$	$\langle B_\Gamma\rangle$
	дел	А	град	град	град	град	град	град		Тл	Тл
1											
2											
3											
4											
5											

3.3.6. Провести измерения для углов  $\varphi_1$  в интервале от  $40^\circ$  до  $50^\circ$ . Записать величину силы тока в делениях для каждого угла. Полученные результаты измерений занести в табл. 2.

3.3.7. Изменить направление тока в цепи и измерить углы  $\varphi_2$  при использованных значениях силы тока  $I$ .

3.3.8. Рассчитать горизонтальную составляющую  $B_\Gamma$  вектора индукции магнитного поля Земли, используя соотношение (5) и ее среднее значение  $\langle B_\Gamma\rangle$ .

3.3.9. Рассчитать относительную  $\varepsilon_B$  и абсолютную  $\Delta B_\Gamma$  погрешности горизонтальной составляющей вектора индукции магнитного поля Земли

$$\varepsilon_B = \sqrt{\varepsilon_R^2 + \varepsilon_I^2 + \varepsilon_{\text{tg}\varphi}^2}, \quad \Delta B_\Gamma = \varepsilon_B \langle B_\Gamma \rangle.$$

3.3.10. Сравнить полученное экспериментально среднее значение  $\langle B_\Gamma \rangle$  со значением этой величины на широте г. Кемерово  $B_\Gamma = 1,55 \cdot 10^{-5}$  Тл.

#### 4. Сделать вывод.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

## Определение индуктивности катушки

**1. Цель работы:** освоить экспериментальный метод определения индуктивности катушки.

**2. Подготовка к работе:** а) изучить необходимые теоретические положения по учебникам: [1] §§ 122, 123, 126, 135, 136, 149; [2] 24.5, 25.2; [3] §§ 52–55; б) ответить на вопросы для самоподготовки 4.31–4.43.

Для выполнения работы студент должен *знать*:

а) закон электромагнитной индукции и правило Ленца; б) понятие о магнитном потоке и индуктивности контура; в) метод векторных диаграмм и его применение к расчёту индуктивности катушки; г) понятие магнитной проницаемости среды.

*Уметь*: а) пользоваться электроизмерительными приборами; б) определять цену деления измерительных приборов; в) рассчитывать погрешности при электрических измерениях.

**3. Выполнение работы****3.1. Описание лабораторной установки**

Электрическая схема лабораторной установки (рис. 1) содержит источник напряжения  $\mathcal{E}$ , потенциометр  $P$ , катушку индуктивности  $L$ , вольтметр  $V$ , амперметр  $A$  и ключ  $K$ .

Данная электрическая схема предназначена для снятия вольт-амперной характеристики катушки на постоянном (рис. 1, а) и переменном напряжении (рис. 1, б). Используемые при этом измерительные приборы предназначены для определения как постоянных, так и зависящих от времени значений тока и напряжения. В цепи, содержащей источник переменного напряжения, измеряются эффективные (действующие) значения силы тока  $I_A$  и напряжения  $U$ .

**3.2. Методика измерений и расчёта**

Электрический ток  $I$ , протекающий в контуре, создает пронизывающий этот контур полный магнитный поток (потокосцепление)  $\Psi$ , пропорциональный силе тока:

$$\Psi = LI,$$

где  $L$  – коэффициент пропорциональности между силой тока и полным магнитным потоком – индуктивность контура.

Индуктивность контура зависит от его формы и размеров, а также от магнитных свойств окружающей контур среды.

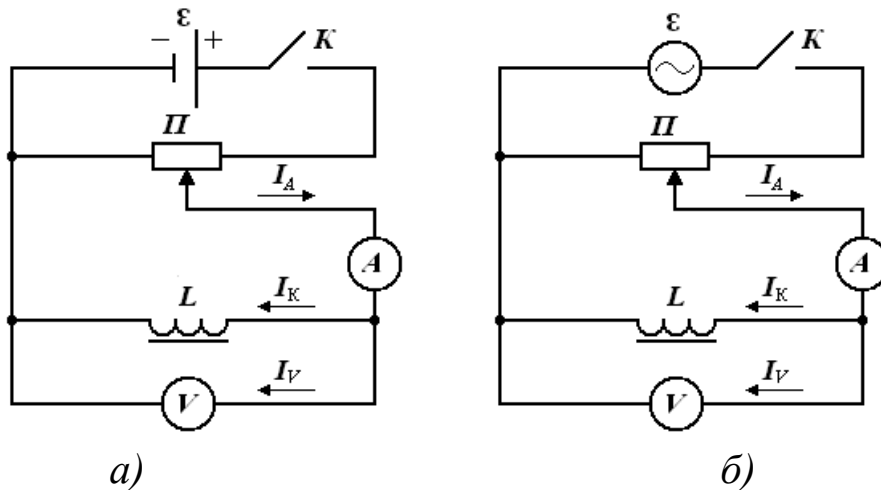


Рис. 1. Принципиальная электрическая схема установки с источником постоянного напряжения (а) и переменного напряжения (б)

