

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева»

**Кафедра теоретической и геотехнической механики**

Составители

**В. А. Хямяляйнен**  
**Р. Ф. Гордиенко**

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ  
АНАЛИТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ  
К РАСЧЕТУ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

**Методические указания к выполнению  
расчетно-графической работы**

Рекомендовано учебно-методической комиссией специальности  
131201.65 «Физические процессы горного  
или нефтегазового производства»  
в качестве электронного издания  
для самостоятельной работы

Кемерово2014

## Рецензенты:

Гуцал М. В. – доцент кафедры теоретической и геотехнической механики

Хямяляйнен В. А. – председатель учебно-методической комиссии специальности 131201.65 «Физические процессы горного или нефтегазового производства»

**Хямяляйнен Вениамин Анатольевич, Гордиенко Раиса Фроловна. Применение методов аналитической механики к расчету строительных конструкций:** методические указания для расчетно-графической работы №3 по дисциплине «Теоретическая механика» для студентов специальности 131201.65 «Физические процессы горного или нефтегазового производства» и направления 270800.62 «Строительство», профиль 270815.62 «Автомобильные дороги» очной формы обучения / сост. В. А. Хямяляйнен, Р. Ф. Гордиенко. – Электрон. изд. – Кемерово: КузГТУ, 2014. –1 электрон. опт. диск (CD-ROM); зв. цв. .12см. – Систем. требования: Pentium IV, Athlon XP, ОЗУ512 Мб; Windows XP; (CD ROM-дисковод); мышь. – загл. с экрана.

Представлены основные теоретические положения темы «Принцип возможных перемещений» раздела «Аналитическая механика». Приведен пример выполнения задания и задания для самостоятельной работы студентов.

© КузГТУ, 2014

© Гордиенко Р. Ф.,

Хямяляйнен В. А., 2014  
составление, 2014

## ВВЕДЕНИЕ

Раздел курса теоретической механики «Аналитическая механика» является одним из основополагающих при получении инженерного образования по строительным специальностям. Актуальность этого раздела объясняется необходимостью более широкого использования аналитических методов расчета строительных конструкций в связи с их усложнением, необходимостью повышения точности расчета, целесообразностью использования ЭВМ.

В настоящих методических указаниях даются рекомендации по индивидуальной работе студентов при проведении индивидуальных занятий с применением одного из основных методов аналитической механики – принципа виртуальных (возможных) перемещений. Использование этого метода при расчете строительных конструкций предполагает знание основных понятий геометрической статики: связей, реакции связи, типов связей, принципа освобожденности от связей. Цель проведения индивидуальных занятий – привитие навыков определения реакций связей многозвенных строительных конструкций, осознание студентом преимуществ аналитических методов перед геометрическими при исследовании сложных систем.

С целью индивидуализации процесса обучения наряду с общими теоретическими положениями настоящие методические указания содержат индивидуальные задания по расчету типовых строительных конструкций. Приведены примеры применения принципа возможных перемещений в геометрической и координатной формах.

### 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ

В отличие от геометрической статики, занимающейся изучением условий равновесия одного абсолютно твердого тела, в аналитической статике изучается равновесие любого числа таких тел и вообще любой системы материальных точек. В основе аналитической статики лежит принцип виртуальных (возможных) перемещений.

Виртуальным перемещением позывается любое воображае-

мое элементарное перемещение материальной точки  $\delta\vec{r}$ , происходящие мгновенно в соответствии с наложением на точку связями.

Виртуальное перемещение имеет два существенных отличия от действительного:

1) действительное элементарное перемещение точки  $\delta\vec{r} = \vec{v}dt$  всегда единственно и определяется вектором скорости  $\vec{v}$ . Виртуальных перемещений  $\delta\vec{r}$  может быть бесконечное множество;

2) действительное перемещение  $d\vec{r}$  происходит во времени, Виртуальное перемещение  $\delta\vec{r}$  можно не связывать с изменением времени.

Например, при движении точки по поверхности виртуальными перемещениями являются все элементарные перемещения, лежащие в касательной плоскости, проведенной через положение точки в данный момент. Действительным же перемещением является только одно из них, совершаемое в направлении скорости (рис. 1).

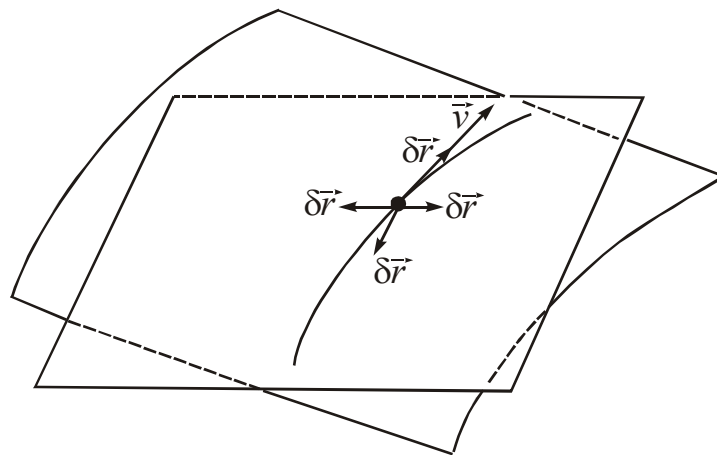


Рис. 1

Учитывая, что единственным ограничением, накладываемым на виртуальное перемещение, является связь, остановимся несколько подробнее на понятии связи. В соответствии с общепринятыми классификациями связи можно подразделить на склерономные (постоянные) и реономные (переменные). Тогда действительное перемещение можно рассматривать как один из вариантов виртуального в случае склерономных связей. Таким обра-

зом, понятие виртуального перемещения является более общим по сравнению с действительным.

Рассмотрим вторую классификацию связей – разделим все связи на голономные (геометрические или приводящие к ним) и неголономные. В дальнейшем будем рассматривать только голономные связи, которые разделим на удерживающие и недерживающие. Удерживающие связи ограничивают перемещение системы материальных точек во все время движения. Неудерживающие – только в те моменты времени, когда система приходит на связь.

В свою очередь голономные связи можно разделить на идеальные и неидеальные. При этом введенное в геометрической статике для абсолютно твердого тела понятие идеальности связи (реакция нормальна к поверхности связи) не всегда будет приемлемо для системы материальных точек, так как не всегда можно указать ту поверхность, к которой реакция была бы нормальной. Например, реакция невесомого и нерастяжимого стержня, соединяющего две материальные точки, направлена вдоль стержня и не нормальна ни к какой поверхности. Отсюда возникает необходимость обобщения понятия идеальности связи в следующей форме.

Связь называется идеальной, если элементарная работа силы реакции связи на любом виртуальном перемещении системы равняется нулю для связи удерживающей и не меньше нуля для связи недерживающей, т.е. для идеальной связи

$$\delta A = \vec{R} \cdot \delta \vec{r} \geq 0,$$

где  $\delta A$  – элементарная работа;  $\vec{R}$  – реакция связи.

**Принцип виртуальных перемещений.** Для равновесия системы материальных точек, подчиненных идеальным связям, необходимо и достаточно, чтобы работа активных сил на любом виртуальном перемещении системы равнялась нулю для связей удерживающих и была не больше нуля для связей недерживающих, т.е.

$$\sum_i \delta A(\vec{F}_i) \leq 0,$$

где  $\vec{F}_i$  – активные силы, приложенные к системе.

## 2. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Ограничимся рассмотрением удерживающих связей.

При определении реакций связей многозвенной строительной конструкции рекомендуется придерживаться следующей схемы:

1) выделяем связи, наложенные на строительную конструкцию;

2) в соответствии с принципом освобождаемости от связей действие одной связи или ее части заменяем реакцией. Изображаем расчетную схему, включающую строительную конструкцию с оставшимися связями и нагруженную заданными активными силами и определяемой реакцией отброшенной связи;

3) в зависимости от принятой формы записи уравнения принципа виртуальных перемещений возможны два метода решения – геометрический и аналитический.

При геометрическом методе сообщаем конструкции возможное перемещение в соответствии с наложенными на нее оставшимися связями. Записываем уравнение принципа в виде

$$\sum_i \vec{F}_i \delta r_i \cos(\vec{F}_i, \delta \vec{r}_i) + \sum_k M_z(\vec{F}_k) \delta \varphi_k = 0,$$

где  $\delta r_i$  – линейное перемещение точки приложения силы  $\vec{F}_i$  при поступательном, перемещении конструкции или ее части;  $\delta \varphi_k$  – угловое перемещение тела с приложенной к нему силой  $\vec{F}_k$  при вращательном перемещении конструкции или ее части;  $M_z$  – момент сил  $\vec{F}_k$  относительно оси вращения  $z$ .

В соответствии с числом степеней свободы конструкции часть перемещений принимаем за независимые и все остальные перемещения  $\delta r_i$  и  $\delta \varphi_k$  в полученном уравнении выражаем через них, приравнявая нулю коэффициенты при независимых перемещениях, получаем уравнения равновесия.

Следует отметить, что при расчете плоских конструкций плоскопараллельное перемещение удобно рассматривать как вращательное вокруг оси, проходящей через мгновенный центр вращения.

При аналитическом методе уравнение принципа записываем в виде

$$\sum_i (X_i \delta x_i + Y_i \delta y_i + Z_i \delta z_i) = 0,$$

где  $X_i, Y_i, Z_i$  – проекции силы  $\vec{F}_i$  на оси координат;  $\delta x_i, \delta y_i, \delta z_i$  – проекции перемещения  $\delta \vec{r}$  на оси координат.

В соответствии с числом степеней свободы конструкции координаты точек приложения сил выражаем через независимые параметры, количество которых определяется числом степеней свободы. Варьируем координаты путем дифференцирования по независимым параметрам. Приравнявая в уравнении нулю коэффициенты при независимых вариациях параметра, получаем уравнения равновесия.

При наличии уравнений связи следует их проварьировать по координатам. Из полученной системы уравнений выражают вариации координат через вариации тех из них, которые приняты за независимые. Приравнявая нулю в уравнении, коэффициенты при независимых вариациях координат, получаем уравнения равновесия.

### 3. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

**Пример 1.** Определить реакции опор нагруженной балки (рис. 2, а).

1. Определение горизонтальной составляющей  $\vec{X}_A$  реакции шарнира  $A$  (рис. 2, б).

Освобождаем балку от связи в точке  $A$  в горизонтальном направлении, заменяя эту часть связи силой  $\vec{X}_A$ . Сообщаем балке возможное перемещение  $\delta x$  и вычисляем сумму элементарных работ всех приложенных к балке сил, приравнявая ее к нулю:

$$X_A \delta x = 0, \text{ откуда } X_A = 0.$$

2. Определение вертикальной составляющей  $\vec{Y}_A$  реакции шарнира  $A$  (рис. 2, в).

Рассуждая аналогично, получим

$$Y_A AB \delta \varphi + P 0,5 AB \delta \varphi + M \delta \varphi = 0;$$

$$Y_A = -0,5P - \frac{M}{AB}.$$

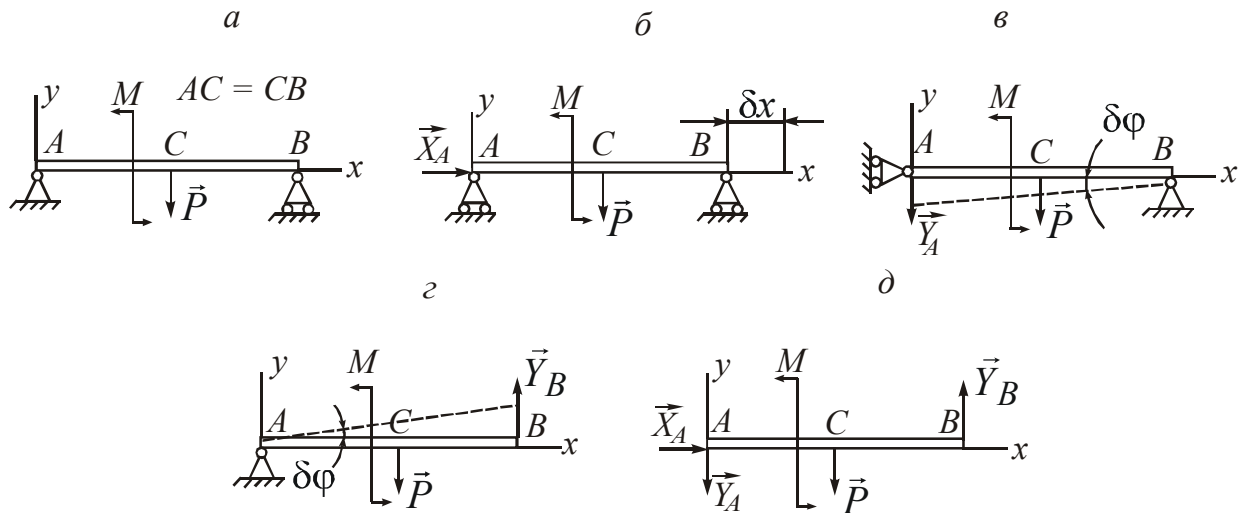


Рис. 2

3. Определение реакции шарнира  $B$  (рис. 2,  $z$ ).

Аналогично п.п. 1 и 2 имеем

$$Y_B AB \delta\varphi - P \cdot 0,5 AB \delta\varphi + M \delta\varphi = 0;$$

$$Y_B = 0,5P - \frac{M}{AB}.$$

4. Проверка полученного решения (рис. 2,  $d$ ).