Изменение силы тока в контуре, содержащем катушку индуктивности, сопровождается возникновением электродвижущей силы самоиндукции:

$$\varepsilon_s = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}\right).$$

Для неферромагнитной среды  $L = \text{const}$  и  $\frac{dL}{dt} = 0$ , а при наличии ферромагнетика индуктивность  $L$  увеличивается в  $\mu$  раз, так как магнитная проницаемость  $\mu$  является переменной величиной и зависит от силы намагничивающего тока и характеристики сердечника.

Рассмотрим процессы, происходящие при протекании переменного тока через участок цепи, содержащей резистор и катушку индуктивности (рис. 2), к концам которого приложено переменное напряжение:

$$U = U_m \cos \omega t,$$



где  $U_m$  – амплитуда напряжения;  $\omega$  – циклическая частота.

Переменный ток можно считать квазистационарным, так как изменения мгновенных значений силы тока происходят достаточно медленно, а электромагнитные возмущения распространяются в цепи со скоростью, равной скорости света в вакууме. Для мгновенных значений квазистационарных токов выполняется закон Ома. Для тока, протекающего через резистор, закон Ома запишется в виде:

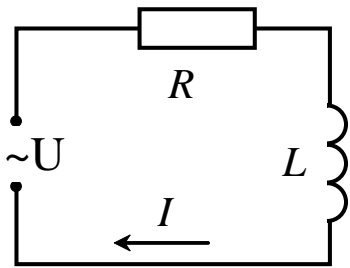


Рис. 2. Участок цепи, содержащий резистор и катушку индуктивности

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_m}{R} \cos \omega t = I_m \cos \omega t,$$

из которого следует, что падение напряжения на резисторе  $U_R = RI_m$  совпадает по фазе с током, протекающим через него.

Для определения силы тока, протекающего через катушку индуктивности, учтем возникновение в ней электродвижущей силы самоиндукции:

$$U_m \cos \omega t - L \frac{dI}{dt} = 0,$$

из этого соотношения следует

$$dI = \frac{U_m}{L} \cos \omega t dt.$$

После интегрирования получим

$$I = \frac{U_m}{\omega L} \sin \omega t = \frac{U_m}{\omega L} \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right),$$

где  $R_L = \omega L$  – индуктивное сопротивление.

Падение напряжения на катушке  $U_L = \omega L I_m \cos \omega t$  опережает по фазе на  $\pi/2$  ток, текущий через катушку.

Амплитуда  $U_m$  приложенного напряжения на резисторе  $U_R$  и на катушке  $U_L$  равна векторной сумме амплитуд этих падений напряжений (рис. 3). Из прямоугольного треугольника получаем соотношение

$$U_m^2 = U_R^2 + U_L^2,$$

из которого амплитуда силы тока

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + R_L^2}} = \frac{U_m}{Z},$$

где  $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$  – полное сопротивление участка цепи с омическим и индуктивным сопротивлением.

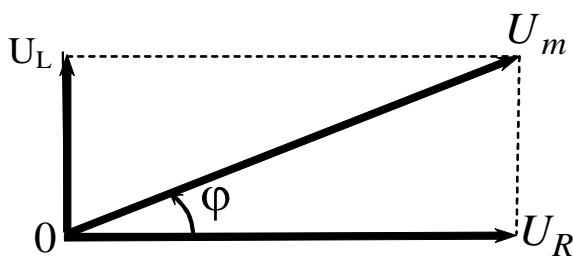


Рис. 3. Векторная диаграмма амплитуд напряжений

Из полученного соотношения выражаем индуктивность катушки

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega}, \quad (1)$$

где  $\omega = 2\pi\nu$  – циклическая частота переменного напряжения.