Составляем уравнение геометрической статики:

$$\sum_i X_i = X_A \equiv 0;$$

$$\sum_i Y_i = -Y_A - P + Y_B \equiv 0.$$

**Пример 2.** Определить реакции опор составной балки, находящейся под нагрузкой (рис. 3,  $a$ ).

1. Определение горизонтальной составляющей  $\vec{X}_A$  реакции шарнира  $A$  (рис. 3,  $b$ ).

Сообщив балке возможное перемещение  $\delta s$ , записываем следующее уравнение:

$$X_A \delta s - F \cos \alpha \cdot \delta s = 0, \text{ откуда } X_A = F \cos \alpha.$$

2. Определение вертикальной составляющей  $\vec{Y}_A$  реакции



шарнира  $A$  (рис. 3, в).

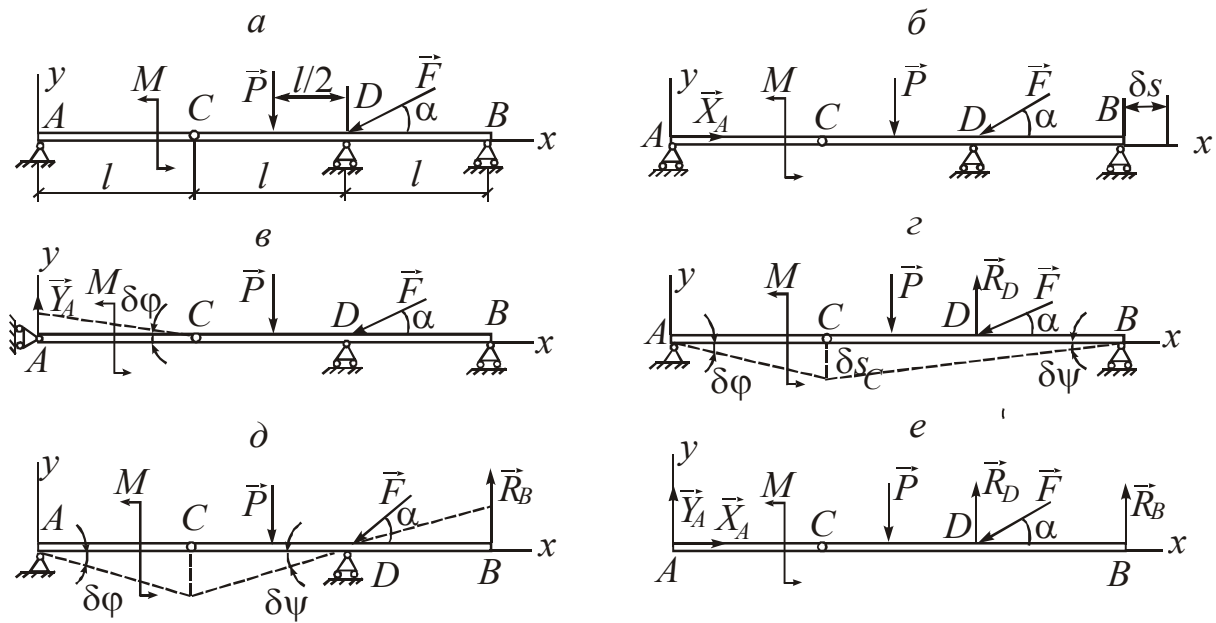


Рис. 3

Возможным перемещением в данном случае является поворот балки  $AC$  вокруг шарнира  $C$  на угол  $\delta\varphi$ . Уравнение возможных работ записывается в следующем виде:

$$Y_A \cdot l \cdot \delta\varphi - M\delta\varphi = 0, \text{ откуда } Y_A = M/l.$$

### 3. Определение реакции $\vec{R}_D$ шарнира $D$ (рис. 3, з).

Возможными перемещениями конструкций в данном случае будут поворот балки  $AC$  вокруг шарнира  $A$  на угол  $\delta\varphi$  и поворот балки  $BC$  вокруг шарнира  $B$  на угол  $\delta\psi$ . Уравнение возможных работ при этом будет иметь вид

$$-M\delta\varphi + P\frac{3l}{2}\delta\psi - R_D \cdot l \cdot \delta\psi + F \sin \alpha \cdot l \cdot \delta\psi = 0. \quad (*)$$

Связь между угловыми перемещениями  $\delta\varphi$  и  $\delta\psi$  найдем из соотношения:

$$\delta s_C = AC\delta\varphi \text{ и } \delta s_C = BC\delta\psi, \text{ тогда}$$

$$AC\delta\varphi = BC\delta\psi, \text{ откуда } \delta\psi = \frac{AC}{BC}\delta\varphi = \frac{l}{2l}\delta\varphi = \frac{1}{2}\delta\varphi.$$

С учетом этого уравнение (\*) переписывается следующим образом:

$$-M + \frac{3}{4}P \cdot l - \frac{1}{2}R_D \cdot l + \frac{1}{2}F \sin \alpha \cdot l = 0.$$

Откуда 
$$R_D = \frac{3}{2}P + F \sin \alpha - \frac{2M}{l}.$$

4. Определение реакции  $\vec{R}_B$  шарнира (рис. 3, *д*).

Угловые перемещения балки  $AC$  и балки  $BC$  будут одинаковы, т.е.  $\delta\varphi = \delta\psi$ . Тогда

$$-M\delta\varphi + P\frac{l}{2}\delta\varphi - R_B \cdot l \cdot \delta\varphi = 0.$$

Отсюда 
$$R_B = \frac{M}{l} - \frac{1}{2}P.$$

5. Проверка полученного решения (рис. 3, *е*).

Составляем уравнения геометрической статики:

$$\sum_i X_i = X_A - F \cos \alpha \equiv 0;$$

$$\sum_i Y_i = Y_A - P - F \sin \alpha + R_D + R_B \equiv 0.$$

**Пример 3.** Определить реакции опор составной конструкции (рис. 4, *а*).

1. Определение горизонтальной составляющей  $\vec{X}_A$  реакции жесткой заделки (рис.4, *б*).

Освободимся в точке  $A$  от связи в горизонтальном направлении, заменив ее реакцией  $\vec{X}_A$ . При этом оставшаяся в точке  $A$  часть связи будет представлять собой скользящую заделку, допускающую возможное поступательное перемещение конструкции  $\delta s$  в горизонтальном направлении. Записываем следующее уравнение возможных работ:

$$X_A \delta s - F \sin \alpha \delta s = 0, \text{ откуда } X_A = F \sin \alpha;$$

2. Определение вертикальной составляющей  $\vec{Y}_A$  реакции жесткой заделки (рис. 4, *в*).

В этом случае возможное перемещение тела  $AC$  – вертикальное поступательное  $\delta s$ , а тела  $BC$  – вращательное  $\delta\varphi$  вокруг оси, проходящей через мгновенный центр вращения  $P_{BC}$ , положение которого находится на пересечении перпендикуляров к направлениям возможных перемещений точек  $B$  и  $C$ .

$$Y_A \delta s - Q \delta s + F_x 0,5 \cdot a \cdot \delta\varphi - F_y 0,5a \cdot \text{ctg} \alpha \delta\varphi = 0,$$

где  $F_x = F \sin \alpha$ ;  $F_y = F \cos \alpha$ .

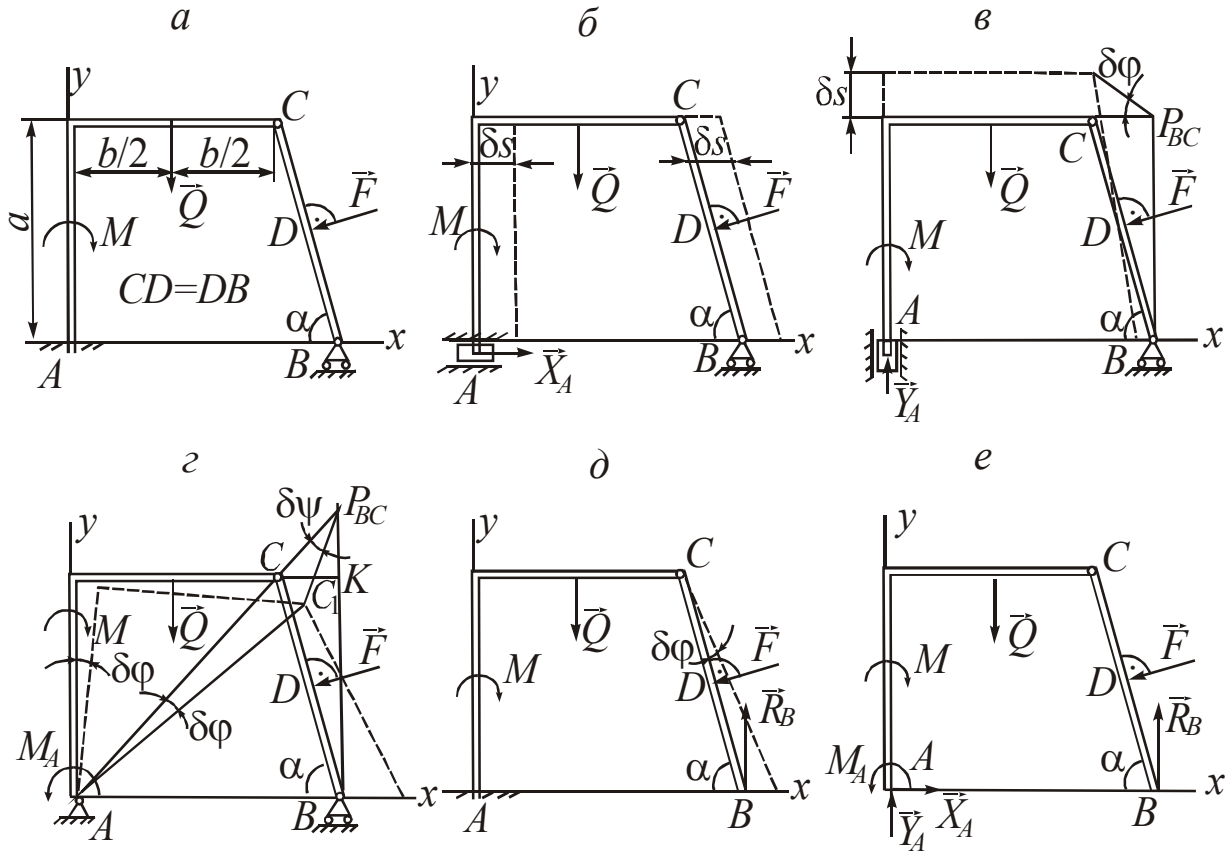


Рис. 4

Учитывая, что  $\delta\varphi = \frac{\delta s}{P_{BC}C} = \frac{\delta s}{a \cdot \operatorname{ctg} \alpha}$ , получаем

$$Y_A - Q + 0,5F \frac{\sin \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} - 0,5F \cos \alpha = 0, \quad Y_A = Q + 0,5F \frac{\cos 2\alpha}{2 \cos \alpha}.$$

3. Определение реактивного момента  $M_A$  жесткой заделки (рис. 4, з).

Оставшаяся часть связи в точке  $A$  представляет собой неподвижный шарнир. Тогда возможным перемещением тела  $AC$  будет поворот на угол  $\delta\varphi$  вокруг точки  $A$ , а тела  $BC$  – поворот на угол  $\delta\psi$  вокруг мгновенного центра вращения  $P_{BC}$ .

$$M\delta\varphi - M_A\delta\varphi + Q \cdot 0,5b \cdot \delta\varphi - F \sin \alpha (P_{BC}B - 0,5a)\delta\psi + F \cos \alpha \cdot 0,5a \cdot \operatorname{ctg} \alpha \delta\psi = 0 \quad (**)$$

Находим связь между перемещениями  $\delta\varphi$  и  $\delta\psi$ .

$$CC_1 = AC\delta\varphi = P_{BC}C \cdot \delta\psi,$$

$$\delta\psi = \frac{AC}{P_{BC}C} \delta\varphi = \frac{b}{CK} \delta\varphi = \frac{b}{a \operatorname{ctg} \alpha} \delta\varphi.$$

Тогда уравнение (\*\*\*) записывается в следующем виде:

$$M - M_A + Q \cdot 0,5b - F \sin \alpha \left( a + \frac{b}{2 \operatorname{ctg} \alpha} \right) + 0,5F \cdot b \cdot \cos \alpha = 0,$$

из которого

$$M_A = M + 0,5Q \cdot b - F \sin \alpha \left( a + \frac{b}{2 \operatorname{ctg} \alpha} \right) + 0,5F \cdot b \cdot \cos \alpha.$$

4. Определение реакции  $\vec{R}_B$  шарнира  $B$  (рис. 4, д).

Возможное перемещение конструкции – поворот тела  $BC$  на угол  $\delta\varphi$  вокруг шарнира  $C$ .

$$R_B \cdot a \cdot \operatorname{ctg} \alpha \cdot \delta\varphi - F \cdot 0,5BC \cdot \delta\varphi = 0,$$

$$R_B \cdot a \cdot \operatorname{ctg} \alpha - F \frac{a}{2 \sin \alpha} = 0, \quad R_B = \frac{F}{2 \cos \alpha}.$$

5. Проверка полученного решения (рис. 4, е).