Для экспериментального определения сопротивления  $R$  катушки

постоянному току и полного сопротивления  $Z$  катушки переменному току необходимо снять вольт-амперную зависимость  $I = f(U)$ , используя электрические схемы, приведенные на рис. 1.

### 3.3. Определение омического сопротивления $R$ катушки

3.3.1. Собрать электрическую цепь (рис. 1, а). Обратит внимание на то, что реостат используется в качестве потенциометра. Движок реостата поставить в положение минимума снимаемого напряжения.

3.3.2. После проверки схемы преподавателем поставить движок реостата в положение минимума снимаемого напряжения. Замкнуть ключ  $K$ , снять вольт-амперную зависимость (показания приборов для значений напряжения  $U$  и тока  $I_A$ ). Результаты измерений занести в табл. 1.

3.3.3. Рассчитать токи, протекающие через вольтметр  $I_V$   $I_V = \frac{U}{R_V}$ , где  $R_V$  – сопротивление вольтметра  $R_V$  (указано на шкале прибора) и катушку  $I_K$ :

$$I_{\text{к}} = I_{\text{А}} - I_{\text{V}}.$$

Таблица 1

*Результаты измерения омического сопротивления катушки*

$$R_{\text{V}} =$$

№	Напряжение $U$ , В	Ток			Сопротивление $R$ , Ом
		$I_{\text{А}}$ , А	$I_{\text{V}}$ , А	$I_{\text{к}}$ , А	
1					
2					
3					
4					
5					

3.3.4. Построить график вольт-амперной зависимости  $I_{\text{к}} = f(U)$ , откладывая по оси ординат ток катушки  $I_{\text{к}}$ , по оси абсцисс напряжение  $U$ . Котангенс угла наклона прямой, проведённой через точки графика, определяет омическое сопротивление  $R$  катушки

$$R = \text{ctg}\varphi = \frac{\Delta U}{\Delta I_{\text{к}}}$$

### ***3.4. Определение полного сопротивления $Z$ катушки без сердечника в цепи переменного тока***

3.4.1. Собрать электрическую схему 1, б. После проверки схемы преподавателем поставить движок реостата в положение минимума снимаемого напряжения, замкнуть ключ  $K$ , снять вольт-амперную зависимость  $I_{\text{А}} = f(U)$ . Результаты занести в табл. 2.

Таблица 2

*Результаты измерения полного сопротивления катушки без сердечника*

№	Напряжение $U$ , В	Ток			Сопротивление $Z$ , Ом
		$I_{\text{А}}$ , А	$I_{\text{V}}$ , А	$I_{\text{к}}$ , А	
1					
2					
3					
4					
5					

3.4.2. Аналогично п. 3.3.3 рассчитать токи, протекающие через вольтметр  $I_V$  и катушку  $I_K$ , результаты вычислений занести в табл. 2.

3.4.3. Построить график вольт-амперной зависимости  $I_K = f(U)$  на одном графике с вольт-амперной зависимостью для постоянного тока. Определить полное сопротивление  $Z$  катушки без сердечника.

### ***3.5. Определение полного сопротивления $Z_c$ катушки с железным сердечником в цепи переменного тока***

3.5.1. Вставить в катушку сердечник и вновь повторить все измерения согласно пп. 3.4.1–3.4.3.

Результаты измерений занести в табл. 3, аналогичную табл. 2.

### ***3.6. Определение индуктивности $L$ катушки и средней магнитной проницаемости $\mu_c$ сердечника***

3.6.1. Используя соотношение (1) определить индуктивность  $L$  катушки без сердечника и индуктивность  $L_c$  катушки с железным сердечником.

3.6.2. Рассчитать среднюю магнитную проницаемость  $\mu_c$  сердечника, используя соотношение:

$$\mu_c = \frac{L_c}{L}.$$

**4. Сделать вывод** о причинах влияния сердечника на индуктивность катушки.

#### 4. Вопросы для самоподготовки

- 4.1. Как определяется цена деления многопредельного электроизмерительного прибора?
- 4.2. Что называют напряженностью электрического поля? Как направлен вектор напряженности  $\vec{E}$ ?
- 4.3. Чему равен модуль вектора напряженности поля точечного заряда на расстоянии  $r$  от него? Как направлены вектора напряженности электрического поля?
- 4.4. В чём заключается принцип суперпозиции электростатических полей для совокупности электрических зарядов?
- 4.5. Чему равна работа перемещения электрического заряда в электростатическом поле по замкнутой траектории? По незамкнутой?
- 4.6. Что называют потенциалом данной точки электростатического поля? Что называют эквипотенциальной поверхностью?
- 4.7. Как графически изобразить электростатическое поле? Каково взаимное расположение силовых и эквипотенциальных линий?
- 4.8. Как связаны напряженность и потенциал? Как направлен вектор градиента потенциала?
- 4.9. Что называют потоком вектора  $\vec{E}$ ? Как изменится поток вектора  $\vec{E}$ , если замкнутую поверхность в виде сферы заменить замкнутой поверхностью произвольной формы?
- 4.10. Как формулируется теорема Гаусса?
- 4.11. Чему равен поток вектора  $\vec{E}$  сквозь замкнутую поверхность, не содержащую электрических зарядов?
- 4.12. Что можно сказать о потенциале внутри и на поверхности металлического цилиндра, о напряженности поля внутри и на поверхности металлического цилиндра?
- 4.13. Как следует включить реостат (переменное сопротивление) для изменения силы тока в цепи?
- 4.14. Как включить в цепь реостат в качестве потенциометра, то есть для изменения напряжения?
- 4.15. Что такое сопротивление? От чего оно зависит? Какие существуют способы определения сопротивления?

4.16. Как записывается закон Ома для пассивного и активного участков электрической цепи в локальной и интегральной формах записи?

4.17. Чем отличаются схемы (I) и (II) для измерения сопротивления?

4.18. Выведите формулу для определения относительной методической погрешности измерения сопротивления по схемам (I) и (II).

4.19. Как найти абсолютную погрешность измерения по классу точности прибора?

4.20. При каких значениях неизвестного сопротивления и сопротивлений приборов можно использовать схемы (I) и (II), если задано, что точность измерений должна быть меньше 3 %; 10 %; 15 %?

4.21. Что называется магнитным полем? При каких условиях оно возникает?

4.22. Как графически изображается магнитное поле?

4.23. Чем обусловлено магнитное поле Земли? Где располагаются магнитные полюса Земли?

4.24. Какие элементы введены для описания магнитного поля Земли?

4.25. Чему равен и как направлен вблизи г. Кемерово вектор индукции магнитного поля Земли?

4.26. В чём состоит физический смысл закона Био – Савара – Лапласа?

4.27. В чём заключается принцип суперпозиции магнитных полей?

4.28. Как определить направление вектора индукции магнитного поля, создаваемого проводником с током?

4.29. Как определить индукцию магнитного поля в центре кругового витка с током?

4.30. Как определить индукцию магнитного поля прямого тока?

4.31. Что такое индуктивность? От чего она зависит и что определяет в цепи синусоидального тока?

4.32. Какие существуют способы определения индуктивности?

4.33. Что такое активное, индуктивное и полное сопротивление в цепи переменного тока?

4.34. Почему при переменном токе сопротивление катушки увеличивается?

4.35. В чём заключается явление электромагнитной индукции и явление самоиндукции?

4.36. Как определить направление индукционного тока?

4.37. Зависит ли индуктивность катушки от величины приложенного напряжения?

4.38. Как влияет железный сердечник на величину индуктивности катушки?

4.39. Если напряжение на активном сопротивлении равно 20 В, а на последовательно включённой с ним катушке индуктивности – 40 В, то каково напряжение, приложенное к данной цепи?

4.40. Почему сопротивление катушки называют реактивным?

4.41. Зависит ли угол сдвига фаз между током и напряжением от числа витков катушки и марки железного сердечника?

4.42. Зачем в катушках индуктивности, используемых в различных устройствах, применяют сердечники из пермаллоя и феррита?

4.43. В каких устройствах используют катушки без сердечника и в каких устройствах используют сердечники с прямоугольной петлей гистерезиса?

## Список рекомендуемой литературы

1. Трофимова, Т. И. Курс физики : учеб. пособие для инж.-техн. специальностей вузов / Т. И. Трофимова. – 17-е изд., стереотип. – Москва : Академия, 2008. – 560 с.
2. Детлаф, А. А. Курс физики : учеб. пособие для вузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – Москва : Академия, 2007. – 720 с.
3. Савельев, И. В. Курс физики : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по техн. и технолог. направлениям и специальностям : в 3 т. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика. – 4-е изд., стереотип. – Санкт-Петербург : Лань, 2008. – 480 с. – [http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_cid=25&p11\\_id=347](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=347)