Составляем уравнение геометрической статики. Для левой части составной конструкции имеем:

$$\sum_i M_{ic} = X_A \cdot a - Y_A b + M_A - M + Q \cdot 0,5b = F \sin \alpha \cdot a - \left( Q + \frac{\cos 2\alpha}{2 \cos \alpha} F \right) b +$$

$$+ M + 0,5Q \cdot b - F \cdot \sin \alpha \left( a + \frac{b}{2 \operatorname{ctg} \alpha} \right) + 0,5F \cdot b \cdot \cos \alpha - M + 0,5Q \cdot b \equiv 0.$$

Для всей составной конструкции имеем:

$$\sum_i Y_i = Y_A - Q - F \cos \alpha + R_B = Q + 0,5F(\cos 2\alpha / \cos \alpha) - Q - F \cos \alpha +$$

$$+ F / (2 \cos \alpha) = F \frac{\cos 2\alpha}{2 \cos \alpha} - F \frac{2 \cos^2 \alpha - 1}{2 \cos \alpha} \equiv 0.$$

**Пример 4.** Определить соотношение между величинами сил  $\vec{Q}$  и  $\vec{F}$  при равновесии шарнирно-стержневой конструкции (рис. 5).

Записываем уравнение возможных работ в координатной форме:

$$Q_x \cdot \delta x_c + Q_y \cdot \delta y_c + F_x \cdot \delta x_D + F_y \cdot \delta y_D = 0,$$

где  $F_x = -F \cos \beta$ ;  $F_y = -F \sin \beta$ ;  $Q_x = -Q \cos \alpha$ ;  $Q_y = -Q \sin \alpha$ ;  
 $x_c = a \cos \varphi$ ;  $y_c = a \cdot \sin \varphi$ ;  $x_D = b + a \cos \varphi$ ;  $y_D = a \sin \varphi$ .

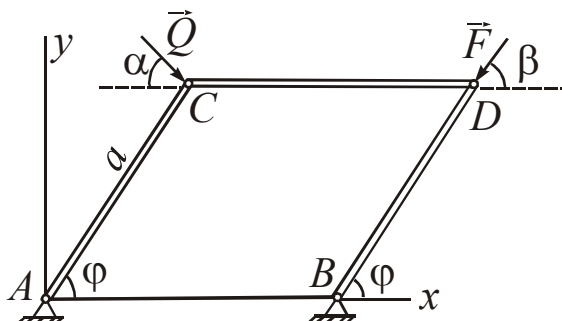


Рис. 5

Находим вариации координат точек C и D:

$$\delta x_c = -a \sin \varphi \cdot \delta \varphi;$$

$$\delta y_c = a \cos \varphi \cdot \delta \varphi;$$

$$\delta x_D = -a \sin \varphi \cdot \delta \varphi;$$

$$\delta y_D = a \cos \varphi \cdot \delta \varphi.$$

Подставляя найденные вариации координат в исходное уравнение, получаем:

$$-Q \cos \alpha \cdot a \cdot \sin \varphi \delta \varphi - Q \sin \alpha \cdot a \cdot \cos \varphi \cdot \delta \varphi + F \cos \beta \cdot a \cdot \sin \varphi \cdot \delta \varphi - F \sin \beta \cdot a \cdot \cos \varphi \cdot \delta \varphi = 0.$$

Откуда 
$$\frac{Q}{F} = \frac{\sin(\varphi - \beta)}{\sin(\varphi + \alpha)}.$$

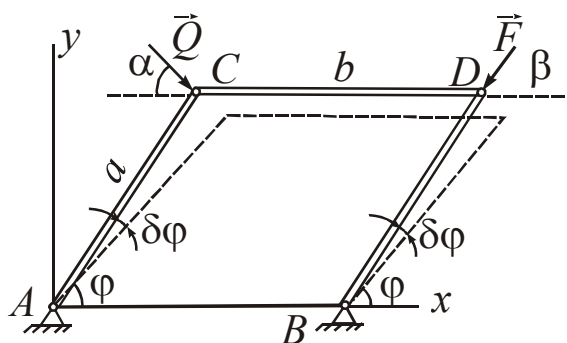


Рис. 6

Рассмотрим второй вариант решения – геометрический метод. Сообщим конструкции возможное перемещение (рис. 6) и составим уравнение возможных работ:

$$Q \cos \alpha \cdot a \cdot \sin \varphi + Q \sin \alpha \cdot a \cdot \cos \varphi - F \cos \beta \cdot a \cdot \sin \varphi + F \sin \beta \cdot a \cdot \cos \varphi = 0.$$

Откуда 
$$\frac{Q}{F} = \frac{\cos \beta \sin \varphi - \sin \beta \cos \varphi}{\cos \alpha \sin \varphi + \sin \alpha \cos \varphi} = \frac{\sin(\varphi - \beta)}{\sin(\varphi + \alpha)}.$$

**Пример 5.** Определить соотношение между величинами силы  $\vec{P}$  и момента  $M$  пары сил при равновесии шарнирно-стержневой конструкции (рис. 7, а).

Сообщим конструкции возможное перемещение (рис. 7, б) и

составим уравнение возможных работ.

$$-M\delta\psi + \left( P \cos \alpha \frac{a}{2} \sin \beta + P \cdot \sin \alpha \frac{a}{2} \cos \beta \right) \delta\varphi + P \cdot \cos \alpha \frac{b}{2} \operatorname{tg} \beta \cdot \delta\gamma = 0;$$

$$-M\delta\psi + P \frac{a}{2} \sin(\alpha + \beta) \delta\varphi + P \cdot \cos \alpha \frac{b}{2} \operatorname{tg} \beta \cdot \delta\gamma = 0.$$

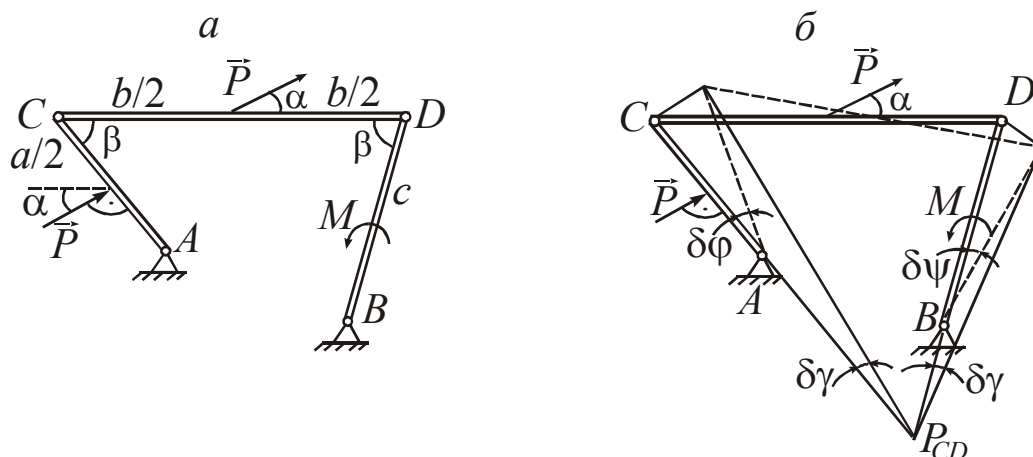


Рис. 7

Установим зависимость между угловыми перемещениями.

$$\delta\gamma = \frac{c \cdot \delta\psi}{P_{CD}D} = \frac{a \cdot \delta\varphi}{P_{CD}C}. \text{ Так как } P_{CD}D = P_{CD}C,$$

$$\text{то } \delta\gamma = \frac{2a}{b} \cos \beta \delta\varphi, \delta\psi = \frac{a}{c} \delta\varphi. \quad M = P \cdot c \left[ \frac{1}{2} \sin(\alpha + \beta) + \cos \alpha \sin \beta \right].$$

#### 4. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО РАСЧЕТУ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Каждое задание содержит 100 вариантов – от 00 до 99. Первая цифра в номере варианта указывает на номер схемы конструкции, вторая – на номер набора расчетных данных, содержащихся в таблице.

**Задание 1.** Рассчитать реакции опор балки, нагруженной сосредоточенной силой  $\vec{P}$ , равномерно распределенной нагрузкой  $q$  и парой сил с моментом  $M$ . Варианты схем балок приведены на рис. 8, варианты данных для расчета – в табл. 1.

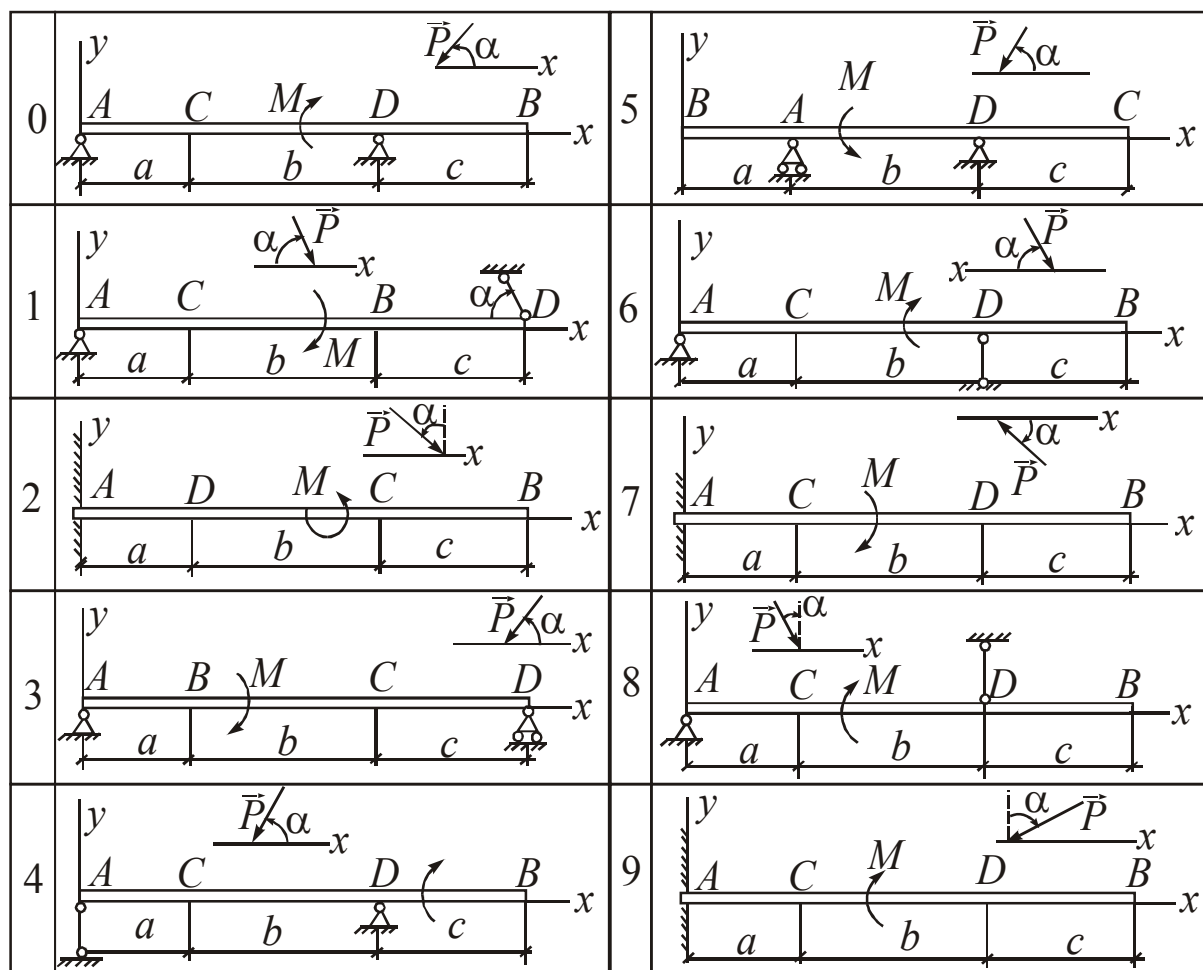


Рис. 8

Таблица 1

	$P$ , Н	$M$ , Нм	$a$ , м	$b$ , м	$c$ , м	$\alpha$ , град	Точка приложения силы $\vec{P}$	$q$ , Н/м	Участок распределения нагрузки $q$
0	4	2	2	4	3	30	$B$	2	$CD$
1	2	1	1	3	2	60	$C$	1	$BD$
2	10	4	2	4	2	45	$C, D$	1,5	$BC$
3	8	4	2	2	4	60	$B, C$	0,5	$BD$
4	6	3	4	3	2	30	$C$	2	$AB$
5	4	2	1	2	3	60	$B$	1	$BC$
6	5	4	4	2	2	30	$C, B$	1,5	$CA$
7	10	6	2	2	4	60	$B, D$	0,5	$AC$
8	6	2	4	4	2	45	$B, C$	1,5	$AC$
9	4	6	2	2	2	30	$B, C$	2	$AD$

**Задание 2.** Рассчитать реакции опор балки, нагруженной со-

средоточенной силой  $\vec{P}$ , равномерно распределенной нагрузкой интенсивности  $q$  и парой сил с моментом  $M$ . Варианты схем балок приведены на рис. 9, варианты данных для расчета – в табл. 2.

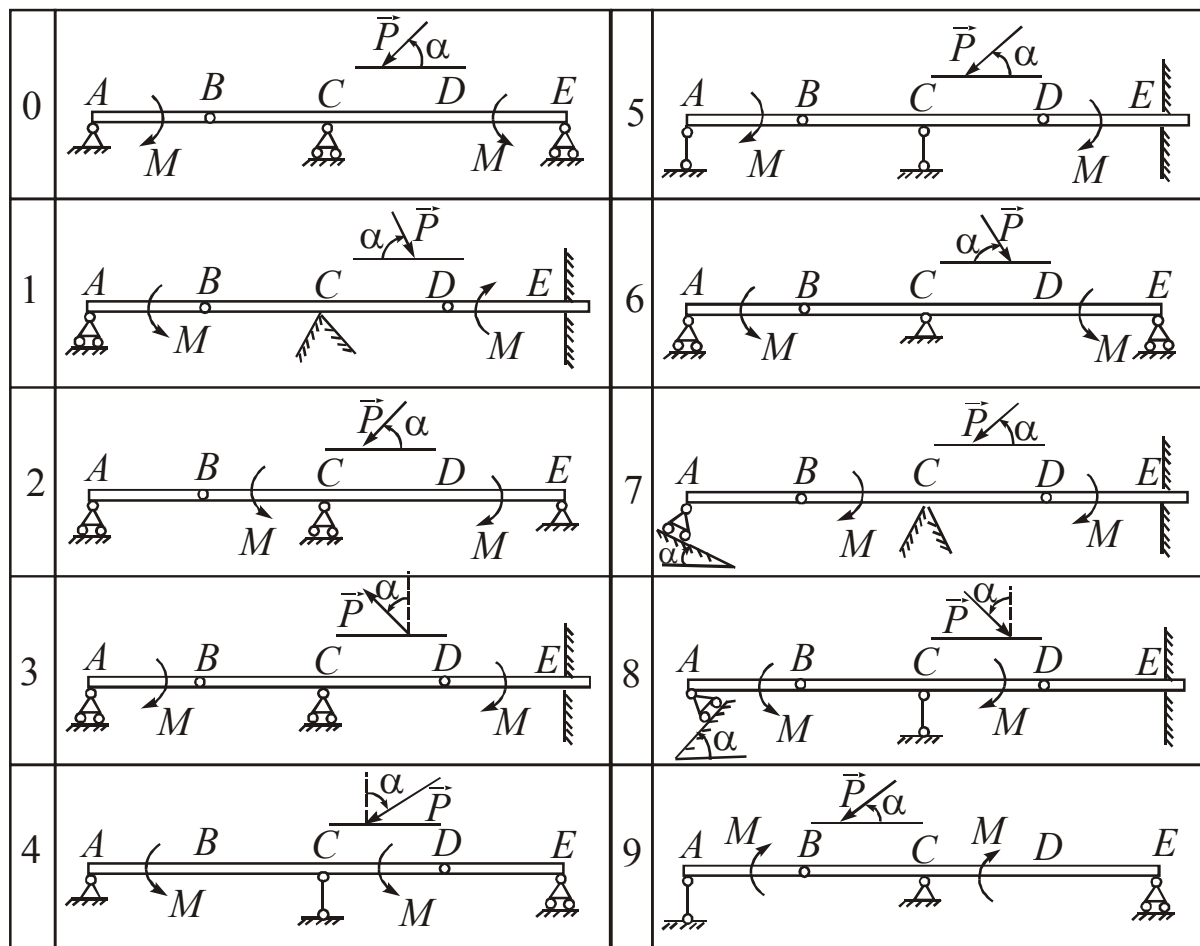


Рис. 9

Таблица 2

	$P$ , Н	$M$ , Нм	$AB$ , м	$BC$ , м	$CD$ , м	$DE$ , м	$\alpha$ , град	Точка при- ложения силы $\vec{P}$	$q$ , Н/м	Участок распреде- ления нагруз- ки $q$
0	4	4	3	3	3	3	60	$D$	1	$BC, DE$
1	2	5	1	2	1	1	45	$C$	2	$AE$
2	5	4	2	1	1	1	30	$D$	4	$AB, DE$
3	8	4	2	1	2	2	30	$C$	4	$CD$
4	6	2	4	3	3	3	45	$B$	2	$AD$
5	3	6	1	2	1	1	60	$C$	2	$AB, CD$
6	2	5	3	4	4	4	45	$D$	0,5	$CD$
7	4	6	2	2	2	2	30	$C$	1,5	$BC$
8	4	8	2	1	1	1	60	$C$	2	$DE$
9	5	8	2	5	4	4	30	$D$	1,5	$AB, CE$



**Задание 3.** Рассчитать реакции опор балки, нагруженной сосредоточенной силой  $\vec{P}$ , равномерно распределенной нагрузкой интенсивности  $q$  и парой сил с моментом  $M$ . Варианты схем балок приведены на рис. 10, варианты данных для расчета – в табл. 3.

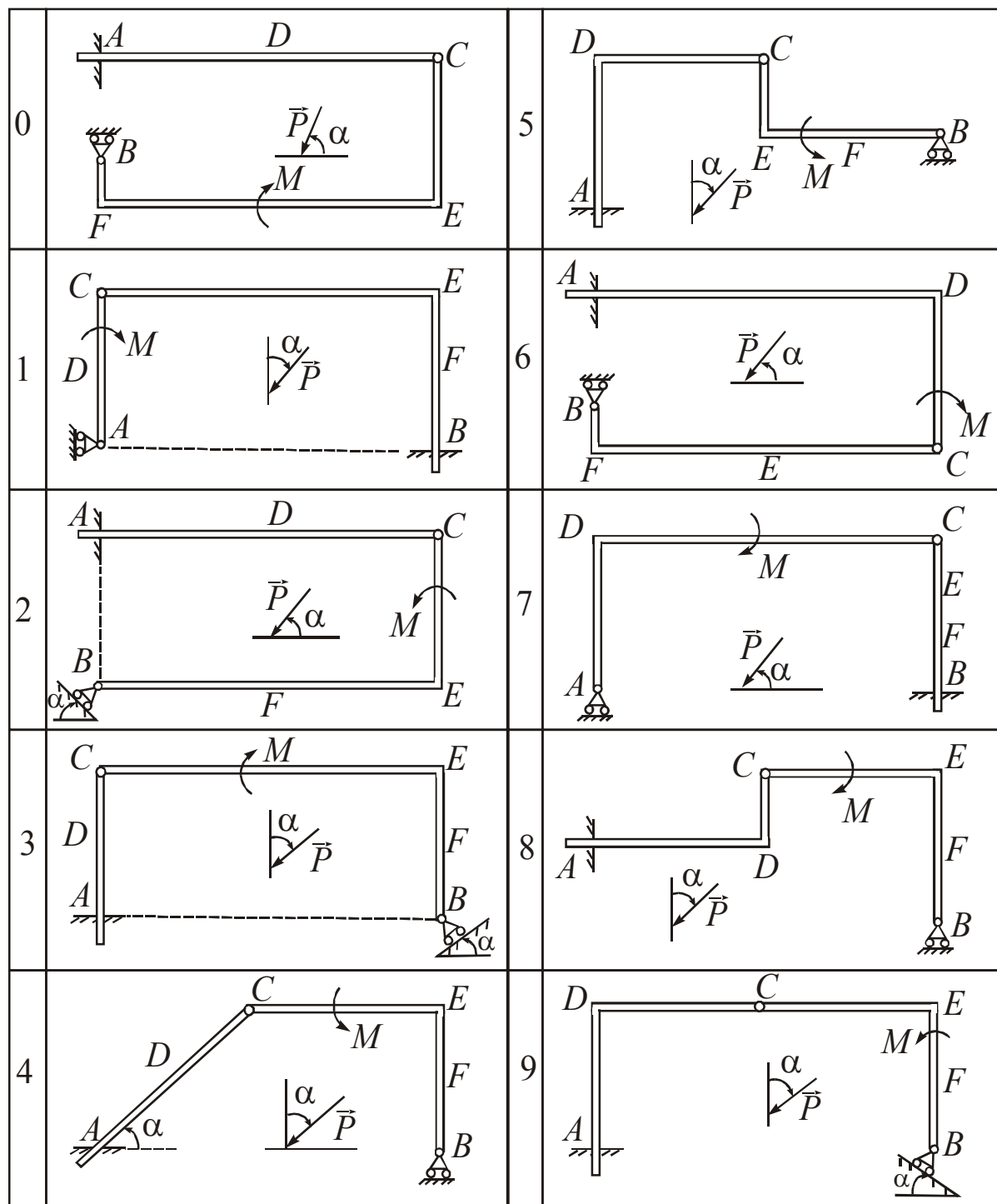


Рис. 10

Таблица 3

	$P$ , Н	$M$ , Нм	$AD$ , м	$DC$ , м	$CE$ , м	$EF$ , м	$BF$ , м	$\alpha$ , град	Точка приложе- ния силы $\vec{P}$	$q$ , Н/м	Участок распреде- ления нагрузки $q$
0	4	5	2	2	2	3	1	45	$D$	1	$CE, BF$
1	8	6	3	3	4	4	2	30	$F$	2	$AD, EF$
2	10	12	2	2	4	3	1	30	$E$	4	$CD, BF$
3	7	8	4	4	3	6	3	60	$E$	4	$AD, BF$
4	6	10	2	4	2	4	2	45	$F$	2	$CD, EF$
5	12	18	8	8	6	10	6	60	$E$	2	$AD, CE$
6	8	15	6	6	8	8	4	60	$F$	0,5	$AD, CE$
7	6	9	3	3	5	4	2	30	$D$	1,5	$EF, BF$
8	10	10	5	5	6	6	4	45	$E$	2	$CD, EF$
9	5	6	1	3	3	3	1	60	$D$	1,5	$AD, EF$

**Задание 4.** Определить соотношение между величинам сил  $\vec{P}$  и  $\vec{Q}$  (схемы 0–4) или между величиной силы  $\vec{P}$  и моментом  $M$  пары сил (схемы 5–9) при равновесии шарнирно-стержневой конструкции. Варианты схем конструкций приведены на рис. 11, варианты данных для расчета – в табл. 4.

Таблица 4

	$AB$ , м	$BC$ , м	$CD$ , м	$DE$ , м	$\alpha$ , град	$\beta$ , град	Точка приложения силы $\vec{P}$
0	4	3	3	3	30	60	$B, D$
1	2	2	4	4	60	60	$D$
2	1	2	2	4	60	30	$D$
3	1	1	2	1	45	45	$B, D$
4	2	3	3	4	60	45	$D$
5	3	3	4	4	30	45	$D$
6	3	2	3	3	45	60	$B, D$
7	5	3	3	4	30	60	$D, K$
8	2	4	4	4	60	45	$D, B$
9	2	2	2	2	30	60	$B, K$

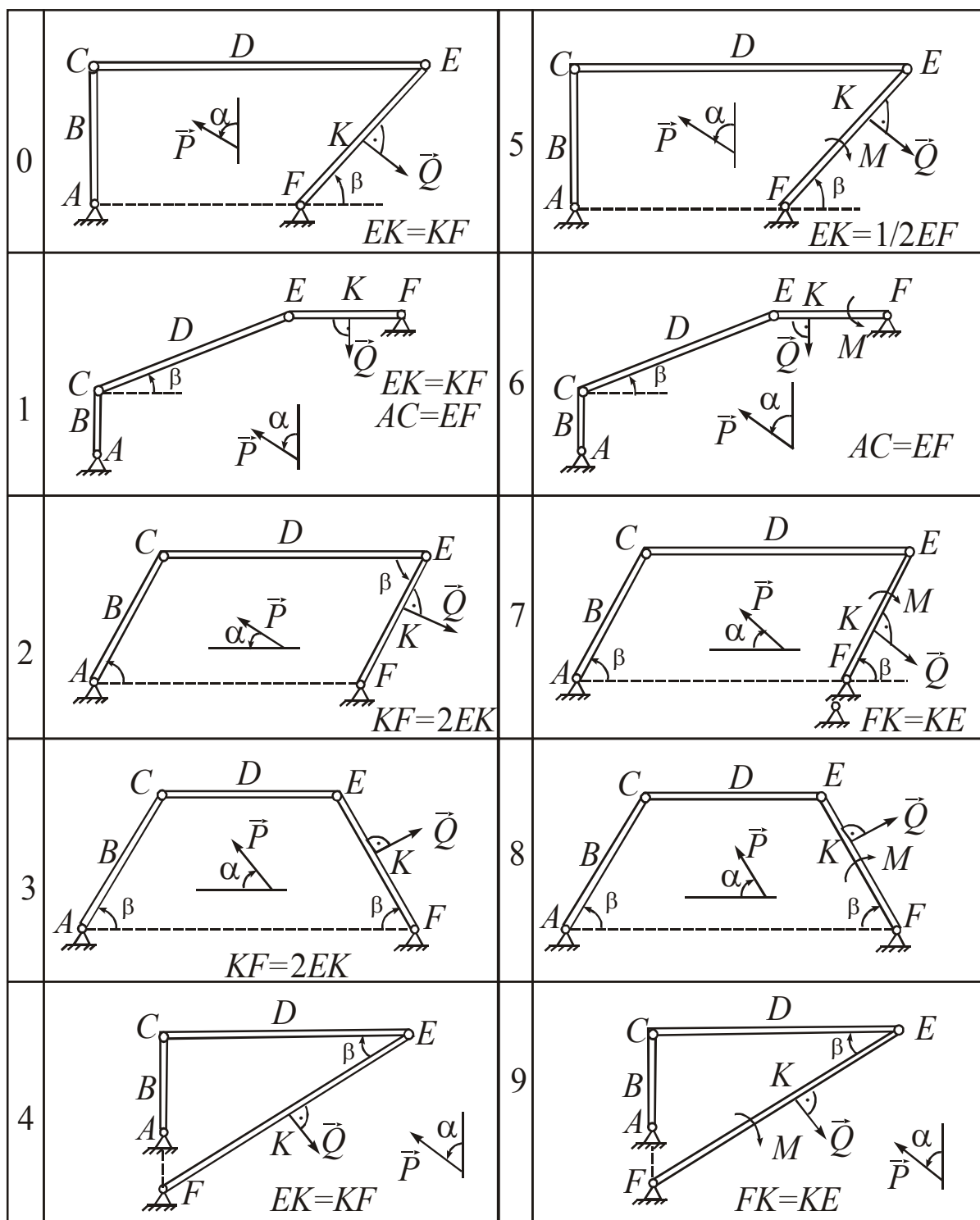


Рис. 11